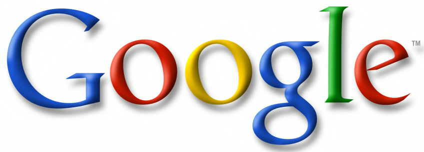
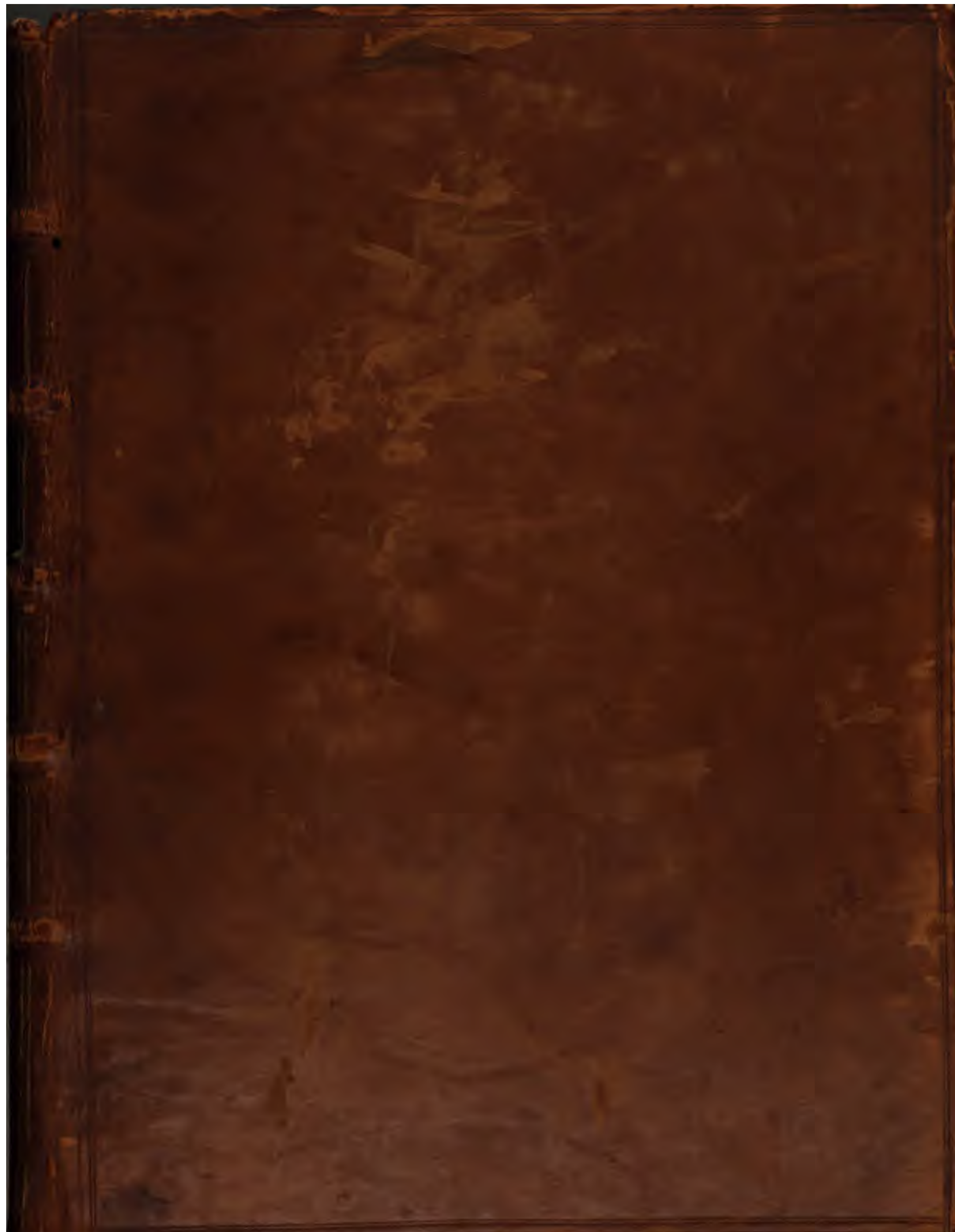








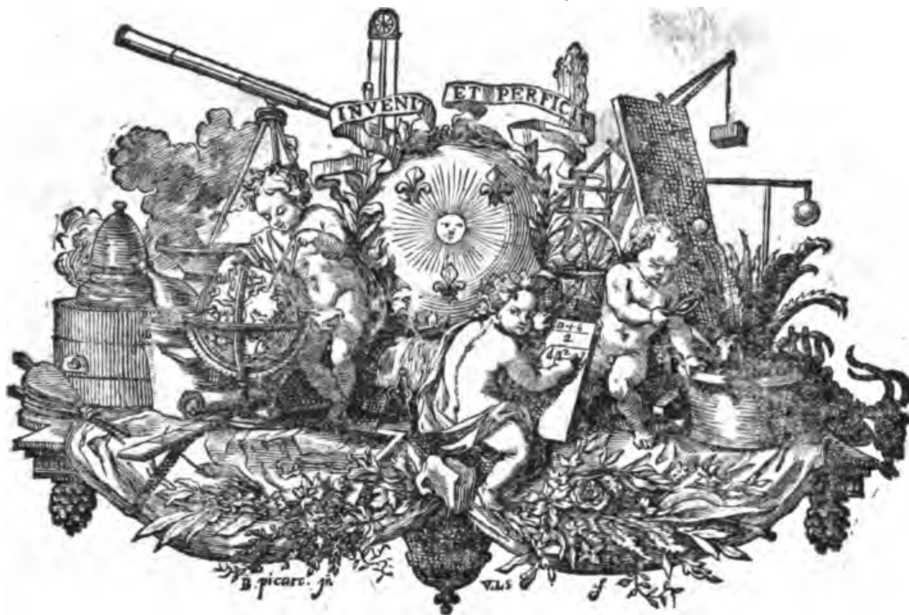


HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année MDCCV.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Academie.



A PARIS,
Chez JEAN BOUDOT, Imprimeur Ordinaire du Roy, & de l'Academie Royale des Sciences, ruë S. Jacques au Soleil d'or, proche la Fontaine S. Severin.

M. DCCVI.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

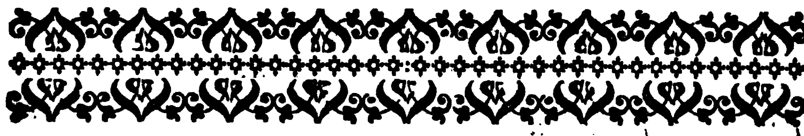


TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

TABLE.

BOTANIQUE.

ARITHMETIQUE.

ALGEBRE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

GEOGRAPHIE.

MECHANIQUE.

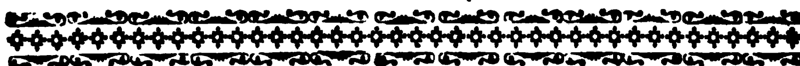


TABLE
POUR
LES MEMOIRES.

TABLE.



PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU ROY DE FRANCE ET DE NAVARRE: A nos amez & feaux Conſeillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conſeil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra: SALUT. Nôtre Academie Royale des Sciences Nous ayant tres-humblement fait expoſer, que depuis qu'il Nous a plû lui donner par un Reglement nouveau de nouvelles marques de nôtre affection, Elle s'eſt appliquée avec plus de ſoin à cultiver les Sciences qui ſont l'objet de ſes exercices; enſorte qu'outre les Ouvrages qu'Elle a déja donnez au public, Elle ſeroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaiſoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arreſt de nôtre Conſeil d'Etat du 13. du mois d'Aouſt dernier. Et deſirant donner à ladite Academie en corps, & en particulier à chacun de ceux qui la compoſent, toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au public; Nous avons permis & permettons par ces Preſentes à ladite Academie, de faire imprimer, vendre & debiter dans tous les lieux de nôtre obeïſſance, par tel Imprimeur qu'Elle voudra choiſir, en telle forme, marge, caractere, & autant de fois que bon lui ſemblera: *Toutes les Recherches ou Obſervations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Aſſemblées de l'Academie Royale des Sciences*; comme auſſi *les Ouvrages, Memoires ou Traitez de chacun des particuliers qui la compoſent*, & generalement tout ce que ladite Academie voudra faire paroître ſous ſon nom, lorſqu'aprés avoir examiné & approuvé leſdits Ouvrages aux

termes de l'article XXX. dudit Reglement, elle les jugera dignes d'être imprimez : & ce pendant le tems de dix années consecutives, à compter du jour de la datte desdites Presentes. Faisons tres-expresses défenses à tous Imprimeurs, Libraires, & à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition que ce soit, d'imprimer, faire imprimer en tout ni en partie, aucun des Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Academie; comme aussi d'en introduire, vendre & debiter d'impression étrangere dans nôtre Royaume sans le consentement par écrit de ladite Academie ou de ses ayans cause, à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur, de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interests : à condition que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs-Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : Que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans nôtre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformément aux Reglemens de la Librairie; & qu'avant que de les exposer en vente il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans nôtre Bibliotheque publique, un dans celle de nôtre Château du Louvre, & un dans celle de nôtre tres-cher & feal Chevalier Chancelier de France le sieur Phelyppeaux Comte de Pontchartrain Commandeur de nos Ordres, le tout à peine de nullité des Presentes; du contenu desquelles Vous mandons & enjoignons de faire joüir ladite Academie ou ses ayans cause pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires foy soit ajoûtée comme à l'original : Commandons

au premier nôtre Huiſſier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & neceſſaires ſans autre permiſſion, & nonobſtant Clameur de Haro, Chartre Normande & Lettres à ce contraires: CAR tel eſt nôtre plaiſir. DONNÉ à Verſailles le neuviéme jour de Fevrier, l'an de grace mille ſept cens quatre, & de nôtre Regne le ſoixante & uniéme. Par le Roy en ſon Conſeil, LE COMTE.

L'Academie Royale des Sciences par déliberation du 13. Fevrier 1704. a cedé le preſent Privilege à JEAN BOUDOT ſon Libraire, pour en joüir conformément au Traité fait par l'Academie avec ledit Boudot le 13. Juillet 1699. En foy dequoy j'ay ſigné, à Paris ce 15. Fevrier 1704.

FONTENELLE, *Secretaire de l'Academie Royale des Sciences.*

Regiſtré ſur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, Numero CVI. *page* 136. *conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arreſt du Conſeil du* 13. *Aouſt dernier. A Paris ce* 13. *Fevrier* 1704.

P. EMERY, *Syndic.*



HISTOIRE



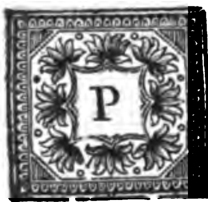
HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCV.



PHYSIQUE GENERALE.

SUR UN NOUVEAU BAROMETRE A L'USAGE DE LA MER.



PUISQUE les changements de la constitution de l'air annoncés & prédits par le Barometre, regardent les vents, les pluyes, les tempestes, ou la serenité du temps, on ne peut douter que ses prédictions ne fussent beaucoup plus utiles sur la Mer que sur la Terre. Mais c'est justement sur Mer qu'il n'a pu encore être d'aucun usage. La colonne de Mercure ne faisant équilibre que par sa hauteur avec l'Atmosphére, & cette hauteur V. les M. p. 49.

ne pouvant être prise que selon une ligne verticale, dés que le Barometre est incliné, la hauteur de la colonne de Mercure diminuë, l'équilibre est rompu, & il ne peut se rétablir, à moins que le poids de l'Atmosphere, alors superieur, pressant la colonne de Mercure ne la repousse en enhaut, & ne l'allonge jusqu'à ce qu'elle ait la même hauteur verticale qu'auparavant. Mais comme un Pendule tiré de son point de repos, & remis en liberté d'y retourner, y passe & y repasse un grand nombre de fois avant que de s'y arrêter entierement, de même, & par la même raison, la colonne de Mercure repoussée en enhaut avec impetuosité par le poids de l'Atmosphére, ne se remet à la hauteur necessaire pour l'équilibre qu'aprés avoir monté bien des fois au dessus, & être redescendüe autant de fois au dessous, en un mot aprés plusieurs vibrations, qui sont d'autant plus grandes & plus sensibles que le Mercure est un corps plus pesant, & plus capable de conserver long-temps un mouvement qu'il a reçû. Or un Vaisseau sur Mer étant dans un balancement continuel, lors même qu'il est le moins agité, il est clair qu'un Barometre n'y peut jamais avoir le repos necessaire pour ses fonctions.

C'est là ce qui a obligé M. Amontons à chercher la construction d'un Barometre, qui ne fût point sujet à cet inconvenient, & qui pût servir sur Mer. Il en a imaginé un fort simple. Ce n'est qu'un tuyau recourbé, dont une branche est fort longue par rapport à l'autre, qui se termine en une assés grosse boule. La longue branche, toûjours ouverte par le haut, est pleine en partie de quelque liqueur, qui ne va de l'autre côté que jusqu'à l'entrée de la boule, où il n'y a que de l'air enfermé. Si l'air exterieur est plus pesant que celui de la boule, la liqueur baisse dans la longue branche, si c'est le contraire, elle hausse. Comme ce Barometre n'agit que par la difference de l'air exterieur, & de celui de la boule, & non par la hauteur d'une colonne, il est clair que les causes, qui rendent inutile le Barometre commun, dés qu'il a le moindre mouvement, n'ont point ici de lieu.

Tout l'inconvenient de ce Barometre de Mer, c'est qu'il est Thermometre aussi-bien que Barometre; car & la liqueur & l'air de la boule se rarefieront ou se condenseront par l'augmentation ou la diminution de la chaleur. Mais M. Amontons a trouvé le remede à ce mal. Il ne se contente pas de faire la longue branche d'un fort petit diametre, desorte que la liqueur n'y soit qu'en trés-petite quantité, ni de choisir une liqueur trés-peu capable de rarefaction, comme de l'Eau seconde, ou de l'Huile de tartre, tout cela ne feroit que diminuer l'erreur; il fait une double graduation à l'instrument, l'une en tant qu'il est Barometre, l'autre en tant qu'il est Thermometre. La premiere est mobile, & la seconde, fixe. Il connoît par le moyen d'un de ses Thermometres nouveaux à quel degré doit être la liqueur de l'Instrument entant que Thermometre, il amene sur ce degré le milieu de la graduation qu'il doit avoir comme Barometre, & la difference qui se trouve entre le degré où il devroit être comme Thermometre & celui où il est effectivement, lui apartient entierement en qualité de Barometre. M. Amontons a observé pendant un assés long-temps, qu'avec cette double graduation, son Barometre de Mer étoit aussi juste que son Barometre rectifié * qui n'est que Barometre.

* V. l'Hist. de 1704. p. 1.

Tout le jeu du Barometre simple ordinaire n'a que 2 pouces d'étenduë, la colonne de Mercure est de 26 pouces 4 lignes dans sa moindre hauteur, & de 28 pouces 4 lignes dans la plus grande. Par consequent il suffit que la liqueur contenuë dans la longue branche du Barometre de Mer égale en pesanteur ces deux pouces de Mercure, & son mouvement qui doit representer celui du Mercure dans l'espace de deux pouces, aura d'autant plus d'étenduë qu'elle sera plus legere par rapport au Mercure. Ainsi si elle est 14 fois plus legere que ce Mineral, son mouvement aura 28 pouces d'étenduë. Il faut encore ajoûter pour cela que la capacité de la longue branche soit extrêmement petite par rapport à celle de la boule. Car quand l'augmentation du poids de l'Atmosphére, par

exemple, fait baiſſer la liqueur dans la longue branche, elle paſſe neceſſairement dans la boule, & diminuë le volume de l'air qui y eſt enfermé. Elle ne peut diminuer ce volume ſans en augmenter le reſſort, & cet air ayant acquis par-là plus de force, ne permet pas à la liqueur de la longue branche de deſcendre autant qu'elle l'auroit dû par la ſeule peſanteur de l'air exterieur. Mais ſi la boule eſt ſi groſſe par rapport au peu de capacité de la longue branche, que la quantité de liqueur qui paſſe de la branche dans la boule ne cauſe qu'une diminution inſenſible au volume de l'air de la boule, alors on peut conter que le mouvement de la liqueur ſuppoſée 14 fois plus legere que le Mercure, parcourra les 28 pouces dans toute leur étenduë. Si cette hauteur de 28 pouces eſt incommode dans l'uſage, & qu'on veuille accourcir l'Inſtrument, il n'y a qu'à prendre une liqueur plus peſante, ou un tube dont la longue branche ait plus de capacité par rapport à celle de la boule.

SUR LA DILATATION DES VAISEAUX PAR LA CHALEUR.

V. les M. p. 75. * p. 12

IL a été dit dans l'Hiſtoire de 1704. * que quand on échauffe avec la main la boule d'un Thermometre, la liqueur qui devroit monter auſſitôt dans le tuyau, ne monte qu'aprés avoir un peu baiſſé. Cette deſcente ſi contraire à ce qu'on auroit dû attendre de la chaleur étoit rapportée par M. Amontons à la dilatation de la boule, dont la chaleur augmente la capacité, avant qu'elle ait pû agir ſur la liqueur même, d'où il ſuit neceſſairement que cette liqueur doit baiſſer quelques inſtants avant que de monter.

* l'Hiſt. de 1700. p. 53. & 54.

M. Geofroy donnoit une autre raiſon d'un ſemblable fait. * Il prétendoit qu'à la premiere approche de la cha-

leur, les liqueurs commencent par se condenser, & ensuite se dilatent, & en imaginoit même quelque raison Phisique, qui avoit sa vraisemblance.

Pour démêler la veritable raison, M. Amontons jugea qu'il faloit faire l'experience avec deux liqueurs inégalement susceptibles de rarefaction, telles que l'Esprit de vin & l'Eau seconde. La rarefaction & la condensation n'étant que la même chose prise en differents degrés, l'Esprit de vin qui se rarefie plus aisément que l'Eau seconde, se condensera plus aisément aussi, & si la condensation des liqueurs à la premiere approche de la chaleur cause leur descente dans le tuyau du Thermometre, lorsque la boule est échauffée, l'Esprit de vin descendra plus vîte & plus bas que l'Eau seconde. Au contraire, si la dilatation de la boule cause cette descente, l'Esprit de vin baissera moins que l'Eau seconde, parcequ'il recevra plus vîte l'impression de la chaleur, & que la grandeur & la promptitude de sa rarefaction repareront & surmonteront l'effet de la dilatation de la boule. Il pourra même arriver qu'il ne baissera point du tout, parce que cet effet de la dilatation de la boule sera reparé dans le même instant par la rarefaction de l'Esprit de vin.

L'experience décida pour M. Amontons. On la tourna même encore autrement pour plus d'assurance, la descente des liqueurs, & la vitesse de la descente furent toûjours telles que les demandoit le Sistême de la dilatation des Vaisseaux, & M. Geofroy, qui ne cherchoit que la verité, se rendit sans peine.

SUR L'AIMAN ET SUR L'AIGUILLE AIMANTÉE.

L'Aiman est une source inépuisable de Phenomenes surprenans & singuliers, qui attireroient la curiosité de ceux même, qui ont le moins d'attention à obser- V. les M. p. 97.

ver la Nature ; mais de plus ces Phenomenes sont devenus importants par le rapport qu'ils peuvent avoir à la Boussole, & à la Navigation. L'estime du chemin d'un Vaisseau se regle sur la déclinaison de l'Aiguille aimantée, & si dans un même lieu & dans un même temps, cette déclinaison peut être differente par des causes particulieres, on sera exposé à tomber dans des erreurs dangereuses. C'est par cette raison que M. de la Hire le fils a examiné si une même Aiguille, ou plûtôt deux Aiguilles parfaitement semblables, pouvoient avoir differentes déclinaisons pour avoir été touchées par differents Aimans. Heureusement il a trouvé que non, & c'est une cause d'erreur que l'on a de moins à craindre ; mais il a trouvé aussi que la differente fabrique des Aiguilles, où leur differente figure, pouvoit mettre quelque varieté dans leur déclinaison.

Ce resultat des expériences paroît assés conforme au Sistême qu'on s'est fait de l'Aiman, sur les veuës que M. Descartes a données. La matiere qui passe au travers de chaque Aiman, & qui entrant & sortant par ses Poles, & rentrant d'où elle est sortie, forme un Tourbillon alentour, a la même direction de mouvement que celle qui forme un Tourbillon général autour de la Terre, le premier de tous les Aimans, & par conséquent elle a la même direction en differents Aimans, soit forts, soit foibles ; car leur force ou leur foiblesse ne vient que d'une plus grande ou moindre quantité de cette matiere magnetique, & la direction du mouvement ne change pas selon cette quantité. Mais il est clair qu'elle peut changer selon que les differentes parties d'une Aiguille de fer dans laquelle la matiere magnetique s'ouvre un passage, seront differemment disposées à la recevoir, ou, ce qui est la même chose, heterogenes, ou même selon que l'Aiguille sera d'une figure capable de modifier differemment en ses differentes parties le cours de la matiere magnetique. On verra sur cela dans le Memoire de M. de la Hire le fils ses experiences, & des détails de pratique assés délicats.

On reconnoît pour Aiman toute matiere ou masse, autour de laquelle la matiere magnetique forme naturellement un Tourbillon, & l'on découvre sensiblement ce Tourbillon par ses deux Poles qui ont des vertus & des effets contraires. Si une masse revêtüe d'un semblable Tourbillon attire par un certain bout une Aiguille de fer, elle la repoussera par le bout opposé. Tout Tourbillon, dés qu'il existe, a nécessairement ces deux effets contraires; mais il peut d'ailleurs être si foible qu'il ne soutiendra pas le plus petit morceau de fer ou de limaille, attaché à la masse qu'il envelope. Ainsi le caractere essentiel, & la marque sûre d'un Aiman, ce sont les deux Poles, supposé qu'il les ait par lui-même. Une Aiguille aimantée n'est pas un Aiman, quoiqu'elle ait deux Poles: car elle ne les a que parce qu'elle a été aimantée ou touchée d'une Pierre d'aiman. Mais on a observé, il y a déja du temps, que ce que le fer n'est pas par lui-même, la roüille de fer l'étoit quelquefois, je veux dire, un veritable Aiman. M. de la Hire le pere ayant enfermé dans une Pierre qu'il laissa à l'air, des fils placés dans le plan du Meridien, de maniere qu'ils faisoient avec l'horison de ce païs-ci le même angle que la matiere magnetique qui circule autour de la Terre, a trouvé au bout de dix ans, que ces fils, qu'il avoit pris assés déliés, étoient entierement changés en roüille, & en même temps étoient devenus des aimans veritables. Il en avoit aimanté quelques-uns, avant que de les enfermer dans la pierre, & ceux-là n'acquirent pas une plus forte vertu d'Aiman que les autres, tant le passage seul de la matiere magnetique du Tourbillon de la Terre dans ces fils bien disposés à la recevoir selon sa direction, eut de force pour les aimanter.

Du fer entiérement roüillé étant friable, & propre à se mettre en poussiere, au lieu qu'il étoit auparavant mou, & malleable, il doit être devenu par-là plus semblable à une Pierre, & par consequent à un Aiman, dont il tient toûjours beaucoup par la configuration de ses pores. Aussi Mrs. de la Hire croyent-ils qu'une Pierre ferrugineuse, ou

de la Mine de fer est presque toûjours un Aiman, quoique souvent assés foible.

* p. 9. & suiv.

Nous avons parlé dans l'Histoire de 1701. * du Sistême de M. Halley sur la déclinaison de l'Aiman, & de cette Courbe qui selon ses observations étant exempte de déclinaison, embrasse le Globe de la Terre, & qui est le terme d'où l'on doit conter toutes les déclinaisons Orientales & Occidentales. M^rs. de la Hire ont representé le Globe terrestre par une Pierre d'Aiman qu'ils ont entre les mains, mediocrement bonne, qui pese 100. livres, & a prés d'un pied de diametre. Ils l'ont arrondie, & aprés avoir trouvé ses Poles, ils ont tracé sur sa surface un Equateur & des Meridiens. Une Aiguille de Boussole placée sur ces differents Meridiens, a tantôt une déclinaison vers l'Est, tantôt vers l'Oüest, & tantôt elle n'en a point; ce qui est tout à fait conforme au Sistême de M. Halley, & en donne une image sensible.

Il est plus que vraisemblable que la variation & l'inégalité des déclinaisons sur l'Aiman de M^rs. de la Hire, viennent de ce que les parties veritablement magnetiques de cette Pierre sont mêlées avec d'autres parties heterogenes, irrégulierement semées & répanduës. Il en va de même de la Terre qui est un Aiman encore plus mêlé. Mais il se fait dans la Terre des générations nouvelles, & non pas dans la Pierre d'Aiman, & de-là vient que les déclinaisons qui seront toûjours les mêmes aux mêmes endroits de cette Pierre, sont changeantes sur le Globe terrestre.

La lenteur des générations qui se font dans le sein de la Terre, & celle des changements de déclinaison qui ne sont guére que de 12 minutes par an dans un même lieu, conviennent assés ensemble; mais il paroît que quand quelqu'une de ces générations, qui dans le temps qu'elle se formoit & se perfectionnoit, détournoit toûjours de plus en plus l'Aiguille du Nort vers l'Oüest, par exemple, est enfin parvenuë à sa derniere perfection, l'Aiguille devroit être quelque temps *stationnaire* & arrêtée au même point de

de déclinaiſon parce qu'il n'eſt guére vraiſemblable qu'il ſe faſſe auſſitôt dans la Terre une autre génération, qui donne à l'Aiguille un mouvement contraire, & la rappelle de l'Oüeſt au Nort, & de-là à l'Eſt; cependant on ne voit pas que l'Aiguille ait de ces ſortes de ſtations; mais il eſt vrai auſſi qu'il n'y a pas beaucoup plus de 100 ans que l'on obſerve les déclinaiſons, & dans un temps ſi court par rapport à la lenteur de ce mouvement, on n'a pas encore des obſervations en aſſés grand nombre. C'eſt pour cela que M^rs^. de la Hire apportent tant de ſoin à celles qu'ils font depuis plus de 20 ans à l'Obſervatoire, & en tiennent un Regiſtre ſi exact. Il peut arriver que ſur ces ſortes de matieres le temps donne le Siſtême, en donnant une quantité de Phenomenes ſuffiſante.

Comme l'Academie a trouvé l'idée de M. Halley ſur les variations de l'Aiman trés-belle & digne d'être ſuivie avec beaucoup d'attention, les occaſions que l'on a eues de l'examiner, & de la verifier n'ont pas été negligées. M. Caſſini le fils ayant entre les mains des obſervations ſur la déclinaiſon faites par M. de May Miſſionnaire pendant le voyage qu'il a fait à la Chine en 1703. avec le Légat du Pape, & les ayant rapportées ſur la Carte générale des déclinaiſons dreſſée par M. Halley pour l'année 1700, il a trouvé tant de conformité ou de ſi légeres differences que le Siſtême du ſçavant Anglois en eſt extrémement confirmé. V. les M. p. 8. & 80.

Il y a plus. Suppoſé que par d'autres obſervations ce Siſtême continuât à être auſſi heureux, & auſſi juſte, M. Caſſini le fils lui donne un uſage, auquel on ne ſait ſi M. Halley a penſé. C'eſt la détermination des Longitudes, du moins en quelques endroits du Globe terreſtre, où les Cercles de déclinaiſon de M. Halley different peu des Meridiens; car les déclinaiſons étant poſées ſur tout le Globe, on ſauroit en ces lieux-là par la déclinaiſon que l'on trouveroit, ſous quel Meridien on ſeroit arrivé. Il eſt vrai que les déclinaiſons changent toûjours; mais on commence à ſavoir, & on ſaura un jour encore mieux,

quel changement répond à chaque année. Enfin il paroît que nous sommes à cet égard sur de bonnes voyes; mais il n'y a point de chemin qui se puisse faire qu'en un certain temps.

SUR LA RAREFACTION ET LA CONDENSATION DE L'AIR.

V. les M. p. 61. 110. 119. 119. 272.

LA Rarefaction, ou, ce qui est la même chose prise à contresens, la Condensation de l'Air, a assés occupé l'Academie pendant cette année. Quoique cette matiere soit une de celles où la Philosophie moderne a le plus reüssi, quoiqu'elle ait été tournée en mille façons par un grand nombre d'Experiences, on va voir qu'elle n'est pas encore bien parfaitement connuë, & qu'il nous reste beaucoup à desirer pour le Sistême.

Feu M. Mariotte a établi par expérience que les differentes condensations de l'Air suivoient la proportion des poids dont il étoit chargé. En supposant d'ailleurs que le Mercure au bord de la Mer se tienne dans le Barometre à 28 pouces, qui égalent par consequent le poids de toute l'Atmosphére, & qu'au niveau de la Mer 60 pieds d'air en hauteur fassent équilibre avec une ligne de Mercure, de sorte que le Barometre porté à 60 pieds au dessus de la Mer descendroit d'une ligne, il est trés-aisé de trouver, par le principe de M. Mariote, quelle hauteur d'air répondroit à une seconde ligne de Mercure; car comme 28 pouces de Mercure moins une ligne sont à 28 pouces, ainsi une hauteur de 60 pieds d'air sera à un quatriéme terme, qui est la hauteur d'air correspondante à la seconde ligne de Mercure. On trouvera de même toutes les autres hauteurs d'air correspondantes à chaque ligne, & toûjours plus grandes, puisqu'elles sont chargées d'un moindre poids de l'Atmosphére. Elles

ſeront neceſſairement une progreſſion geometrique, & il ne faut qu'avoir la ſomme de cette progreſſion pour déterminer là hauteur de toute l'Amoſphére. Parconſequent une certaine partie de cette ſomme donnera la hauteur d'une Montagne, au ſommet de laquelle le Barometre ſera deſcendu d'une certaine quantité.

M. Mariotte, apparemment pour la facilité du calcul, changea ſa progreſſion geometrique en arithmetique, & prétendit que ce changement ne produiſoit pas d'erreur conſiderable. Il appliqua ſa nouvelle progreſſion à deux obſervations de hauteurs de Montagnes, faites par le Barometre, & trouva que ſon calcul en approchoit aſſés.

Mais M^rs. Caſſini & Maraldi ayant meſuré par le Barometre la hauteur de pluſieurs Montagnes, ainſi qu'il a été dit dans l'Hiſt. de 1703, * ils reconnurent que ni le principe de Mariotte, ou la progreſſion geometrique qui s'en enſuit, ni la progreſſion arithmetique qu'il y ſubſtituë, ne répondoient aſſés juſte à leurs obſervations, & qu'elles s'en écartoient d'autant plus que les hauteurs des Montagnes étoient plus grandes. M. Caſſini le fils prit la peine de dreſſer une Table de toutes les hauteurs d'air telles que les donne la progreſſion geometrique de M. Mariotte depuis le niveau de la Mer, juſqu'à une hauteur où le Barometre baiſſeroit de 7 pouces. Ces hauteurs ſe trouvent toûjours moindres que celles que donne la progreſſion arithmetique, & celles-ci moindres encore que celles qui ont été obſervées. Ce fut par cette raiſon que M^rs. Caſſini & Maraldi établirent une nouvelle progreſſion arithmetique, qui s'accorde beaucoup mieux avec les obſervations. Elle a été rapportée dans l'endroit ci-deſſus cité de l'Hiſtoire de 1703.

* p. 11. & ſuiv.

Puiſque les hauteurs des Montagnes telles qu'on les trouve par la progreſſion geometrique de M. Mariotte ſont toûjours beaucoup trop petites, il s'enſuit que cette progreſſion donne auſſi les rarefactions de l'Air à differentes hauteurs plus petites qu'elles ne doivent être ; car ce n'eſt que de ces rarefactions que l'on conclut les hau-

teurs, & parconſéquent la rarefaction de l'Air à ces differentes hauteurs eſt réellement plus grande, ou, ce qui revient au même, ſa condenſation eſt plus petite, que ſi elle ſuivoit, ſelon M. Mariotte, la proportion des poids.

* p. 2. Nous avions déja dit dans l'Hiſtoire de 1702 * que la regle de M. Mariotte ne pouvoit être vraïe ſans reſtriction, & qu'elle devoit ſe renfermer dans les rarefactions ou condenſations moyennes. En effet M. de la Hire ayant voulu autrefois la verifier par expérience, & d'une maniere trés-ſimple, prit un Reſſort qu'il allongeoit par differents poids, & il en trouva toûjours les extenſions proportionnelles à ces poids, tant qu'elles n'étoient que moyennes. Cela s'applique de ſoi-même à l'Air qui eſt une matiere à reſſort. Enfin il eſt viſible par le raiſonnement, que la proportion des poids ne peut ſubſiſter que dans les extenſions ou condenſations moyennes, car un corps comprimé & reduit, par exemple, à la moitié de ſa premiere hauteur par un certain poids, ſeroit donc reduit à une hauteur nulle ou à rien par un poids double, & à moins que rien par un plus grand poids, ce qui eſt entierement abſurde.

Cependant il faut avouër qu'en faiſant d'autres Expériences que celles dont nous avons parlé juſqu'ici, la propoſition de M. Mariotte ſe trouve vraye, même dans de trés grandes rarefactions de l'Air. On prend un tuyau plus long que 28 pouces, que l'on ne remplit pas entierement de Mercure, & où il reſte par conſequent une certaine quantité d'air. On le renverſe enſuite à la maniere ordinaire dans un vaſe plein de Mercure, & auſſitôt l'air qu'on a laiſſé dans le tuyau gagne le haut. Le Mercure de ce tuyau ne peut pas ſe tenir ſuſpendu à la hauteur de 28 pouces, parce qu'il n'eſt pas ſeul à ſoutenir le poids de l'Atmoſphére, & qu'il eſt aidé par l'air enfermé avec lui. Il deſcend donc plus bas que les 28 pouces, & l'Air qui doit occuper l'eſpace abandonné par le Mercure ſe dilate neceſſairement, & perd en même temps quelque choſe de ſa force de reſſort, de maniere

que le reſſort affoibli de cet Air, & la hauteur à laquelle le Mercure eſt demeuré ſuſpendu, par exemple, 26 pouces, font enſemble équilibre à tout le poids de l'Atmoſphére, égal à 28 pouces de Mercure, ou, ce qui revient au même, l'Air dilaté dans le tuyau eſt alors chargé d'un poids égal à 2 pouces de Mercure, au lieu que ce même Air, tel qu'on l'avoit d'abord enfermé dans le tuyau, étoit dans l'état de condenſation où l'avoit mis le poids de toute l'Atmoſphére qu'il ſoutenoit. Or la longueur du tuyau, la quantité d'air qu'on y a laiſſée, le nouvel eſpace qu'occupe cet air aprés le renverſement, & la hauteur où ſe tient le Mercure étant des choſes connuës, il eſt aiſé de voir ſi les deux eſpaces qu'occupe l'Air avant & aprés le renverſement ſont proportionnels aux differents poids dont il eſt chargé. M. Mariotte avoit trouvé dans cette expérience la proportion aſſés juſte, & c'eſt ſur quoi il avoit fondé ſa regle générale.

Comme il y avoit quelque lieu de la revoquer en doute, M. Caſſini le fils recommença des expériences pareilles à celles de M. Mariotte, & le ſuccés en fut toûjours conforme à ſon principe. Il eſt vrai qu'il ſembloit quelquefois ne l'être pas, & l'on trouvoit l'air plus ou moins dilaté qu'il ne faloit; mais on doit obſerver qu'il eſt trés-difficile & peut-être impoſſible d'avoir des tuyaux dont le diametre interieur ſoit par tout exactement égal. S'il eſt plus grand au haut du tuyau, c'eſt à dire dans l'eſpace qu'occupe l'air aprés le renverſement, l'Air paroît moins dilaté qu'il ne l'eſt en effet, c'eſt le contraire ſi le diametre du tuyau eſt plus petit. M. Caſſini le fils meſuroit donc exactement par des quantités égales de Mercure qu'il verſoit les unes aprés les autres dans un tuyau, les differentes capacités qu'il pouvoit avoir en differentes parties de ſa longueur, & cela étant connu, il voyoit que les obſervations ſe raprochoient aſſés du principe de M. Mariotte pour devoir le confirmer. On ne conte pas de legeres differences qui pouvoient reſter encore, ou même venir d'ailleurs, elles ſont inévitables dans toute operation.

Il eſt viſible par ce qui a été dit, que plus un tuyau excede la longueur de 28 pouces, & en même temps moins on y laiſſe d'air avant le renverſement, plus cet air aprés le renverſement doit être dilaté. Il eſt difficile d'avoir de fort longs tuyaux, & ceux de M. Caſſini le fils n'avoient guere que 44 pouces. M. Amontons pour faire l'expérience plus en grand s'aviſa de faire faire un tuyau dont un bout ſe terminoit en une trés-groſſe Olive de la figure d'un cervelas. Ce bout étoit celui d'enhaut aprés le renverſement, deſorte que l'air qui y montoit ſe dilatoit beaucoup dans un ſi grand eſpace, & telle étoit la capacité de cette Olive que quant à cette dilatation de l'air elle valoit un tuyau qui eût eu 475 pouces de long & un diametre égal à celui d'un tuyau ordinaire long de 46 pouces qu'avoit M. Amontons. Le tuyau entier avec ſon Olive valoit un tuyau long de prés de 512 pouces, & du même diametre que celui de 46 pouces.

M. Amontons fit les expériences avec ce nouveau tuyau, & n'y ayant laiſſé une fois que 2 pouces 6. lignes d'air, il trouva qu'aprés le renverſement cet air devoit s'être dilaté prés de 200 fois plus qu'il n'étoit auparavant, & que cette grande dilatation ſuivoit encore la proportion de M. Mariotte. A plus forte raiſon de moindres dilatations la ſuivoient-elles.

Voilà ce qui peut ſurprendre les Phiſiciens même. Les differentes dilatations où eſt l'Air depuis le niveau de la Mer juſqu'au haut des Montagnes, ne conſervent pas la proportion des poids, & elles la conſervent d'autant moins que ces Montagnes ſont plus élevées, c'eſt à dire, que dans cette étenduë les dilatations des deux extrêmités ſont trop differentes entre-elles pour être renfermées les unes & les autres dans les bornes des dilatations moyennes où la proportion peut avoir lieu; & cependant quelles Montagnes a-t-on jamais veuës, où l'air loin d'être dilaté 200 fois plus qu'il ne l'eſt au niveau de la Mer, le fût ſeulement une fois davantage? car il faudroit pour cela que le Mercure ſur le haut des ces Montagnes baiſ-

fût de 14. pouces ſelon la regle de M. Mariotte, & à peine baiſſe-t'il de 5 ou 6 ſur les plus hautes où l'on ait obſervé. Comment dont l'Air auſſi prodigieuſement dilaté qu'il l'eſt dans le tuyau à Olive de M. Amontons ſuit-il la proportion des poids, & comment ne la ſuit-il plus dans le peu de dilatation qu'il a au haut des Montagnes ? l'Air libre eſt-il different de celui qu'on enferme dans un tuyau? ou l'Air qui eſt depuis la ſurface de la Terre juſqu'au haut des Montagnes doit-il être conſideré comme une matiere heterogene & inégalement ſuſceptible de dilatation en ſes differentes parties, deſorte qu'il entrera dans ſes differentes dilatations quelque autre principe que l'inégalité des poids, au lieu que l'Air pris ſur la ſurface de la Terre ſera parfaitement homogene, & ne ſe dilatera ou ne ſe condenſera que ſelon les poids ?

Il y a du moins quelque apparence que l'Air dilaté dans un tuyau n'eſt pas tout à fait de la même nature que l'Air du haut d'une Montagne. Si l'on met de l'eau tiéde dans la Machine du vuide, elle bout trés-fort, dés qu'on a pompé la moitié de l'air, parce que celui qui étoit naturellement mêlé dans cette eau, & qu'on avoit déja un peu échauffé, étant ſoulagé de la moitié du poids qui le preſſoit, tend à ſe dégager entierement. De-là M. Mariotte avoit conjecturé que ſi l'on étoit à une hauteur où le poids de l'Atmoſphére fût diminué de moitié, le ſang, beaucoup plus chaud que de l'eau tiéde, & toûjours plein d'air, boüillonneroit de maniere qu'il ne pourroit plus circuler, & il faut convenir que la conjecture étoit aſſés bien fondée. Cependant Mrs. Caſſini & Maraldi qui ont monté à des hauteurs, où, ſelon leur calcul, le poids de l'Atmoſphére étoit à peu prés la moitié moindre, n'ont ſenti aucune incommodité cauſée par la rarefaction de l'Air. Beaucoup de gens qui ont été encore plus haut, ne s'en ſont pas aperçûs davantage. On peut donc ſoupçonner qu'il y a quelque difference entre l'air libre & l'air d'un tuyau, également rarefiés l'un & l'autre.

Quoiqu'il en ſoit, toute cette matiere demande encore

de grands éclairciſſements. M. Amontons avoit imaginé, & il commençoit à exécuter des expériences qui auroient pû donner de nouvelles lumieres ; mais il mourut. L'Academie ne perdra pas de veüe ce deſſein. Juſqu'à preſent il faut ſe contenter de bien connoître la difficulté ; car c'eſt-là une connoiſſance, & quelquefois même aſſés conſiderable.

SUR UNE IRREGULARITE'

DE QUELQUES BAROMETRES.

V. les M. p. 229. 231. 234. 267.
VOICI encore, à peu prés ſur la même matiere, de grands ſujets de doute, & un nouveau beſoin d'éclairciſſements.

Il y a déja quelque temps qu'on avoit remarqué à l'Obſervatoire que deux Barometres ſimples, remplis du même Mercure, chargés de la même maniere, pareils en tout, pouvoient cependant ne s'accorder jamais, c'eſt à dire n'être jamais exactement & précisément à la même hauteur. Comme la difference étoit legere, & que l'on eſt accoûtumé à ne trouver jamais une entiere précision dans tout ce qui eſt d'exécution & de pratique, on n'étoit pas fort ſurpris de ce Phenomene, & on ſe contentoit d'en rapporter la cauſe en général à quelque différence de conſtruction inſenſible & inévitable.

Mais un Barometre ſimple de M. le Chancelier, dont on verra l'Hiſtoire dans les Memoires de M. Amontons, & qui ſe tenoit 18 ou 19 lignes plus bas que les autres, étonna fort toute l'Academie. Quand on l'inclinoit, & que l'on faiſoit venir le Mercure juſqu'au haut du tuyau, il le rempliſſoit exactement, & l'on n'y voyoit aucune bulle d'air, d'où l'on concluoit neceſſairement que le vuide étoit parfaitement bien fait, & qu'il n'étoit reſté aucun air qui pût tenir le Mercure plus bas qu'il ne devoit être.

Ce

Ce n'étoit point non plus que le Mercure eût une pesanteur extraordinaire, car, outre que l'on n'a point encore vû un Mercure qui pesât plus qu'un autre, quand on mettoit d'autre Mercure dans ce même tuyau, il ne se tenoit pas plus haut, & le Mercure de ce tuyau transporté dans un autre s'y tenoit à la hauteur qu'avoient les autres Barometres en ce temps-là. D'où pouvoit donc venir une si grande inégalité de hauteur, & une si étrange irrégularité ?

Lorsque M. Amontons apporta ce nouveau fait dans une Assemblée, on proposa sur le champ plusieurs pensées differentes. Les uns conjecturoient qu'il peut y avoir une matiere moyenne entre la matiere subtile qui remplit le haut des Barometres, & l'air grossier que le verre empêche d'y entrer, & que le verre du Barometre de M. le Chancelier pouvoit avoir des pores plus grands que les verres ordinaires, & laisser entrer cette matiere, dont le poids abaissoit si considerablement le Mercure. D'autres croyoient que ce tuyau pouvoit avoir quelque humidité grasse, dans laquelle étoit contenu de l'air qui se dilatoit beaucoup dés que le vuide étoit fait. D'autres enfin soupçonnoient que peut-être ce verre étoit tel, que le Mercure en corrodoit la substance, & par-là dégageoit de l'air enfermé dans ses cellules, & en effet, en examinant ce verre avec un Microscope, ils croyoient le voir plein de bulles, comme les Larmes de Hollande, du moins en sa partie superieure. Chacun proposoit les expériences, qui pouvoient appuyer ou détruire son opinion, mais on ne pouvoit pas les faire toutes sur un même tuyau, & il y en avoit quelques-unes dont le succés dépendoit d'un temps assés long.

M. Amontons étoit persuadé qu'il entroit de l'air subtil par les pores du tuyau de M. le Chancelier; & comme c'étoit lui qui en étoit saisi & que le fait avoit d'abord passé par ses mains, il fut chargé par l'Academie d'examiner cette matiere, & il commença par les expériences qui avoient rapport à son opinion.

Il s'aperçut d'abord d'une nouvelle circonstance du Phenomene assés singuliere ; c'est qu'ayant plusieurs fois vuidé & rechargé de Mercure ce tuyau qui étoit le sujet de toutes ses recherches, il trouva qu'aprés cela sa difference de hauteur d'avec les autres Barometres étoit diminuée de moitié, & qu'il n'étoit plus que de 9 lignes plus bas.

Ensuite on vint à savoir que quelque temps auparavant il avoit été lavé en dedans avec de l'Esprit de vin par M. Homberg qui en avoit voulu ôter une tache, aprés quoi le Mercure s'y étoit tenu plus bas que dans les autres Barometres, & alors M. le Chancelier s'étoit aperçû de son irrégularité.

M. Amontons crut que tout cela s'accordoit assés bien avec sa pensée. L'Esprit de vin ayant bien nettoyé le verre avoit enlevé de dedans ses pores tous les petits corpuscules étrangers qui auroient fermé le passage à l'air, & ce même tuyau ayant été plusieurs fois déchargé de son Mercure & rechargé depuis qu'il étoit entre les mains de M. Amontons, le Mercure y avoit laissé quelque espece de crasse fort déliée, qui avoit bouché une partie des pores du verre, ou en avoit rendu le passage plus difficile. De-là venoit que le Mercure n'y étoit plus si bas. Et en effet M. Amontons ayant de nouveau lavé ce tuyau avec de l'Esprit de vin, le Mercure s'y remit ensuite aussi bas qu'il étoit d'abord.

Cette crasse que l'on suppose que le Mercure peut laisser en passant & repassant plusieurs fois dans un même tuyau ne manque pas tout à fait de vraisemblance. M. Amontons fit voir des Bouteilles où il y avoit du Mercure, qu'il avoit portées dans ses poches pendant un an & plus. Non seulement elles étoient devenuës fort sales en dedans, mais une partie du Mercure s'étoit changée en une poudre noirâtre, ce qui convient parfaitement avec ce qui a été dit sur ce sujet dans l'Histoire de 1700. * mais comme il paroît que le Mercure ne produit cette saleté, que par un mouvement repeté un grand nom-

* p. 21.

bre de fois, & pendant un long temps, il reste à savoir si elle peut être produite dans un tuyau qui aura été déchargé & rechargé, peut-être cinq ou six fois. Il est vrai que l'on n'a besoin ici que d'une saleté insensible.

Si la conjecture de M. Amontons étoit vraïe, un tuyau d'une matiere plus poreuse que le verre, & chargé de Mercure comme un Barometre, devoit laisser passer un air moins subtil, ou en laisser passer une plus grande quantité que le tuyau de M. le Chancelier. Ce fut dans cette veüe que M. Amontons prit un moyen canon de fusil, long d'un peu plus de 34 pouces, & en fit une espece de Barometre. Mais le fer n'étant pas transparent, la difficulté étoit de savoir à quelle hauteur se tiendroit le Mercure dans ce Barometre nouveau. On verra dans le Memoire de M. Amontons un expedient assés ingenieux qu'il imagina. Cela fait, il se trouva que le Mercure étoit dans le tuyau de fer 52 lignes plus bas que dans les tuyaux de verre ordinaires.

Ce tuyau ayant été laissé en experience comme un Barometre, le Mercure y baissa toûjours, mais lentement, c'est à dire qu'il en sortoit toûjours, desorte qu'au bout de 30 ou 31 heures, il n'y en restoit qu'à peu prés la onziéme partie de ce qu'il y en avoit eu immédiatement aprés le renversement. Peut-être y avoit-il dans ce canon quelque fente ou quelque ouverture imperceptible, par où l'air s'insinuoit toûjours; mais enfin on ne pouvoit attribuer à cette cause le peu de hauteur où s'étoit tenu le Mercure aussitôt aprés le renversement du tuyau, puisque les diminutions de hauteur qui suivirent ne se faisoient que dans de certains temps, & avec assés de lenteur.

M. Amontons qui avoit observé dans cette experience la durée des écoulemens du Mercure, & leur differente quantité en certains temps, avoit dessein de recommencer le tout plusieurs fois, & de voir si les écoulemens n'auroient pas été plus lents en hiver qu'en été, ce qui auroit pu avoir son usage par rapport à la Transpi-

ration, & fût peut-être devenu plus important que la premiere recherche, mais, ainsi que nous l'avons déja dit, il mourut, au milieu de tant d'entreprises, que l'on peut dire qui avoient besoin de lui.

Il ne faut donc pas encore trop conter sur l'experience du tuyau de fer qui n'a été faite qu'une fois. Peut-être même a-t'on supposé trop legérement que le fer fût plus poreux, & plus facilement pénetrable à l'air que le verre. Enfin plusieurs Academiciens ne convinrent point du Sistême de M. Amontons.

Ils soutenoient que l'experience du Barometre de M. le Chancelier étoit trop singuliere, pour devoir rendre suspectes une infinité d'experiences précedentes, dans lesquelles on avoit toûjours supposé qu'aucun verre ne laissoit passer aucune matiere capable de peser sur le Mercure. M. Homberg en particulier rapportoit tout le Phenomene à l'Esprit de vin dont le tuyau avoit été lavé. Plusieurs goutelettes de cette liqueur subtile s'étoient logées dans les pores du verre; d'où elles étoient sorties dans l'instant que le vuide s'étoit fait, & s'étant extrêmement rarefiées, avoient abaissé le Mercure. Il prétendoit que le tuyau ayant été lavé avec de l'eau on voyoit le même effet, & que des particules aqueuses se rarefioient de la même maniere, & devenoient vapeurs; & pour preuve de cela, si ces tuyaux aprés avoir été lavés étoient bien sechés au feu, le Mercure y reprenoit sa hauteur naturelle.

M. Amontons opposoit à ce raisonnement, qu'il étoit incroyable que quelques goutelettes d'Esprit de vin ou d'eau, extrêmement rarefiées, & par consequent extrêmement affoiblies quant à leur force de ressort, en eussent cependant une égale à 18 lignes de Mercure; qu'en inclinant ces tuyaux, où l'on prétendoit qu'étoient contenuës ces matieres rarefiées, & en faisant venir le Mercure jusqu'au haut, on auroit donc dû voir ces mêmes matieres recondensées par le poids du Mercure, former des bulles, pareilles à celles que forme l'air, pour peu qu'il

en soit resté dans le tuyau, & que cependant on ne voyoit rien de semblable; qu'afin que de l'air laissé dans le tuyau abbaissât le Mercure de 18 lignes, il en faloit laisser une quantité fort considerable, & entierement disproportionnée à celle de ces goutelettes, ausquelles on attribuoit le même effet. Enfin M. Amontons montroit deux tuyaux neufs, pris chés le sieur de Ville Emailleur, que l'on ne pouvoit soupçonner d'avoir jamais été lavés ni avec de l'Eau ni avec de l'Esprit de vin, & où le Mercure se tenoit 6 à 7 lignes plus bas que dans les autres Barometres. Ce qui est encore favorable au Sistême de M. Amontons, c'est que cette différence de hauteur diminuoit, à mesure qu'il les déchargeoit & rechargeoit de Mercure.

Que conclurre de tout cela? rien encore. L'Academie remet la décision aux experiences qu'elle fera, & peut-être en faudra-t'il une longue suite. Elle ne prétend pas ne faire au Public que l'Histoire de ses découvertes, elle croit lui devoir aussi celle de ses doutes; & elle verra avec une extrême satisfaction que ses doutes contribuent aux découvertes d'autrui.

SUR LES TUYAUX CAPILLAIRES.

UN Tuyau ouvert par les deux bouts, étant à demi plongé dans une liqueur, elle y entre, & s'y met au niveau du reste de sa surface, à moins que le Tuyau ne soit *Capillaire*, c'est-à-dire d'un fort petit diametre; alors il arrive ordinairement qu'elle monte au dessus de son niveau. Je dis ordinairement, car la liqueur peut être telle, & le Tuyau d'un si petit diametre, qu'elle demeurera au dessous, ou même n'entrera point du tout dans le tuyau. C'est ce qu'on a éprouvé avec du Mercure. Mais il ne s'agit maintenant que de l'élevation des liqueurs au dessus de leur niveau dans les Tuyaux Capillaires, le second cas viendra sans peine à la suite du premier.

V. les M. p. 241.

Cette élevation des liqueurs n'eſt point une exception peu importante de la regle générale, & la recherche des cauſes n'eſt point une vaine curioſité. Le corps humain eſt une Machine hydraulique, & dans le nombre preſque infini de tuyaux qui la compoſent, celui des Capillaires eſt ſans comparaiſon le plus grand, & c'eſt par conſequent la connoiſſance de cette eſpece de tuyaux qui nous intereſſe le plus.

Quelques Philoſophes ont prétendu que l'air n'exerçant pas librement l'action de ſa peſanteur ſur l'eau dans un Tuyau capillaire à cauſe de la petiteſſe de l'eſpace, l'Eau exterieure plus preſſée par le poids de l'air devoit faire monter celle qui répondoit à l'ouverture du Tuyau. D'autres ont cru qu'elle s'y ſoutenoit juſqu'à une certaine hauteur, en s'attachant, & en ſe colant, pour ainſi dire, aux parois interieures, & que le diametre étant ſuppoſé fort petit, il faloit regarder toute la colonne d'eau comme ſuſpenduë de cette maniere. Ces deux differentes cauſes ſont les ſeules que l'on ait imaginées, & même, à ce qu'il paroît, les ſeules que l'on ait pû imaginer.

M. Carré, aidé de M. Geoffroy, a cherché à décider entre-elles par un grand nombre d'experiences qu'il a faites ſur cette matiere. En voici deux qui ſemblent ne laiſſer plus aucun doute.

1. L'eau s'étant élevée au deſſus de ſon niveau dans un Tuyau capillaire, ſi enſuite on pompe l'air, auſſi exactement qu'il ſoit poſſible, elle ne redeſcend point, au contraire, elle s'éleve encore un peu.

2. Si l'on enduit de ſuif le dedans d'un Tuyau capillaire, l'eau ne s'y met que de niveau au reſte de ſa ſurface. Mais ſi ce Tuyau n'eſt enduit de ſuif que juſqu'à une hauteur moindre que celle où il eſt plongé dans l'eau, elle monte à ſon ordinaire au deſſus de ſon niveau, & s'il n'eſt enduit de ſuif que d'un côté, l'eau de ce côté-là ſe met de niveau, & monte au deſſus de l'autre côté.

Ce n'eſt donc pas l'inégalité de la preſſion de l'air qui cauſe l'élevation de l'eau, puiſque dans un lieu vuide

d'air cette élevation subsiste, & même augmente, & en même temps, il faut rapporter cet effet à l'adherence de l'eau aux parois interieures du Tuyau capillaire, puisqu'elle s'éleve dans la partie où l'on ne l'empêche pas.

Mais on doit bien remarquer ici que l'adhérence n'est pas une force mouvante, elle ne fait que donner lieu à une force mouvante d'exercer son action. Toutes les colonnes d'eau tendent par leur pesanteur à descendre, & à s'élever par consequent les unes les autres ; & ce n'est que l'égalité de leurs forces qui les met toutes de niveau. Si quelqu'une se trouve moins pesante que les autres, aussitôt elle doit être élevée, jusqu'à la hauteur necessaire pour l'équilibre. Quand on met sur la surface de l'eau contenuë dans un vaisseau un Tuyau capillaire, les gouttes d'eau comprises dans son ouverture s'attachent au dedans du petit cercle qui la forme, en sont soutenuës en partie, & par consequent d'autant moins pesantes par rapport à toute l'eau exterieure qui pese librement sur le fond du vaisseau. La colonne d'eau à laquelle apartiennent ces gouttes ainsi soutenuës, c'est à dire la colonne qui répond à l'ouverture du Tuyau capillaire, est donc dans son tout plus legere, ou, pour parler plus précisément, exerce moins sa pesanteur sur le fond du vaisseau, que les autres colonnes dont elle est environnée, & par consequent elles la doivent élever dans le Tuyau capillaire jusqu'à une hauteur où elle regagnera par une plus grande quantité d'eau ce qu'elle perd par être en partie soutenuë. Ce raisonnement que M. Carré a tiré des loix de la Mechanique, & qui seul met dans son jour le Sistême de l'adhérence de l'eau, le lui rend en quelque sorte particulier, parce que ceux qui l'ont imaginé avant lui, n'avoient pas été jusque-là, & que faute de cette explication, leur opinion, quoique vraye, pouvoit être aisément combatuë, & même détruite. Il ne suffit pas d'être dans le vrai, il faut y être arrivé par le vrai chemin.

Il suit manifestement de cette Mechanique, que plus le tuyau est d'un petit diametre, ou plus il est plongé dans

l'eau, plus l'eau s'y doit élever. Dans le premier cas, un tuyau d'un petit diametre a plus de surface à proportion, & par consequent un plus grand nombre de gouttes d'eau sont soutenuës par ses parois interieures, & d'ailleurs les gouttes du milieu sont d'autant plus soutenuës par celles que les parois soutiennent, qu'elles sont en plus petite quantité, ou, ce qui est la même chose, que le tuyau est plus étroit. Dans le second cas, une plus grande partie de la colonne d'eau qui entre dans le tuyau est soutenuë. Ce cas-là seroit inexpliquable par l'inégalité de la pression de l'air.

Ce n'est pas cependant que l'air n'entre jamais pour rien dans ces sortes de phenomenes. Si l'eau élevée dans un tuyau capillaire, s'éleve encore une ligne de plus, lorsqu'elle est transportée dans le vuide, cet effet vient de l'air contenu dans l'eau, & qui soulagé du poids de l'air exterieur s'étend un peu, & souleve l'eau où il demeure enfermé.

De même, si l'on retire de l'eau un Tuyau capillaire où l'eau ne se soit pas élevée autant qu'elle auroit fait, si on l'avoit plongé, elle n'en sort point, & y demeure suspenduë, parce que le peu de pesanteur qu'elle a & par sa petite quantité, & par l'appui que lui donnent les parois du Tuyau, n'est pas capable de vaincre la resistance que l'air apporte à sa division, ou, si l'on veut, la pression par laquelle il repousse en enhaut les corps plus legers que lui.

Cette resistance des liqueurs à leur division fait que le Mercure ne monte pas même au niveau dans les tuyaux extrêmement étroits que l'on y plonge.

M. Carré en faisant les experiences des Tuyaux capillaires avec un grand nombre de liqueurs differentes, a trouvé que l'eau est celle qui s'éleve le plus haut, non pas qu'elle soit plus aisément divisible que toutes les autres, car il ne paroît pas qu'elles le doive être plus que l'Esprit de vin, mais parce que les surfaces de ses petites parties sont d'une telle configuration, qu'elles touchent

en

en un plus grand nombre de points la ſurface du verre.

C'eſt cette conformité & cette homogeneïté des ſurfaces qui fait une plus grande facilité, & même une plus grande force de l'adhérence. Et comme les parties de l'eau ont encore plus d'homogeneïté entre-elles qu'avec celles du verre, l'eau s'unit plus aiſément à l'eau, & de-là vient que dans un Tuyau capillaire mouïllé en dedans avant l'experience, l'eau s'éleve davantage.

Par la même raiſon, ſi l'on approche d'une goutte d'eau poſée ſur un plan, l'extrêmité inferieure d'un tuyau capillaire où l'eau demeure ſuſpenduë, quoiqu'on l'ait retiré du vaiſſeau, ainſi que nous l'avons dit, on voit l'eau du tuyau qui deſcend un peu, ſi elle étoit à une grande hauteur, ou qui s'éleve un peu, ſi elle n'étoit qu'à une hauteur mediocre. C'eſt qu'alors l'eau du plan s'uniſſant à celle du tuyau, & ne faiſant plus avec elle qu'une même colonne, elle la rend trop peſante, ſi cette eau ſuſpenduë étoit ſur le point de n'être plus en équilibre avec la preſſion de l'air, ou bien dans le cas opposé, elle eſt pouſſée en enhaut avec elle.

Par la facilité que les parties d'une même liqueur ont à s'unir, M. Carré explique pourquoi un filtre imbibé de vin, & un autre imbibé d'huile, ſeparent du vin & de l'huile mêlés enſemble le mieux qu'il eſt poſſible, chacun n'attirant que la liqueur dont il a été imbibé.

De-là s'enſuivra, ſi l'on veut, une explication aſſés ſimple & aſſés naturelle des filtrations du corps. Puiſque ſelon la plus ſaine Philoſophie, il faut ſuppoſer que tous les corps organiſés ont été formés immediatement par les mains du ſouverain Ouvrier, long-temps avant ce qu'on appelle leur naiſſance, il n'y a qu'à ſuppoſer auſſi que les filtres de ces machines imperceptibles ont été dés cette premiere formation abreuvés des liqueurs qu'ils devoient ſeparer. Ce n'eſt point là faire entrer Dieu mal à propos dans la Phiſique, c'eſt ramener la Phiſique à ſa premiere ſource.

SUR UN NOUVEL INSTRUMENT
APPELLÉ MANOMETRE.

V. les M. p. 300.

DE toutes les nouvelles Machines que la Philosophie moderne a entre les mains, & qu'elle employe à ses recherches, il n'y en a peut-être aucune qui ait produit plus d'experiences utiles & curieuses, &, pour tout dire, plus de veritès, que la Machine du Vuide. On ne sauroit donc trop en perfectionner l'usage, ni trop s'appliquer à rendre plus sûres & plus exactes les connoissances qu'on en peut tirer. Comme il reste toûjours de l'air dans le *Recipient* ou *Balon* de cette Machine, & qu'il ne faut pas conter sur un Vuide parfait, mais seulement sur un air beaucoup plus rarefié que celui que nous respirons, il est quelquefois important de savoir le dégré de cette rarefaction, & M. Varignon en donna la Regle generale dans les Memoires de l'Academie imprimés en 1693. Les capacités de la *Pompe* & du Balon étant connuës d'un côté, & de l'autre le nombre des coups de pompe qu'on avoit donnés pour vuider l'air, il déterminoit geometriquement le rapport de la rarefaction de l'air resté dans la Machine à celle de l'air de dehors. Si, par exemple, un Animal meurt dans la Machine, on sait par-là à quel coup de pompe, & par consequent à quel dégré de rarefaction, l'air qu'il respiroit auparavant cesse d'être respirable pour lui, & propre à entretenir sa vie.

Mais il faut bien prendre garde que l'on n'a cette connoissance que pour le temps & pour le moment, où l'experience a été faite. L'air que respiroit cet Animal a cessé d'être respirable à un certain dégré de rarefaction, mais comme la rarefaction de l'air qui nous environne varie incessamment & par l'inégalité de chaleur, & par celle du poids de l'Atmosphére, le même Animal pris dans un au-

tre temps auroit peut-être ſoutenu un plus grand nombre de coups de pompe ſans mourir, ou n'en auroit pas tant ſoutenu, parce qu'on auroit enfermé d'abord avec lui dans la Machine un air qui de lui-même auroit été plus ou moins rarefié, & qui par conſequent auroit demandé plus ou moins de coups de pompe pour venir à un certain degré de rarefaction determiné. Et ſi, comme il eſt fort aiſé que cela arrive, l'experience rouloit ſur quelque choſe de plus délicat que la vie d'un Animal, cette obſervation ſeroit encore plus neceſſaire.

Il faudroit alors un Inſtrument qui meſurât les differens degrés de la rarefaction de l'air en differents temps, & l'on ſauroit non ſeulement combien l'air *primitif* enfermé dans la Machine auroit été rarefié par un certain nombre de coups de pompe, mais encore de combien un air primitif qu'on y auroit enfermé dans un certain temps, auroit été plus ou moins rarefié de lui-même, que celui qu'on y auroit enfermé en un autre temps, ce qui donneroit le moyen de comparer trés-exactement les experiences qui auroient beſoin de cette précision.

Le Barometre & le Thermometre marquent tous deux les differents degrés de la rarefaction de l'air, l'un ceux qui viennent de la variation du poids de l'Atmoſphere, l'autre ceux qui viennent de la variation du chaud, mais ces deux cauſes agiſſant toûjours enſemble, & ſe modifiant l'une l'autre, ſoit qu'elles conſpirent au même effet, ſoit qu'elles ſe combattent, mettent l'air dans un degré de rarefaction qui n'eſt ni celui que marque le Barometre, ni celui que marque le Thermometre. Ces deux Inſtruments ont leurs fonctions ſeparées, & d'autant plus ſeparées qu'ils ſont plus excellents, & pour les veuës qui viennent d'être expoſées on auroit beſoin d'un troiſiéme Inſtrument qui eût les deux fonctions à la fois, & qui marquât le degré de la rarefaction de l'air, tel que le produiſent à chaque moment les deux cauſes differentes, qui ont part à cet effet.

C'eſt cet Inſtrument que M. Varignon a imaginé, &

qu'il a appellé *Manometre*, c'eſt à dire, Meſure de la rarefaction. Voici les principes ſur leſquels il eſt conſtruit.

Que l'on conçoive un Tuyau de verre recourbé par embas qui ait ſes deux branches de telle longueur qu'on voudra, & toutes deux ouvertes ; ſi l'on verſe par l'autre quelque liqueur qui ne faſſe que remplir la partie inferieure des deux branches, il eſt viſible qu'elle ſe mettra de niveau. Si enſuite on ſcelle hermetiquement une des deux branches, l'air qui y demeurera enfermé ſera preciſément au même degré de rarefaction que l'air exterieur du lieu où cette operation a été faite.

Maintenant ſi l'on ſuppoſe que dans ce même lieu le poids de l'Atmoſphere vienne à augmenter, l'air qui peſe ſur la branche ouverte devenu plus fort que celui qui eſt enfermé dans la branche ſcellée, fera baiſſer la liqueur dans la branche ouverte, la fera monter dans l'autre, & par conſequent en condenſera l'air, mais il ne le mettra pas au même degré de condenſation où il eſt lui-même, car l'air exterieur porte ſeul tout le poids de l'Atmoſphére, & l'air enfermé ne le porte qu'avec le ſecours, pour ainſi dire, de la quantité de liqueur qui eſt montée dans ſa branche au deſſus du niveau. Il s'en faut donc le poids de cette quantité de liqueur que l'air enfermé ne ſoit auſſi condenſé que l'air exterieur ; ſans cela l'un auroit marqué préciſément le changement arrivé à l'autre.

Pour remedier à cette difference, ou plutôt pour la prévenir, il ne faut qu'imaginer que la branche ſcellée, n'eſt plus droite ni verticale, mais repliée en zic-zac. La liqueur y paſſera toûjours par la même cauſe qui l'y faiſoit paſſer, mais elle ne montera preſque pas à cauſe de l'obliquité des parties ou plis du zic-zac, & ces plis peuvent être ſi obliques, & d'ailleurs ſi ſerrés les uns contre les autres, qu'en quelque quantité que la liqueur vienne, elle ne s'élevera que d'une hauteur inſenſible, & qui pourra n'être contée pour rien. Or ce n'étoit que par ſa hauteur verticale que la liqueur aidoit à l'air enfermé à porter le poids de l'Atmoſphere ; parconſequent

l'air enfermé étant alors seul à porter ce poids, il sera au même degré de condensation que l'air exterieur, & representera le changement qui lui est arrivé. Il est bon de remarquer qu'afin que l'air enfermé soit au même degré de condensation que l'air exterieur, il faut qu'il soit plus condensé qu'il ne l'étoit dans le cas de la branche droite, & par consequent que dans le cas de la branche en zic-zac, il y doit passer une plus grande quantité de liqueur qui reduise en un moindre espace l'air enfermé. En effet, il est visible qu'avec une même augmentation de force l'air exterieur doit faire passer plus de liqueur dans la branche scellée, quand cette liqueur ne s'éleve plus, & par consequent n'agit plus contre lui par son poids.

On ne doit point avoir de scrupule sur cette élevation insensible qui est negligée. Il faut 32 ou 33 pieds d'eau pour contrebalancer le poids de l'Atmosphére, & sur ce pied-là dans un zic-zac qui auroit un pouce de hauteur, l'eau élevée à la plus grande hauteur possible n'égaleroit qu'à peu prés la 400me partie du poids de l'Atmosphere, & on ne negligeroit que cette 400me partie, quand on negligeroit le plus qui se puisse negliger, ce qui arrive trés-rarement. D'ailleurs comme on employe ordinairement l'Esprit de vin qui est beaucoup plus leger que l'eau, l'erreur sera encore moindre.

Le tuyau étant tel qu'il étoit d'abord, si au lieu qu'on a supposé que le poids de l'Atmosphere étoit venu à augmenter, on suppose presentement qu'il soit diminué, l'air enfermé plus fort que l'air exterieur fera descendre la liqueur dans sa branche & la fera monter dans l'autre, & par consequent se rarefiera aussi-bien que l'air exterieur, mais non pas autant; car outre la colonne de l'Atmosphere qui est le seul poids que l'air exterieur porte, l'air enfermé aura encore à soutenir le poids de la quantité de liqueur montée au dessus du niveau dans la branche ouverte. L'air enfermé sera donc d'autant plus éloigné du degré de rarefaction de l'air exterieur, que cette hauteur de la liqueur sera plus grande, & par consequent on ra-

menera ces deux airs au même degré de rarefaction, si l'on peut faire que cette hauteur devienne nulle, ou du moins insensible. Or c'est ce qui est trés-aisé; il faut seulement que la branche ouverte devienne une grosse boule, dans laquelle une grande quantité de liqueur pourra passer, presque sans s'élever.

On voit assés qu'il est indifferent pour cet effet que l'autre branche soit droite, ou repliée en zic-zac, & par consequent voilà la figure du tuyau de M. Varignon déterminée quant aux variations de la rarefaction de l'air causées par le poids de l'Atmosphere. La branche fermée sera en zic-zac & de la moindre hauteur possible, la branche ouverte se terminera en une grosse boule.

Il ne faut plus qu'appliquer de semblables raisonnements aux variations de la rarefaction de l'air causées par l'inégalité de la chaleur. Supposons encore le tuyau à deux branches droites. Si l'air enfermé se rarefie par l'augmentation de la chaleur, il prend cette nouvelle extension en s'appuyant sur le bout fermé du tuyau, & par consequent il fait descendre dans cette branche & monter dans l'autre la liqueur qui auparavant étoit de niveau. Il est encore à remarquer que cette liqueur, se rarefiant aussi par la chaleur, se rarefiera toûjours & beaucoup moins, & moins promptement que l'air, quelle qu'elle puisse être, que d'ailleurs elle ne prendra sa nouvelle extension que du côté de la branche ouverte, parce qu'elle trouvera de ce côté-là moins de resistance, & que par consequent l'air enfermé se rarefiera autant que l'augmentation de la chaleur le demandera, c'est à dire autant que l'air exterieur. Mais la liqueur montée au dessus du niveau dans la branche ouverte seroit un nouveau poids que l'air enfermé auroit à soutenir outre celui de l'Atmosphere, & qui le recondenseroit jusqu'à un certain point. Il faut donc que la branche ouverte devienne une grosse boule, moyennant quoi l'air enfermé & l'air exterieur sont au même degré de rarefaction. De même, si l'air enfermé se condense par la diminution de la chaleur, il ne peut à

cause du bout fermé du tuyau se resserrer, & se retirer, pour ainsi dire, que de bas en haut. Au contraire l'air exterieur qui se condense aussi en même-temps se resserre de haut en bas, parce qu'il s'appuye sur la terre, & par consequent la liqueur qui étoit de niveau descend dans la branche ouverte, & monte dans l'autre. Mais sa hauteur au dessus du niveau dans la branche scellée aideroit à l'air enfermé à soutenir le poids de l'Atmosphere, & il seroit un peu moins condensé que l'air exterieur. Il faut donc pour l'amener au même degré de condensation que la branche scellée soit en zic zac.

Les deux causes differentes de la variation des rarefactions de l'air s'accordent donc à demander la même figure dans le Manometre. En vertu de cette figure, l'air qu'on y aura enfermé dans le temps de sa construction sera toûjours rarefié ou condensé au même degré que celui du lieu où il sera, & les differens espaces qu'on verra occuper à l'air du Manometre seront la mesure de tous les changements qui arriveront à la rarefaction de cet air exterieur. Il est évident que l'espace qu'occupoit l'air du Manometre au temps de sa construction a dû être marqué sur l'Instrument, & que c'est à ce premier espace que l'on doit ensuite comparer tous les autres.

Si ce même Manometre est transporté dans un autre lieu que celui où il a été construit, il marquera de combien l'air du second lieu sera plus ou moins rarefié que l'air du premier, lorsqu'il y étoit.

Mais si l'on veut comparer les differents degrés de rarefaction où est en même-temps l'air de differents lieux, il faut qu'il y ait un Manometre dans chacun, & que les deux Manometres ayent été construits dans l'un de ces deux lieux. Il seroit plus commode qu'ils l'eussent été aussi en même-temps, mais il n'y a pas de necessité, parce que deux Manometres étant construits dans un même lieu en differents temps, il sera aisé de trouver le rapport des deux differents états de l'air. Ce moyen que le Manometre de M. Varignon fournit de comparer l'air de diffe-

rents lieux dans un même temps, est la plus utile conséquence de sa découverte. Si on veut repeter à Paris, par exemple, certaines expériences délicates qui auront été faites à Londres & qui auront rapport à la rarefaction de l'air, il sera fort avantageux de savoir quel sera dans le temps des experiences le rapport des densités de l'air de ces deux Villes. Sans cela, on auroit peut-être été fort étonné de voir que ce qui auroit reüssi à Londres ne reüssiroit pas à Paris, & avec cette connoissance, on pourra suppléer à la difference de la densité d'air.

Sans avoir à Paris & à Londres deux Manometres, qui ayent été construits tous deux à Paris, par exemple, on peut arriver à la même connoissance avec deux Manometres dont l'un aura été construit à Paris, l'autre à Londres, pourveu seulement que l'on transporte l'un des deux dans l'autre lieu. M. Varignon donne le calcul qu'il faut faire en ce cas-là, mais parce que ce transport n'est guere pratiquable, nous renvoyons cela au Memoire de l'Auteur, comme une curiosité, & un exemple d'un calcul assés fin. Nous y renvoyons aussi quelques observations, & quelques délicatesses qui regardent la construction de l'Instrument.

SUR LES DIFFERENTES HAUTEURS DE LA SEINE EN DIFFERENTS TEMPS.

TOUT est à observer, & l'obscurité de la Phisique ne vient peut-être pas plus de ce que les causes sont cachées, que de ce que les effets même sont encore inconnus. M. Amontons avoit commencé à faire observer les hauteurs de la Seine en differents temps par un de ses amis, à qui la situation de sa maison en donnoit la commodité. Cet ami, observateur exact & habile, avoit pris

pris un point fixe sur le Massif du Pont-neuf qui porte la statuë equestre de Henri IV. De-là, il contoit jour par jour les élevations ou les abaissements de la Seine sur une graduation immobile qu'il y avoit posée, & qu'il voyoit avec une Lunette. M. Amontons ayant le Journal de ces observations depuis le 14 Septembre 1703. jusqu'au dernier Decembre 1704, les reduisit de la maniere suivante.

Il partagea tout en élevations & en descentes de l'eau, marquant d'abord, par exemple, combien de jours l'eau s'étoit élevée depuis le commencement des observations, & de combien elle s'étoit élevée; ensuite combien de jours elle avoit baissé, & de combien; aprés cela combien de jours elle avoit recommencé à monter, & toûjours ainsi de suite.

Par le simple Journal des observations on voyoit en quel temps de l'année l'eau avoit été la plus haute, ou la plus basse, de combien elle l'avoit été une année plus que l'autre &c. & par ce partage des observations en élevations & en descentes de l'eau, on voyoit le nombre des élevations & des descentes de chaque année, leur durée, leur grandeur, & tous leurs rapports selon ces differens égards.

Par exemple, M. Amontons trouvoit que depuis le 14 Septembre 1703 jusqu'au 10 Février 1704, il y avoit eu 8 élevations qui toutes ensemble faisoient 223 pouces, & avoient duré 77 jours, que depuis le 10. Février 1704 jusqu'au 18 Septembre suivant il y avoit eu 8 autres élevations qui n'avoient fait que 163 pouces, & avoient duré 70 jours, d'où il concluoit que les pluyes qui contribuënt à grossir la Seine avoient été beaucoup plus précipitées & s'étoient suivies de plus prés depuis l'Equinoxe d'Autonne 1703 jusqu'à celui du Printemps 1704, que depuis ce dernier Equinoxe jusqu'à celui d'Autonne suivant, puisque la somme des premieres élevations étoit presque double de celle des autres, & que cependant les temps étoient presque égaux.

Pour les differentes descentes de l'eau dans ces mêmes temps, il se trouvoit que leur grandeur ou quanti-

té avoit plus de proportion avec leur durée, d'où l'on peut conclure que les eaux ne baissant pas aussi promptement qu'elles montent, il est vraisemblable que les Rivieres dans le temps qu'elles sont grosses poussent dans la terre des eaux qui leur reviennent ensuite, & servent à les entretenir.

Nous ne donnons ici ces pensées que comme un échantillon des consequences qu'on pourroit tirer d'un nombre suffisant d'observations exactes sur la hauteur des Rivieres en differents temps. Nous esperons que ceux qui seront à portée de les faire, & qui auront du goût pour l'avancement de la Phisique, seront invités par là à s'en donner la peine.

DIVERSES OBSERVATIONS

DE PHISIQUE GENERALE.

I.

LEs matieres qu'on expose au Miroir ardent du Palais Royal ne peuvent être mises que dans un gros charbon creusé parce que tout autre vaisseau ou se fondroit ou se casseroit à un si grand feu. Mais M. Homberg a observé qu'il faut que ce charbon soit de bois vert, & non pas de bois sec. Celui-ci est tout crevassé, à cause que quand on l'a fait la flame a passé au travers du bois trop rapidement, & en trop grande quantité, & par consequent il est peu propre à contenir des matieres en fusion & que l'on veut conserver.

II.

Le P. Laval Jesuite qui est à Marseille, & M^rs. de Plantade & Clapiés qui sont à Montpellier envoyerent à M. Cassini, avec diverses Observations Astronomiques, la relation d'un Phenomene lumineux qui avoit été veu le 26. Dec. 1704. à $5^h\ 30'$ du soir à Marseille, & à $5^h \frac{1}{4}$ à Montpellier. On ne pouvoit douter par les circonstances

des deux relations que ce ne fût le même. A Marseille où il fut mieux observé, le P. Laval vit une Poutre fort lumineuse, poussée de l'Est à l'Oüest assés lentement. Le vent étoit à l'Est. Elle partit d'auprés de Venus, au moins à en juger par la veüe, & alla jusqu'à la Mer où elle se plongea, tout au plus à deux lieües au large. On avoit veu auparavant à Marseille, ou aux enviros, deux Poutres semblables, & ayant le même mouvement. A Montpellier, on vit à l'heure marquée un globe de feu tomber à quelque distance de la Ville. L'air étoit alors fort serain, & fort calme, & une couleur jaune trés-foible teignoit tout le Couchant à la hauteur de plus de 10. degrés.

III.

M. Lémery a appris de M. Delisle Maître Apoticaire à Angers, que les meilleurs vins d'Anjou faits en 1704 avoient eu 15 jours ou un mois aprés avoir été vendangés une odeur de corne brûlée, qui n'avoit fait qu'augmenter avec le temps. Ils en retenoient toûjours beaucoup, quoi qu'on les changeât de tonneau.

IV.

Le même M. Delisle a trouvé en Anjou dans une carriere peu profonde, fort éloignée des rivieres & des étangs, de ces prétenduës Langues de Serpent petrifiées que l'on trouve à Malte, & qui sont en effet des dents du poisson Carcharias petrifiées.

Il a trouvé aussi dans une carriere dont la pierre est fort tendre & se durcit ensuite à l'air, une infinité de petites figures de Coquille, qui dans quelques endroits n'avoient que les premiers traits, & n'étoient que comme des Embrions, dans d'autres étoient plus formées, & dans d'autres parfaites.

On peut rejoindre à ces observations ce qui a été dit sur la même matiere dans l'Hist. de 1703.*

* p. 22. & suiv.

V

M. Dodart ayant reçû de M. Lippi Licentié en Medecine de la Faculté de Paris, qui fait le voyage d'Ethiopie avec M. du Roule Envoyé du Roi, une lettre dattée de Siout dans la haute Egipte du 5 Sept. 1704. & qui contenoit un fait singulier, en fit part à la Compagnie. M. Lippi trouva sur les Montagnes de Siout à l'entrée d'une vaste caverne un corps veritablement pierre, de figure irréguliere, mais tout poreux, qu'il eut la curiosité d'ouvrir. Il fut fort surpris de le voir tout partagé en cellules ovales de 3 lignes de large, & de 4 lignes de long, posées en tout sens les unes à l'égard des autres, ne communiquant nullement ensemble, tapissées toutes en dedans d'une membrane fort délicate, &, ce qui est le plus merveilleux, renfermant chacune ou un Ver, ou une Féve, ou une Mouche parfaitement semblable à une Abeille. Les Vers étoient fort durs & fort solides, & pouvoient passer pour petrifiés; ni les Féves ni les Mouches ne l'étoient, mais seulement desséchées, & bien conservées comme d'anciennes Momies. Souvent les Mouches avoient sous elles de petits grains ovales, qui paroissoient des Oeufs. Il y avoit au fond de quantité de cellules un suc épaissi, noirâtre, trés dur, qui paroissoit rouge à contre jour, fort doux, qui rendoit la salive jaune, & s'enflamoit comme une resine. C'étoit en un mot de veritable Miel. Qui se fût attendu à trouver du Miel dans le sein d'une Pierre?

M. Lippi conçût que c'étoit-là une Ruche naturelle, qui avoit été d'abord formée d'une terre peu liée, legere, sablonneuse, & qui ensuite s'étoit petrifiée par quelque accident particulier. Les animaux qui l'habitoient avoient été surpris par la petrification, & comme fixés dans l'état où ils se trouvoient alors. Leur mucosité desséchée avoit formé la membrane qui tapissoit les cellules. Dans le temps que la Ruche étoit encore molle, les Vers, & les Mouches en sortoient pour chercher leur nourriture, & les Mouches y faisoient leur miel.

En cherchant dans ce même lieu de nouveaux éclairciſſements ſur ce fait, M. Lippi trouva en pluſieurs endroits des commencements d'une pareille Ruche. C'en étoit comme la premiere couche, formée de quantité de petites cellules qui la pluſpart étoient ouvertes, & contenoient l'Animal ſoit en Ver, ſoit en Féve, ſoit en Mouche, mais deſſeché & trés-dur, auſſibien qne ces Ruches commencées. De plus, ſur une de ces premieres couches, il en vit une ſeconde compoſée par un amas de petites boſſes, d'environ 5 lignes de hauteur, & d'un pouce de diametre à leur Baſe. Elles étoient grumeleuſes, faciles à reduire en poudre, & reſſembloient aſſés en petit à celles que font les Taupes en remuant la terre. M. Lippi les ouvroit en les frapant aſſés legerement, & il y trouvoit toûjours 2 ou 3 cellules ovales, remplies d'un Ver jaune, & plein de ſuc, qui les occupoit entieres.

Il eſt aiſé de concevoir que ſur une premiere couche une fois formée, il s'en forme pluſieurs autres, qui font toute la Ruche. Mais comment ces couches ſe forment-elles? d'où vient la terre dont elles ſont faites? l'Animal l'apporte-t'il là? & comment l'apporte-t'il, & en ſi grande quantité? On ne le ſait point encore. Le temps ſeul peut amener ces ſortes de connoiſſances.

VI.

M. Homberg a dit qu'en diſtillant de l'Eſprit de vin, les goutes qui tombent du b·e de l'Alembic d'environ un pied & demi de haut ſur la liqueur déja diſtillée, y roulent comme des pois ſur une table, que plus elles tombent de haut mieux elles roulent, deſorte que ſi elles ne tomboient que d'un pouce, cela n'arriveroit point, qu'elles roulent encore d'autant mieux qu'elles ſont plus chaudes, & qu'enfin ſi c'étoit de l'eau au lieu d'Eſprit de vin, l'experience ne reüſſiroit jamais. Il prétend que les liqueurs ſulphureuſes étant de toutes parts penetrées de la matiere de la lumiere, & en étant heriſſées dans toute leur ſuperficie, & cela d'autant plus qu'elles ſont plus chaudes, ou que par une plus longue chute elles en ont ramaſſé une plus grande quantité dans l'air, cette matiere fait

l'effet d'une infinité de petites pointes qui ſortent en dehors, ſoutiennent les gouttes de ces liqueurs, & les font rouler. Ce petit Siſtême ſe rapporte à celui qu'on a veu du même M. Homberg ſur la chaleur des vaiſſeaux dans l'Hiſt. de 1703. *

* p. 24 & 25.

VII.

Quelqu'un ayant demandé, ſi pour empêcher l'eau de ſe gâter dans les voyages de long cours, on ne la pourroit pas ſouffrer comme le vin, M. Homberg répondit que le vin ne ſe conſervoit de cette maniere, que parce que les acides qu'il a naturellement n'étant pas en aſſés grande quantité par rapport aux autres principes, tous ſes principes ſe deſuniſſoient facilement par la fermentation que cauſoit la chaleur des climats par où l'on paſſoit, ou le ſimple mouvement du voyage, aprés quoi le vin n'étoit plus vin, & que le ſouffre lui donnoit de nouveaux acides, qui rendoient la doſe de ce principe ſuffiſante; mais que cela ne pouvoit avoir de lieu pour l'eau, qui ne ſe gâte que par quelques matieres étrangeres, qui y ſont meſlées, & qui fermentent, ou que par des œufs de Vers qui écloſent, ſoit que ces œufs fuſſent dans l'eau même, ou dans le bois des vaiſſeaux. Il faudroit pour ce dernier cas une matiere qui les empêchât d'éclorre ſans gâter l'eau.

VIII.

A cette occaſion, M. Homberg ajoûta qu'une perſonne de qualité en Provence, ne ſachant comment faire pour avoir du parquet, que les Vers ne lui mangeaſſent pas en peu d'années, ainſi qu'il arrive en ce païs-là, il lui avoit conſeillé de tremper ſon parquet dans de l'eau, où l'on auroit meſlé du ſublimé corroſif, ce qui avoit trés-bien réüſſi.

IX.

M. de Plantade écrivit à M. Caſſini une relation de l'exceſſive chaleur que l'on avoit ſentie cet Eté à Mont-

pellier, sur tout le 30 Juillet. Il n'y avoit point de memoire de rien d'approchant. L'air fut ce jour-là presque aussi brûlant que celui qui sort des fours d'une Verrerie, & on ne trouva point d'autre asile que les caves. En plusieurs endroits on fit cuire des œufs au soleil. Les Thermometres de M. Hubin casserent par la liqueur qui monta jusqu'au haut. Un Thermometre de M. Amontons, qu'avoit M. de Plantade, quoiqu'il fût dans un lieu où l'air n'entroit pas librement, monta fort prés du dégré où le suif doit se fondre. La plus grande partie des Vignes furent brûlées en ce seul jour, ce qui n'étoit jamais arrivé en ce païs-là. M^rs. les Astronomes de Montpellier remarquerent que durant cet Eté si ardent les Pendules avancerent beaucoup.

A Paris le 6 Aoust fut beaucoup plus chaud que le 30 Juillet. Un Thermometre de M. Hubin, dont M. Cassini se servoit depuis 36 ans cassa sur les deux heures, desorte qu'il est certain que depuis 36 ans pour le moins, il n'avoit fait un si grand chaud à Paris.

X.

Qui ne croiroit que dans les grandes chaleurs de ce même Eté le Miroir ardent du Palais Royal auroit dû faire de plus grands effets qu'en tout autre temps? c'est tout le contraire, & certainement on ne l'eût deviné par aucun Sistême. M. Homberg a veu que les rayons du Soleil reünis par le Miroir n'avoient presque aucune force, tandis que les seuls rayons directs embrasoient l'air. La raison qu'il imagine d'un Phenomene si surprenant, c'est que la grande chaleur éleve de la terre une infinité d'exhalaisons sulphureuses, & que ces matieres, par l'homogeneité qu'elles ont, selon le Sistême de M. Homberg, avec celle de la lumiere, embarassent, arrêtent, & en quelque sorte absorbent les rayons, soit qu'elles en interceptent absolument une partie, & les empêchent de tomber sur le miroir, soit qu'elles fassent à leur égard le même effet qu'un fourreau à l'égard d'une épée, & qu'elles leur ôtent

par-là leur extrême subtilité, necessaire pour inciser promptement les corps durs. Cette conjecture est confirmée par une experience qu'a faite M. Homberg. Il a mis entre le Miroir & le foyer un Rechaut plein de charbon allumé, desorte que les rayons qui alloient au foyer traversoient la vapeur de ce charbon, & il a veu que le Miroir en étoit considerablement affoibli. Voilà l'image de ce qui se passe dans les grandes chaleurs, ou plutôt, la chose même en petit. Aussi M. Homberg a-t'il toûjours observé, même dans les chaleurs mediocres & ordinaires, que quand le Soleil a été découvert plusieurs jours de suite, l'effet du Miroir n'est pas si grand, que quand le Soleil vient à se découvrir immediatement aprés une grande pluye. C'est que cette pluye a précipité les matieres sulphureuses, & nettoyé l'air. Le tremblement de la lumiere qu'on a toûjours observé par les grandes Lunettes, & qui dans de fort grands Gnomons rend le terme de l'ombre incertain, s'explique fort naturellement, par le Sistême de M. Homberg, & en est une nouvelle preuve.

Sur cela on peut faire refléxion que le Miroir ardent qui est un nouveau fourneau pour les Chimistes, infiniment superieur aux fourneaux anciens & ordinaires, a cette incommodité qu'on ne le peut employer que rarement, du moins dans toute sa force. Il faut que ce soit en Eté, depuis 9 heures jusqu'à 3, il faut que le Soleil soit découvert, & qu'il ne passe aucuns nuages pendant tout le temps des operations, il faut des jours mediocrement chauds, & qui n'ayent pas été précedés de plusieurs jours de secheresse. Il y a telle année où à peine se trouve-t'il huit jours bien conditionnés.

V. les M. p. 1. & 5.

NOus renvoyons aux Memoires le Journal des observations de M. de la Hire, ausquelles il compara celles que M. le Baron de Pontbriand a faites de la quantité d'eau de pluye tombée dans son Château de Pontbriand

briand en Bretagne, & qui furent communiquées à l'Academie par M. du Torar.

Des Experiences communiquées par M. Carré sur la Refraction des balles de Mousquet dans l'eau. V. les M. p. 111.

Des observations de M. de la Hire le fils sur le Barometre. V. les M. p. 216.

Une Experience du même sur la chaleur des rayons de la Lune. V. les M. p. 346.

MOnsieur le Marquis de Bonnac Envoyé Extraordinaire de France auprés du Roi de Suëde, ayant veu dans une terre que M. Grata Général des Postes de Prusse a prés de Dantzic, de l'Ambre jaune fossile de même nature que celui qui se trouve sur le bord de la Mer, il commença à faire plus d'attention à ce Mixte qu'il n'en avoit encore fait, & à douter qu'il se formât de l'écume de la Mer comme on le croit communément. M. le Cardinal Primat de Pologne avec qui il étoit, eut la même curiosité, & lui dit qu'il seroit bon de savoir sur cela le sentiment de l'Academie des Sciences. M. de Bonnac écrivit à Paris, & aussitôt l'Academie songea à rassembler toutes les connoissances qu'elle pouvoit avoir sur cette matiere. Aprés qu'elle eut fait ce qui étoit en son pouvoir, elle en envoya le resultat à M. le Marquis de Bonnac dans le Memoire suivant.

MEMOIRE

SUR L'AMBRE JAUNE.

Comme l'Ambre jaune le plus beau vient des deux Prusses, & qu'il en vient en plus grande quantité que d'aucun autre Païs, l'Academie Royale des Sciences est moins instruite sur ce sujet, que ne peuvent l'être ceux qui lui font l'honneur de la consulter. Cependant elle dira ce qu'elle en sait par elle-même, & y ajoûtera ses reflexions. Elle n'ira point chercher

dans les Auteurs ce qu'ils en ont écrit, persuadée que ces Auteurs sont connus, & que ce n'est pas une compilation qu'on lui demande.

Mr. Cassini & Maraldi étant allés en 1700. *dans les Provinces Meridionales de la France pour y travailler à la prolongation de la Meridienne de Paris, ils trouverent des Mines de Jais ou Jayet, & une espece d'Ambre jaune dans une Montagne de Languedoc appellée Bugarach, qui est éloignée de la Mer de* 27600. *Toises, & en est séparée par quantité d'autres Montagnes fort élevées. Quelques-uns croyent que le Jais est aussi bien que l'Ambre jaune une espece de Succin. Les Habitans de Bugarach se servent de leur Ambre jaune pour brûler dans leurs Lampes. Il ressemble assés à une Resine, & n'a pas la même dureté que celui de Prusse. Prés des Mines de Bugarach il y a des sources d'eau salée qui forment une petite riviere.*

Dans l'Histoire de l'Academie de l'année 1700. *il est dit pag.* 10, *qu'*il se trouve de l'Ambre jaune dans les fentes des Rochers de Provence les plus dépouillés & les plus steriles, *ce qui est encore confirmé dans l'Histoire de* 1703. *p.* 17.

On est assuré par des Relations trés-dignes de foy, qu'il s'en trouve encore en Sicile, sur le bord de la Mer, le long des côtes d'Agrigento, de Catanea, de Leocata, dans l'Isle de Corse, & même à Boulogne en Italie, vers Ancone, & dans l'Ombrie, en pleine terre, & loin de la Mer.

Cela joint à ce que mande M. le Marquis de Bonnac qu'il a veu lui-même tirer d'une Terre de M. Grata separée de la Mer par de grands Bois & par de grandes hauteurs, de l'Ambre tout semblable à celui qu'on trouve au bord de la Mer, semble décider que cette matiere est toûjours produite par la Terre.

De plus, on voit de petits Animaux enfermés dans le Succin, & ce sont toûjours des Animaux terrestres, comme des Mouches, des Fourmis, &c.

Cependant pour une plus grande sûreté il seroit bon d'examiner si les Succins terrestres ont tous le caractere & la perfection du Succin qui se trouve au bord de la Mer, car il ne seroit

pas impossible que la Mer achevât par son sel de travailler cette matiere, & lui donnât comme un dernier degré de coction.

Supposé que le Succin soit toûjours produit par la Terre, du moins quant à sa premiere formation, il reste à savoir s'il est vegetal ou mineral.

On n'a jamais entendu dire, que dans la Prusse il y ait aucuns arbres qui distillent le Succin en forme de Resine, ni aucune matiere approchante, cependant il paroît plus naturel que les Fourmis & les Mouches qu'on y voit quelquefois, & qui marquent certainement qu'il a été liquide, ayent été envelopés par une resine qui aura coulé d'un arbre, que par un mineral qui se sera formé dans la terre. Il faut pour sauver cette difficulté supposer que e Succin ait coulé de quelques Rochers comme une Huile de Petrole, ou du moins que celui où l'on trouve de ces petits Animaux ait été quelque temps liquide sur la surface de la terre.

Soit qu'on croye le Succin vegetal ou mineral, personne n'a jamais dit qu'il l'ait veu liquide, ou seulement mollasse. Cependant il a dû l'être, & même exposé à la veüe dans le temps où il a envelopé les Animaux qu'on y trouve.

L'Analise de ce Mixte qui a été faite par les Chimistes de l'Academie ne détermine pas entierement de quel genre il est. On y a toûjours trouvé une trés-petite quantité de liqueur aqueuse qui avoit l'odeur du Succin froté, beaucoup de sel volatil acide, & beaucoup d'huile en partie blanche comme de l'eau, en partie rousse, & en partie fort noire, selon les degrez de feu qu'on avoit donnés à la distillation. Il reste une tête morte, legere, spongieuse, noire, & luisante, qui ayant été calcinée au feu nu, s'en va presque en fumée, & dont on n'a pû tirer de sel fixe.

La seule difference des analises des differents Succins, est que les plus transparents ou les plus blancs ont donné plus d'huile & de sel volatil & moins de tête morte que ceux qui étoient plus sales ou plus noirs. Ceux-ci n'ont jamais donné de sel fixe, quoiqu'ils donnassent plus de tête morte

L'Huile du Succin a une odeur d'huile bitumineuse, ce qui sembleroit marquer que le Succin est un Bitume, mais il y a

certaines resines dont l'huile distillée a la même odeur.

Il y en a aussi, comme le Benioin, qui donnent un sel volatil acide.

Mais on n'en connoît point qui donnent en même temps & un sel volatil acide, & une huile qui ait une odeur bitumineuse. Ainsi l'Academie a plus de penchant à croire que le Succin est un Bitume, & par consequent un mineral.

Il est aisé de voir combien l'Academie auroit encore de connoissances à desirer, pour oser faire une détermination plus précise sur tout ce qui regarde le Succin. Il seroit bon de savoir

1°. Si dans le voisinage des endroits d'où se tire le Succin, il n'y a pas quelque eau salée ou vitriolique.

2°. S'il se trouve ordinairement envelopé ou mêlé de quelque terre, ou substance particuliere.

3°. S'il y a quelques marques pour reconnoître dans la terre les endroits où il y a du Succin.

4°. Si le Succin fossile ne differe en rien de celui qui se trouve sur le bord de la Mer.

5°. Si l'on en tire de blanc de la terre, aussi-bien que du jaune, & si ce n'est point l'air ou la chaleur du soleil qui change le jaune en blanc.

6°. Si dans les mêmes endroits d'où se tire le jaune, on y en trouve aussi de noir.

7°. S'il est bien certain, comme le disent Philippe Jacques Hartmann dans son Histoire du Succin de Prusse, & Bartholin sur celui de Dannemarc, qu'il se trouve sous une espece de Terre foliée & semblable à des écorces d'arbres, & qu'il y soit accompagné d'une espece de bois fossile, où l'on ne distingue cependant ni moëlle, ni fibres, ni nœuds, ni boutons.

Tous ces faits bien averés donneroient de grandes lumieres sur la nature du Succin, & si M. le Cardinal Primat vouloit bien employer quelque habile homme à ces recherches, ce seroit à Son Eminence que l'Academie auroit l'obligation de ses connoissances les plus sûres en cette matiere.

ANATOMIE.

SUR LA STRUCTURE DES REINS.

C'Est le plus souvent aux Maladies, & principalement aux Maladies d'obstruction qui dilatent les parties, que l'on doit la connoissance de leur structure, toûjours fort délicate, & fort compliquée. Les plus grandes obstructions sont les plus favorables à la curiosité des Anatomistes; déja M. Littre avoit découvert par-là quelques particularités remarquables de la structure des Reins, ainsi qu'on l'a veu dans l'Hist. de 1702, * mais depuis ce temps-là une occasion plus heureuse lui a fait voir encore plus à nud l'artifice de cette structure. Nous en donnerons ici le dessein, tel qu'il a paru à M. Littre dans son Observation. V. les M. p. 111. * p. 26. & 27.

Un Rein ressemble à une grappe de raisin. Il est tout composé de Vesicules membraneuses, fort petites, fort serrées les unes contre les autres, attachées ensemble par des rameaux d'arteres, de veines, & de nerfs, qui se divisent & se subdivisent encore presque à l'infini sur leur superficie, desorte qu'ils l'embrassent toute entiere, & même communiquent entre eux en plusieurs endroits. Chaque vesicule est composée de deux membranes, entre lesquelles sont des fibres charnuës disposées en reseau, dont les intervalles sont occupés par de petits sacs rouges, pleins de sang. De chacun de ces sacs sort un petit conduit, & quatre ou cinq de ces conduits se joignant ensemble vers leur fin en forment un commun, qui se décharge dans une vesicule par un trou dont sa membra-

ne interieure est percée. Il y a plusieurs trous semblables dans chaque vesicule.

Il est plus que vraisemblable que le sang de l'Artere Emulgente distribué dans tous les petits rameaux qui se répandent sur la membrane exterieure d'une Vesicule, & par ce moyen déja fort divisé, &, pour ainsi dire, attenué, entre dans les petits sacs, à qui il donne leur couleur rouge, que là il se filtre, & se separe d'avec la serosité qui fait l'Urine, que cette filtration est aidée par les contractions & les gonflements des fibres charnuës qui enferment les petits sacs, qu'aprés la filtration la partie du sang qui demeure sang est reprise par les rameaux capillaires des veines, que la serosité separée entre par les conduits excretoires dans les vesicules, premiers receptacles de l'Urine.

De chaque vesicule part un conduit plus gros que ceux dont on a parlé jusqu'ici, & qui va du côté du Bassinet. Plusieurs conduits qui viennent des vesicules voisines se joignent en chemin, & forment un conduit commun qui aboutit dans le Bassinet, où se rend par consequent l'Urine de toutes les vesicules. Aprés cela, tout le reste est visible, & connu.

Quelque gonflés que fussent les Reins sur lesquels M. Littre a fait ses Observations, il n'a pû découvrir qu'avec le Microscope le plus grand nombre des particularités que nous venons de remarquer.

On peut legitimement croire que les autres parties du Corps destinées à des filtrations sont à peu prés disposées selon la même mechanique. La Nature est aussi uniforme qu'ingenieuse, & même d'autant plus ingenieuse, qu'elle est plus uniforme.

SUR UNE MATRICE DOUBLE.

V. les M. p. 381.

QUand l'uniformité de la Nature ſemble ſe démentir, rien ne doit plus exciter l'attention des Philoſophes. M. Littre en diſſequant une petite fille morte à l'âge de deux mois, trouva qu'elle avoit le Vagin partagé par une eſpece de cloiſon en deux cavités égales, l'une à droite, l'autre à gauche, de maniere cependant que la cloiſon n'étoit entiere, & ne formoit deux cavités abſolument ſeparées que depuis le milieu du Vagin juſqu'à la Matrice. Chacune de ces deux cavités aboutiſſoit à une Matrice particuliere qui avoit ſon orifice, ſon cou, ſon fond, le tout parfaitement ſeparé de la Matrice voiſine, mais parfaitement ſemblable en figure, en conſiſtance, en dimenſions. Les deux Matrices depuis le cou, juſqu'à une certaine profondeur, n'étoient que comme une ſeule partagée en deux par une cloiſon, mais leurs fonds étoient entierement diſtincts, & détachés l'un de l'autre. Chaque Matrice n'avoit qu'une Trompe & qu'un Ovaire, qu'un Ligament rond, & qu'un Ligament large.

Les diſpoſitions extraordinaires des parties internes doivent faire naître dans la Medecine des cas impréveus, qui rompent toutes les meſures de l'art. Selon l'opinion commune aſſés confirmée par l'experience, la ſuperfetation eſt impoſſible ou du moins trés-difficile. Il paroît que, comme l'a cru Hippocrate, aprés la conception, le cou de la Matrice ſe reſſerre, & que ſon orifice ſe ferme de maniere à ne pouvoir plus laiſſer rien entrer. Enſuite ſe joint une autre cauſe ; la ſemence ne peut plus aller de la Matrice dans les Ovaires par les Trompes, dont l'embouchure dans le fond de la Matrice eſt alors fermée par le Placenta du fœtus naiſſant, ou, ſi l'on veut, un Oeuf fécondé ne peut plus entrer dans la Matrice par une Trompe ainſi bouchée ; car dans ces premiers temps

la Matrice étant encore fort petite & fort étroite, le fond en eſt aiſément occupé par le Placenta, toûjours d'autant plus grand à proportion, que le fœtus eſt plus petit. Enfin le fœtus devenu plus grand abaiſſe par ſon poids le fond de la Matrice, qui ne répond plus à l'orifice interne, & par conſequent la ſemence entreroit vainement dans la Matrice, & elle ne peut plus prendre la route des Trompes qui ſe ſont trop abaiſſées avec le fond auquel elles ſont attachées. Toutes ces raiſons contraires à la ſuperfétation ſuppoſent, comme l'on voit, une Matrice unique, mais elles n'auroient pas eu également lieu pour la petite fille de deux mois, ſi elle eût vêcu. Peut-être la Dame dont on a parlé dans l'Hiſt. de 1702,* & qui paroît avoir eu une ſuperfétation veritable, étoit-elle dans le même cas.

* p. 30.

Il eſt trés-utile de remarquer avec ſoin ces diſpoſitions ſingulieres de parties. Il y a des occaſions extraordinaires où toutes les regles ſont à bout, & alors on peut conjecturer que l'irrégularité tient à quelque ſtructure pareille, dont on connoît la poſſibilité, & ſe conduire par rapport à cette veüe. C'eſt par cette raiſon que M. Littre examine dans ſon Memoire les ſingularités qui auroient pû arriver dans les accouchements de cette petite fille.

Si tous les Animaux ont été immediatement formés par la main du Souverain Ouvrier, on ne peut guere s'empêcher de croire que tous ceux d'une même eſpece ont été formés entierement ſemblables, & que les configurations ou diſpoſitions extraordinaires de parties viennent de quelques accidents fortuits du dévelopement des Oeufs, & les Monſtres, du mêlange de pluſieurs Oeufs, ainſi qu'il a été expliqué dans l'Hiſt. de 1701.* Mais comment cette Matrice double a-t'elle pû être l'effet d'un accident fortuit du dévelopement? il eſt difficile de l'imaginer. Ces accidents peuvent détruire, déplacer, alterer quelques parties, mais non pas en produire de nouvelles. Seroit-ce que deux Oeufs femelles ſe ſeroient

* p. 28.

seroient attachés ensemble, & que toutes les parties de l'un auroient peri, excepté sa Matrice, qui par consequent se seroit trouvée double dans le fœtus, resultant de ce mêlange ? cette supposition paroît un peu forcée, & peut-être cependant n'y a-t'il rien de plus recevable.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UN garçon âgé de 17 ans tomboit du haut mal, plusieurs fois toutes les semaines, depuis fort long-temps. Son temperament étoit pituiteux, son visage bouffi & plombé, son esprit stupide, & cependant trés-prompt à s'irriter, ce qui est ordinaire à ces sortes de Malades. Son dernier accés fut de cinq jours, pendant lesquels il demeura sans mouvement, sans parole, sans aucun sentiment, & tous les remedes qu'on lui fit furent inutiles. Aprés sa mort M. Poupart lui scia le Crane. Il trouva sous les Teguments beaucoup de sang épais & noir. Aprés avoir levé la moitié du Crane, il vit sous la Dure-mere une pituite, blanche, épaisse, & plus solide que de la gelée. La Dure-mere étoit tellement gonflée, & confonduë avec cette pituite qui s'y étoit filtrée, qu'à peine l'en pouvoit-on démêler. Cette limphe endurcie entouroit toute la moitié de la partie superieure de la Dure-mere, qui sembloit n'étre attachée au Crane que par cette espece de colle. La Dure-mere auroit été en assés bon état si sa surface n'avoit pas été legerement enduite d'une matiere gluante. La substance du Cerveau étoit fort belle, & même plus ferme qu'elle n'a coûtume d'être. On pourroit croire que la Dure-mere étant spongieuse suçoit, pour ainsi dire, les serosités du cerveau. Il n'y avoit rien d'extraordinaire dans les ventricules.

L'excessive quantité de Limphe épaisse qui inondoit

ce cerveau, & en appesantissoit les mouvements, paroît une cause naturelle de l'Epilepsie, & on n'auroit pas besoin d'en chercher d'autre, si ce mal n'étoit accompagné que de stupidité d'esprit, & d'une profonde melancolie. Mais, selon la remarque de M. Poupart, il y a des Epileptiques qui rient, qui chantent, qui dansent, quelques-uns même, sur tout des femmes, qui tiennent des discours agreables, & plus ingenieux qu'il ne leur appartient. La limphe seule ne peut guere produire ces effets, mais peut-être aussi y a-t'il alors deux maladies compliquées, l'Epilepsie, & la Folie.

M. Poupart connoît un Epileptique, qui lors qu'il sent venir son mal, se frote le front avec la main, renverse tant qu'il peut sa tête en arriere en l'appuyant contre une muraille, & par ce moyen se garantit de la convulsion. Il est assés vraisemblable que par-là il donne un penchant à la limphe, pour la faire couler hors de l'endroit qu'elle afflige.

II.

A cette occasion M. Poupart ajoûta qu'il connoissoit une fille Epileptique, qui aux premieres approches de son mal s'assied dans une chaise, y demeure immobile, sans parole, sans sentiment, les yeux ouverts, & ne se souvient nullement d'être tombée dans cet état, aprés qu'elle en est revenuë. Si elle avoit commencé un discours que son accés ait interrompu, elle le reprend précisément au même endroit où elle l'avoit quitté, & elle croit avoir parlé tout de suite.

III.

Sur ce que quelqu'un avoit dit dans une Assemblée que la Dure-mere a un mouvement par lequel elle s'éleve, & s'abaisse, M. Méry ayant nié la possibilité du fait, & soutenu que cette membrane est exactement collée à toute la superficie interieure du Crane, il apporta dans une Assemblée suivante le Crane d'un homme de 40 à 50 ans, tout fraichement mort, dans lequel on vit effectivement la Dure-mere adherente en toute son étenduë.

IV.

M. du Verney le jeune ayant extirpé une tumeur carcinomateuse, grosse comme un œuf, qu'une fille de 24 ou 25 ans avoit à l'entrée du Vagina, il l'ouvrit, & au lieu de chairs ou de quelque autre substance de pareille nature, il ne trouva qu'une masse dure, blanchâtre, & qui ressembloit à un amas de tendons qu'on auroit batus, & comme colés ensemble. A l'endroit d'où cette tumeur avoit été enlevée, il ne paroissoit rien qui marquât qu'elle y eût jetté des racines.

V.

M. Poupart a parlé de deux gros Ligaments ronds, fort visibles, puisque dans les grandes personnes ils sont longs de plus d'un demi-pied, & dont cependant les Anatomistes n'ont point traité, apparemment parce qu'ils n'en ont pas connu les usages. Ils sont attachés par un bout sur la crête de l'Os des Iles, par l'autre bout sur la crête de l'Os Pubis, & le milieu porte à faux. Ils font la fonction d'os en cet endroit, car ils soutiennent les trois grands Muscles de l'Abdomen, c'est à-dire, l'Oblique externe, l'Oblique interne, & le Transverse. Leurs fibres tendineuses à peu prés paralleles entre-elles vont s'attacher à ces Ligaments. Ils sont situés immediatement au dessous des Anneaux.

La pensée de M. Poupart est qu'ils peuvent soutenir & rompre en partie l'impulsion que de grandes toux, des sauts violents &c. donnent aux Intestins, & par-là les empêcher de s'insinuer entre les Anneaux, & de former des Hernies. De plus ces Ligaments tenant lieu d'Os, quelques Os que la Nature eût mis à leur place, le Ventre en auroit eu moins de liberté de s'étendre, sur tout dans les grossesses. Par ces raisons, M. Poupart appelle ces deux Ligamens *Suspenseurs de l'Abdomen.*

VI.

M. Lémery a rapporté sur la foi de M. Delisle dont

nous avons déja parlé, qu'un jeune Homme de 28. ans, ſujet a des accés d'Epilepſie trés-fâcheux, & trés-frequents, avoit été gueri par de la Cervelle humaine qu'on lui avoit fait manger dans ſa ſoupe pendant 10 ou 12. jours, ſans qu'il le ſçût.

VII.

Une femme de 38 ans groſſe de 7 mois, & pour la premiere fois, étant morte dans un mauvais travail, pendant lequel l'orifice interne de la Matrice ne s'étoit jamais dilaté au-delà de la largeur d'une piece de 4 ſous, M. Littre lui fit ouvrir promptement le ventre & la Matrice, afin de battiſer l'enfant, & de lui ſauver la vie, s'il étoit poſſible; mais il le trouva mort. Il chercha auſſitôt la cauſe qui avoit empêché la dilatation de l'orifice interne, & il la découvrit ſans peine. Il vit que le col de la Matrice étoit bouché dans ſon commencement par une ſubſtance glanduleuſe, continuë au corps de la Matrice, & percée ſeulement de quelques petits trous, par où avoit dû s'écouler le ſang des Regles, & par où étoit entrée la partie la plus ſpiritueuſe de la ſemence pour la generation de l'Enfant.

Il trouva dans l'Ovaire droit un trou rond, large à recevoir le bout d'une ſoye de Porc, & bordé d'une ſubſtance fort ſemblable à celle qu'on voit dans les cicatrices. Ce trou ſe terminoit dans une cellule ronde, large & profonde de 3 lignes, où il y avoit du ſang noir & caillé, de la groſſeur d'un pois. On peut croire que c'étoit de cette cellule, & par ce trou qu'étoit ſorti l'œuf, & ce qui appuye encore cette conjecture, c'eſt que la Trompe de ce côté-la étoit plus dilatée, & avoit ſes tuniques plus minces que l'autre.

VIII.

M. Littre a parlé d'un Polipe, remarquable pour ſa grandeur & pour ſon étenduë, qu'il a veu dans un garçon de 13 ans. Ce Polipe étoit contenu dans la cavité de l'oreillette droite du Cœur, ſans y être attaché par au-

cun endroit. Il avoit deux branches, chacune environ de 4 lignes de grosseur, l'une se portoit aux parties superieures, & se continuant par le tronc superieur de la Veine Cave, par les Souclavieres, & les Jugulaires, alloit jusques dans les Sinus lateraux de la Dure-mere, & jusque dans les Avantbras par les Axillaires; l'autre descendoit par le tronc inferieur de la Veine Cave, par les Iliaques, & les Crurales, jusqu'au milieu des Cuisses; toutes deux se divisoient presque en autant de rameaux que les Veines que nous venons de nommer.

IX.

Dans un Enfant de 9 jours mort d'un Polipe qui bouchoit l'embouchure du Ventricule droit, comme un bouchon de figure conique, M. Littre n'a trouvé nulle apparence de Vesicule du fiel, quoique le Foye fût d'ailleurs trés-bien formé, ainsi que toutes les autres parties. Les deux Arteres qui doivent se distribuer à cette Vesicule, se distribuoient au Foye à l'endroit où elle auroit dû être. Le Canal Hepatique, beaucoup plus gros que de coutume, se terminoit à l'ordinaire par un seul tronc dans l'Intestin Duodenum.

X.

M. Littre a veu un garçon de 10 ans, qui étoit devenu sur le champ muët & sourd, pour avoir été serré fortement à la gorge par un homme robuste, avec qui il s'étoit battu. Tous les remedes qu'on avoit pû imaginer avoient été inutiles. Les Muëts ordinaires ne le sont par aucun vice des Organes de la parole, mais seulement parce qu'ils sont nés sourds; celui-là est muët parce que les Organes de la parole sont alterés & blessés; il n'est point muët parce qu'il est sourd, mais muët & sourd par la même cause.

XI.

Le P. Goüye a dit qu'un Homme de sa connoissance, à qui on avoit fait l'operation pour une fistule à l'a-

nus, ayant aprés cela une démangeaiſon univerſelle à la peau, qui l'empêchoit même de dormir, s'étoit aviſé par une eſpece d'inſtinct de manger beaucoup de Laitüe commune ſans aucun aprêt, ce qui l'avoit gueri au bout de quelques jours, & lui avoit rendu le ſommeil.

XII.

Un Criminel jeune & fort, qui devoit être roüé, voulant prévenir ſon jugement, prit ſa ſecouſſe de 15 pieds dans le cachot où il étoit enfermé, & la tête baiſſée, les mains derriere le dos, alla donner de la tête contre le mur oppoſé en courant de toute ſa force. Il tomba ſur la place roide mort, ſans proferer une parole, ni pouſſer un ſeul cri.

M. Littre appellé pour viſiter le Cadavre, commença par examiner la tête en dehors. Il fut ſurpris de n'y trouver aucune contuſion, tumeur, playe, ni fracture. Il coupa & ſepara enſuite tous les Teguments du Crane au ſommet de la tête, où le coup avoit été donné, ſelon le rapport de quelques autres Criminels du même cachot, qui avoient été témoins de l'action. Il examina ces Teguments par dedans, & n'y trouva pas plus d'alteration qu'en dehors. Il n'en remarqua même aucune aux Os du Crane, aprés les avoir découverts, ſinon que la partie écailleuſe de l'Os Temporal droit étoit écartée du Parietal d'environ un tiers de ligne, & cet écartement continuoit en quelques endroits juſqu'à deux lignes de profondeur, en d'autres juſqu'à une au plus. Il n'y avoit nulle apparence que ce fût-là une cauſe de mort, & encore moins d'une mort ſi prompte, & par conſequent il n'en paroiſſoit aucune juſque-là.

Il falut donc ſcier le Crane, & examiner le Cerveau. Mais l'étonnement de M. Littre augmenta, quand il y trouva tout dans un état naturel, &, pour ainſi dire, dans une parfaite ſanté. Seulement le Cerveau ne rempliſſoit pas à beaucoup prés toute la capacité interieure du Crane, comme il fait ordinairement, & ſa ſubſtance auſſi-bien

que celle du Cervelet, & de la Moëlle allongée, étoit au toucher & à la veüe plus serrée & plus compacte que de coûtume. M. Littre s'assura encore plus de ce fait en remettant à leur place les parties du Cerveau coupées, & la calotte du Crane par dessus, ce qu'il fit trés aisément, au lieu qu'on ne le pourroit faire qu'avec beaucoup de difficulté dans d'autres Cadavres.

Voilà la seule chose à quoi l'on puisse rapporter la mort subite. Le Cerveau s'étoit affaissé trés-considerablement par la violente commotion du coup, & comme il a peu de ressort, il n'avoit pû revenir de cet état, & par consequent la distribution des Esprits dans tout le reste du corps, necessaire pour tous les mouvements, avoit cessé dans l'instant. De-là M. Littre a tiré une raison fort naturelle, pourquoi il ne s'étoit fait aucune contusion sur les Teguments du Crane à l'endroit du coup. Une contusion est formée par du sang, qui circulant à son ordinaire sort de quelques vaisseaux qu'il trouve rompus ou déchirés, & se fige dans les chairs. Ici le sang avoit cessé de circuler dans le même moment qu'il pouvoit s'être rompu quelques Vaisseaux des Teguments, car le cœur avoit aussi-tôt perdu son mouvement, faute d'Esprits.

XIII.

Un Enfant de deux ans & demi ayant joüi jusque-là d'une santé parfaite, commença à tomber en langueur, la tête lui grossissoit peu à peu, & le reste du corps maigrissoit. Au bout de 18 mois il cessa de parler aussi distinctement qu'il avoit fait, il n'apprit plus rien de nouveau; au contraire, toutes les fonctions de l'ame s'altererent à tel point qu'il vint à ne plus donner aucun signe de perception ni de memoire, non pas même de goût, d'odorat, ni d'oüie. Il mangeoit à toute heure, & recevoit indifferemment les bons & les mauvais aliments. Il étoit toûjours couché sur le dos, ne pouvant soutenir ni remuer sa tête qui étoit devenuë fort grosse & fort lourde. Il dormoit fort peu, & crioit nuit & jour. Il avoit

la reſpiration foible & frequente, & le poux fort petit, mais reglé. Il digeroit aſſez bien, & avoit le ventre libre. Il fut toûjours ſans fiévre.

Il mourut aprés deux ans de maladie, & M. Littre l'ouvrit, mais avec une extrême précipitation, & beaucoup d'incommodité à cauſe de pluſieurs circonſtances particulieres.

Le Crane de cet Enfant étoit de plus d'un tiers plus grand qu'il ne devoit être naturellement à cet âge, & plus grand même de beaucoup que celui d'un Adulte. M. Littre le ſcia, & coupa la Dure-mere, & parce qu'il n'en vit point ſortir d'eau, il fit un trou au Cervau, par où ſortit ſur le champ une grande quantité d'eau claire, & ſans mauvaiſe odeur. Toutes les parties du Cerveau étoient en leur entier, mais plus molles, plus humides, & plus dilatées, que dans l'état naturel. *L'Entonnoir* étoit large d'un pouce, & profond de deux, la *Glande Pituitaire* avoit la dureté d'un Cartilage, la figure & la grandeur d'une Lentille. La *Moëlle allongée* qui eſt comme une baſe commune du Cerveau & du Cervelet, du Cerveau par ſa partie anterieure, & du Cervelet par la poſterieure, étoit molle dans ſa moitié anterieure, mais moins que le Cerveau. Le Cervelet étoit ſquirreux, ainſi que la moitié poſterieure de la Moëlle allongée, avec laquelle il étoit tellement confondu qu'ils ne formoient enſemble qu'une même maſſe blanche comme de la craye, & toute homogene, excepté que le dedans en étoit un peu moins blanc & plus dur que le dehors, & qu'il y reſtoit encore deux fort petits endroits dans l'état naturel. La Moëlle de l'Epine, & les nerfs qui en ſortent, auſſi-bien que ceux de la Moëlle allongée étoient plus petits & plus mous que de coûtume.

Les Anatomiſtes ſont perſuadés que la glande Pinéale & celle du *Plexus Choroïde* filtrent continuellement une Limphe qui ſe ramaſſe dans l'Entonnoir, d'où elle paſſe dans les pores de la Glande pituitaire, & de ces pores, en partie dans les Veines, en partie dans les Vaiſſeaux Limphatiques

Limphatiques de cette glande. Les veines déchargent la Limphe dans les Sinus lateraux de la base du Crane les plus proches, & qui se terminent aux Veines Jugulaires internes; les Vaisseaux Limphatiques, dans les Troncs Cervicaux limphatiques qui finissent aux Veines Souclavieres. Puisque dans l'Enfant dont nous parlons, le tissu de la Glande Pituitaire étoit devenu trés-serré & trés-compacte, M. Littre crut avec assés d'apparence que l'origine du mal avoit été l'obstruction de ses pores, comblés par quelques matieres épaisses & visqueuses, & que cependant la Glande pinéale, & celles du Plexus choroïde continuant toûjours à faire leurs fonctions, la Limphe qu'elles filtroient n'ayant plus d'issüe, avoit dû regorger & s'amasser dans l'Entonnoir & dans les Ventricules du Cerveau, & étendre peu à peu ces cavités jusqu'a les rendre enfin capables de contenir deux pintes & demie de limphe.

Le Cervelet squirreux, aussi-bien que la moitié de la Moëlle allongée qui lui répond, prouvent que ces parties ne sont pas si necessaires à la vie qu'on le croit ordinairement. Il leur a falu un temps considerable pour s'endurcir & pour se petrifier, ces sortes de changements sont toûjours lents, & par consequent elles ont dû être assés long-temps à peu prés dans le même état où M. Littre les a trouvées; cependant l'Enfant vivoit & conservoit plusieurs fonctions vitales. Le Cerveau & la Moëlle de l'Epine filtroient donc par leurs glandes les Esprits necessaires, & les distribuoient par des nerfs, dont elles doivent être l'origine. Cela revient à ce qui a déja été dit dans l'Hist. de 1703. * Il n'est pas étonnant que dans un Sujet dont le Cerveau étoit inondé, & le Cervelet presque petrifié, les fonctions qui dépendent précisément de l'Ame ayent été les plus alterées.

* p. 26 & 27.

XIV.

A cette occasion M. Dodart a rapporté un exemple beaucoup plus extraordinaire de la dépendance où sont

les fonctions spirituelles de l'Ame à l'égard des dispositions materielles du Cerveau. Un Enfant de 8 ans qui apprenoit le Latin parfaitement bien, oublia tout d'un coup presque tout ce qu'il en savoit, quand les grandes chaleurs de 1705. commencerent. Deux ou trois jours de fraicheur lui rendirent la memoire, & il la perdit une seconde fois par la chaleur qui revint.

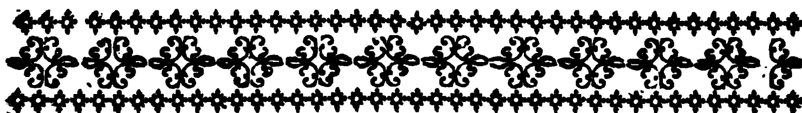
MOnsieur du Verney a fait voir sur l'accouplement des Insectes Hermaphrodites, tels que les Limaçons, les Limaces, les Vers de terre, les Sang-sües &c. plusieurs particularités nouvelles. Il travaille à en donner des descriptions, & des figures exactes. On verra par la merveilleuse & singuliere Mechanique de ces Animaux, combien ils sont injustement méprisés.

MOnsieur du Verney a aussi fait part de quelques Observations nouvelles qu'il a faites sur l'Oreille, & qui sont des especes d'Additions au Traité qu'il a publié sur cette partie.

MOnsieur du Hamel continuant son Histoire Anatomique, a exposé les sentiments des Anciens & des Modernes sur la Structure & l'Action des Muscles, seuls organes de tous les mouvements dans les Animaux.

V. les M. p. 32. NOus renvoyons aux Memoires les Observations de M. Littre sur des Playes qu'un Homme s'étoit faites au Ventre dans un accés de folie.

V. les M. p. 114. Et ce que M. Poupart a donné sur les Ecumes printanieres, ou, ce qui est la même chose, la Description d'un Insecte nommé, *Formica pulex*.



CHIMIE.

SUR LE CAMPHRE.

UN Mixte n'eſt connu, que quand il a été bien tourmenté par la Chimie, & pour ainſi dire, mis à la queſtion. C'a été de cette maniere que M. Lémery a examiné le Camphre, qui meritoit aſſés ce travail par les uſages qu'il a dans la Medecine. On s'en ſert pour la carie des os, pour déterger les playes, & pour reſiſter à la gangrene. V. les M. p. 38.

Le Camphre eſt une Reſine qui coule du tronc & des groſſes branches d'un Arbre ſemblable au Noyer, que l'on trouve dans l'Iſle de Borneo, & à la Chine. Elle ſe fige au pied de cet arbre en petits grains ſecs, friables, legers, blancs, tranſparents, d'une odeur forte & penetrante, d'un goût acre tirant ſur l'amer, & échauffant beaucoup la bouche. Pluſieurs grains tombant les uns ſur les autres ſe collent legerement enſemble, & font des maſſes plus ou moins groſſes, qui étant un peu preſſées entre les doits s'égrenent aiſément. On les ramaſſe doucement, en prenant garde qu'il ne s'y meſle de la terre, ou quelques autres ordures. C'eſt cette matiere qu'on appelle Camphre brut. On le raffine en Hollande, & on eſt ſi perſuadé que les Hollandois ſeuls en ont le ſecret, que quand nos Marchands ont du Camphre brut, ils le leur envoyent pour le raffinage, mais M. Lémery en a fait l'operation qui eſt la plus ſimple & la plus facile du monde, & il ne tient plus qu'à nous de revenir d'une prévention trop favorable aux Etrangers. Le Camphre eſt trés-combuſtible, & il brûle même ſur l'eau. On s'en

ſert dans les feux d'artifice, & c'étoit le principal ingredient qui entroit dans le feu Gregeois, dont on faiſoit autrefois tant d'uſage. On s'aperçoit que le Camphre diminuë toûjours à être gardé, tant ſes parties ſont volatiles, & de-là vient que les Marchands l'envelopent dans de la graine de Lin, dont la viſcoſité peut arrêter les premieres parties qui s'évaporent, & par conſequent en empêcher d'autres de s'évaporer.

M. Lémery a fait toutes ſes operations ſur le Camphre brut, qui eſt aſſés rare en France. Il a voulu ſéparer les principes de ce Mixte, ſans y meſler aucune matiere étrangere qui facilitât leur deſunion, mais il n'en a jamais pû venir à bout. Ces principes, qui ſelon toutes les apparences ſont une huile, & un ſel volatil, ſont trop étroitement liés enſemble; ainſi tout s'eſt réduit à de ſimples Diſſolutions ou Sublimations du Camphre, pareilles à celles des Metaux ou des Mineraux, lorſque leur tiſſu interieur n'eſt point décompoſé. Voici le reſultat des principales operations de M. Lémery.

Le Camphre ne ſe diſſout point par les liqueurs aqueuſes, & flegmatiques, mais par les ſulphureuſes, & cela lui eſt commun avec tous les autres Mixtes ſulphureux, du moins quant à la partie par laquelle ils le ſont.

Si l'on met le feu à une diſſolution de Camphre par l'Eſprit de vin, on voit une flame bleüâtre, produite par l'Eſprit de vin qui brûle le premier; à meſure qu'il ſe conſume, le Camphre paroît comme en maſſe, & lorſqu'il eſt entierement conſumé, la flame ne diſcontinuë pas, mais ſeulement elle devient blanche, parce qu'alors c'eſt le Camphre qui brûle. Cette diſſolution du Camphre par l'Eſprit de vin étant miſe dans l'eau, le Camphre ſe revivifie en une eſpece de beurre trés-blanc, parce que l'eau affoiblit l'Eſprit de vin, qui tenoit le Camphre diſſous.

On ſait que l'Eſprit de vin & l'Eſprit volatil de Sel Armoniac meſlés enſemble ceſſent d'être liqueurs, & font un *coagulum* aſſés ferme. M. Lémery a éprouvé qu'en

jettant dans la dissolution du Camphre par l'Esprit de vin de l'Esprit de Sel armoniac fait avec le Sel de tartre, il se faisoit dans le moment un caillé fort blanc, & qu'en y jettant de l'Esprit de sel armoniac fait avec la chaux, il ne se faisoit qu'un leger précipité qui se dissolvoit en peu de temps. Quoique l'Huile de Tartre soit un Alcali aussi-bien que l'Esprit de Sel armoniac, elle ne produit aucun effet sur la dissolution du Camphre par l'Esprit de vin.

L'Esprit ou Huile éthérée de Terebenthine, & l'Huile d'Olive, qui sont, aussi-bien que l'Esprit de vin, des liqueurs sulphureuses, dissolvent aussi le Camphre. Elles n'en dissolvent toutes deux que le quart de leur poids.

En faisant distiller ces dissolutions, on voit la differente legereté ou pesanteur des differentes substances dont elles sont composées; car il est évident que dans une même dissolution, la substance qui s'éleve la premiere par la distillation, ou s'éleve seule, est la plus legere, & que celles qui s'élevent ensemble le sont également. Par-là, M. Lémery a reconnu que le Camphre est plus pesant que l'Esprit de vin, aussi pesant que l'Huile de Terebenthine, & moins que l'Huile d'Olive.

Voilà ce qui regarde la dissolution du Camphre par les liqueurs sulphureuses; il restoit à l'examiner par les liqueurs acides & par les alcalines.

Il ne se dissout point du tout par les alcalines, telles que l'Huile de Tartre, & l'Esprit de Sel armoniac.

Il ne se dissout point non plus par certaines liqueurs acides, telles que l'Esprit de Vitriol, l'Esprit d'Alun, le Vinaigre distillé; il ne fait que se sublimer au haut du Matras sans aucun changement. Il se dissout par quatre fois autant d'Huile de Vitriol noire, parce qu'elle contient un peu de Souffre. Il se dissout imparfaitement & à demi par trois fois autant de bon Esprit de Sel, mais il se fait une dissolution parfaite par deux fois autant d'Esprit de nitre. Le Camphre est la seule Resine connuë qui se dissolve par cet Esprit, ce qui est à remarquer.

Cette dissolution est ce qu'on appelle ordinairement Huile de Camphre, & c'est à cette Huile qu'apartiennent les vertus medicinales dont nous avons parlé d'abord. L'usage n'est pas de la prendre interieurement, on l'a redoutée à cause de son acreté un peu corrosive, mais M. Lémery n'a pas laissé d'en faire prendre quelques gouttes par la bouche, dans des maladies d'obstruction, & dans des vapeurs de Mere, & il n'en a veu que de bons effets. Il est vrai qu'il l'a presque toûjours meslée avec autant d'Huile de Karabé.

L'Huile de Camphre n'étant que ce que nous avons dit, il est aisé de prévoir que si on y jette de l'Huile de Tartre, ou de l'Esprit de Sel armoniac, il se fera des coagulations, & que le Camphre se revivifiera, parce que les acides du nitre qui le tenoient dissous, l'abandonneront, & se joindront aux Alcali de ces deux liqueurs, ou parce que les pointes du nitre auront été rompuës par les Alcali.

SUR LA GRATIOLE.

V. les M. p. 186.

LEs Remedes qui nous viennent de loin sont peut-être en une trop grande estime, & ceux de ce pays-cy trop négligés. Ce qui est éloigné, de quelque maniere qu'il le soit, nous impose presque toûjours. Cette reflexion a fait suspendre à M. Boulduc le travail qu'il avoit commencé sur les Purgatifs étrangers, & dont on a veu de grands morceaux dans les Hist. de 1700,* 1701* & 1702.* Il a passé aux Purgatifs de nos climats, & pour suivre toûjours le même dessein dans ce changement, il a étudié les plus violents, ou ceux qu'on craint le plus d'employer.

* p. 46. * p. 58. * p. 45.

Il s'est d'abord attaché à la Gratiole. C'est une Plante, dont les Medecins n'osent faire beaucoup d'usage, mais M. Boulduc s'est gueri de cette crainte par une lon-

gue experience. Outre les vertus qu'on lui connoissoit de faire vuider les eaux par haut & par bas, prise en substance, ou en infusion, & de nettoyer les playes, ausquelles on l'applique, il a trouvé qu'infusée dans le lait, elle reüssissoit trés-bien pour l'Hidropisie ascite, & chassoit les Vers, & faisoit ces deux effets sans aucune violence, & deplus que la racine prise en poudre au poids de demi gros étoit presque aussi bonne pour la Disenterie que l'Ipecacuanha, pourveu que le mal ne fût pas trop inveteré. Cette Plante est extrêmement amere, & peut-être est-ce delà que vient sa vertu contre les Vers. Outre l'amertume, sa racine paroît encore astringente au goût, ce qui peut la rendre propre pour la Disenterie.

M. Boulduc a travaillé ce Mixte de plusieurs manieres differentes. D'abord il a tiré par une forte expression le suc de la Plante verte, les racines n'y étant pas comprises. De ce suc, dépuré selon toutes les regles de l'Art, il en fit un Extrait fort solide, d'un goût salé acide, laissant sur la fin un peu d'amertume avec acreté & astriction. Il l'essaya sur des Malades avec les précautions necessaires. Cet Extrait purge, mais moins que l'on n'auroit cru, suivant l'idée que l'on a communement de la Gratiole. Il ne fait point vomir, & pousse beaucoup par les urines.

Le suc étant tiré, il étoit resté un marc fort amer, ce qui fit juger à M. Boulduc qu'il ne devoit pas être sans vertu. Il en fit donc un autre Extrait, qui fut bien moins salé acide que le premier, mais beaucoup plus amer, & plus âpre Il purgea beaucoup plus à même dose.

Jusqu'ici on s'est contenté des Extraits des sucs des Plantes, & on a negligé le marc comme inutile, mais il paroît que c'étoit une erreur à l'égard des Plantes qui ont beaucoup de suc, & dont par consequent le marc en retient une quantité considerable. L'Extrait du marc de la Gratiole non seulement eut plus de vertu, mais encore fut en plus grande quantité que celui de son suc. M. Boulduc a fait la même experience sur le Sirop de fleurs de Pêcher, & de Roses, le Sirop de la décoction

du marc paroît aussi pugatif, & même davantage.

Il est assés vrai-semblable que le suc chargé du sel essentiel de la Plante n'est point en état de dissoudre & d'entraîner les principes actifs, qui restent dans les parties ligneuses de la Plante, c'est-à-dire, dans le marc. Ils doivent le plus souvent être les mêmes & conditionnés de la même maniere que ceux qui ont passé d'abord avec le suc, principalement quand la Plante est fort succulente, mais ils pourroient aussi être differents. L'experience seule peut décider sur ce point, & il suffit que l'on soit averti de la possibilité de cette difference.

Cette maniere d'examiner une Plante par le suc qui en sort, ou par le marc qui reste, est la plus simple de toutes. M. Boulduc passa ensuite à d'autres operations, & appliqua à la Gratiole les deux grands Dissolvants, l'Eau & l'Esprit de vin. Alors la Plante étoit seche.

Comme l'Eau tire beaucoup plus de la Gratiole que ne fait l'Esprit de vin, il est certain que cette Plante a plus de parties salines que de sulphureuses. Sur tout, c'est dans la racine que les Sels dominent le plus.

L'Extrait fait avec l'Esprit de vin purge plus violemment que celui qui est fait avec l'Eau, ce que l'on voit qui convient à la nature des Souffres. L'Extrait de la racine purge moins que celui des fueilles, l'un & l'autre étant fait avec l'Eau. Peut-être la vertu de la racine est-elle affoiblie par la quantité d'humidité superfluë dont elle est abreuvée, ou plûtôt noyée. 14 onces de la racine verte ne pesent plus, étant bien sechées, que 3 onces & demie.

SUR LA GENERATION DU FER.

V. les M. p. 362.

Trouver le dénouëment des anciennes difficultés, c'est sans doute un progrés dans les Sciences, mais c'en est un aussi que de trouver des difficultés nouvelles,

& encore plus d'en trouver où il n'en paroissoit point du tout. M. Geoffroy demande ici aux Chimistes, si l'on peut avoir des Cendres, où il n'y ait nul mêlange de fer ? apparemment on sera étonné de la Question, car d'où pourroit venir l'impossibilité ? Pourquoi des cendres de bois brûlé contiendroient-elles du fer ? cependant le fait est qu'elles en contiennent toûjours, du moins toutes celles que M. Geoffroy a examinées, & voici à quelle occasion il s'en est aperçû.

Il avoit fait du Fer artificiel, composé, comme le Souffre commun, du Souffre principe, ou d'une matiere inflammable, d'un Sel vitriolique, & d'une Terre. Pour recommencer cette experience, & pour s'en assurer davantage, il chercha une Terre, ou des Cendres parfaitement dépouillées de Sels vitrioliques, & sur tout de parties ferrugineuses, puisque son intention étoit de faire du Fer, mais quelques précautions qu'il prît, quoiqu'il fît des Cendres dans des lieux où il n'y avoit point de Fer, & qu'il les fît d'un bois qui n'avoit point été scié avec du Fer, jamais il ne les put avoir entierement exemptes de particules de Fer, si du moins on peut conter pour telles des particules qui s'attachent à l'Aiman, ce qui paroît hors de doute.

V. l'Hist. de 1704, p. 39.

Il n'est guere vraisemblable que ces parcelles de Fer, pesantes comme elles sont, & si peu homogenes à la séve des Plantes, ayent pû monter avec elles dans le bois, dont on a fait les cendres. Seroit-ce donc que toutes les fois que du bois brûle, il se produit du Fer, par le mêlange des trois matieres dont il est formé ? M. Geoffroy commence à le conjecturer, & rien ne s'accorderoit mieux avec la pensée qu'il a déja euë sur son Fer artificiel, mais avant toutes choses il faut être bien sur s'il n'y a point de Cendres sans Fer. Ne point précipiter les Sistêmes est une des grandes difficultés de la Philosophie.

DIVERSES OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

MOnfieur Lémery a eu entre les mains un Sel tiré du Mont Vefuve, & que l'on appelle Sel Armoniac naturel. Il étoit compacte, affés pefant, d'une gran de blancheur, criftallin en dedans, ne s'humectant pas beaucoup à l'air, fans odeur, d'un goût falé acre, & approchant beaucoup de celui du Sel Armoniac. M. Lémery l'a effayé de differentes manieres. Entre autres experiences, il l'a meflé avec trois fois autant d'Efprit de nitre, & en a fait de l'Eau regale, toute pareille à celle qu'on auroit faite avec le Sel Armoniac ordinaire. Il lui a encore trouvé plufieurs effets du Sel armoniac, & même du Sel marin, ce qui n'eft pas furprenant, puifque dans le Sel armoniac, tel que nous l'avons, il y entre, outre fa partie urineufe, alcaline, & volatile, une partie fixe de Sel marin. M. Lémery croit que fon Sel du Vefuve n'eft qu'un Sel foffile, femblable à celui que la Mer a diffous, fublimé au haut de la Montagne par les feux fouterrains.

II.

M. Homberg a dit que le Caillou, & le Marbre, expofés feparément au Miroir ardent du Palais Royal, fe calcinent, & que mis en poudre & meflés enfemble, ils fe fondent.

III.

M. Lémery a examiné l'Eau minerale de Vezelay en Bourgogne. Il reconnut d'abord par les Effais Chimiques qu'elle ne devoit avoir ni Sel vitriolique, ni aucun

autre acide, du moins en une quantité considerable, ni aucun alcali manifeste & develope. Et en effet, aprés l'avoir distillée au Bain-Marie, il trouva sur 4 livres d'eau 2 gros & 2 grains d'un Sel gris, tout semblable au Sel marin, or on sait que le Sel marin n'est ni un acide ni un alcali, mais un composé des deux. Le Sel de l'Eau de Vezelay contenoit encore quelque terre, ou, ce qui revient au même, quelque partie alcaline, qui n'avoit point été penétrée par un acide, car il boüillonnoit un peu avec l'Esprit de vitriol, & M. Lémery l'ayant purifié & en ayant separé un peu de terre grise, ce boüillonnement n'arriva plus.

Le Sel gris, quoique plus terrestre, avoit un goût plus salé & plus piquant, qu'aprés avoir été purifié, parce que les operations employées pour le purifier en avoient brisé ou emporté les pointes les plus subtiles & les plus actives. C'est ainsi que le Sel Marin formé par coagulation dans les Marais salants de la Rochelle, quoique mêlé avec de la terre grise, est plus salé & plus fort que celui qu'on tire par évaporation en Normandie, & qui est plus pur & plus blanc.

IV.

M. Lémery a aussi examiné l'Eau minerale de Carensac dans le bas Rouërgue. Elle a un goût tant soit peu acre & vitriolique, elle est froide, & sans odeur. 12 onces de cette eau, étant évaporées, laissent 18 grains d'un Sel gris, tirant sur le blanc, salé, & un peu vitriolique. Elle est aperitive & purgative, on s'en sert comme de l'Eau de Forges.

MOnsieur Homberg a donné le Traité du Souffre principe, qui fait partie de ses Elements de Chimie, & que nous avions annoncé dans l'Hist. de 1703. * V. les M. p. 88. * p. 47.

V. les M. p. 83.
* p. 53.

LEs Experiences de M. Geoffroy sur les Dissolutions & les Fermentations froides, dont il a été parlé dans l'Hist. de 1700 * parurent à M. Amontons si importantes pour le Sistême du Chaud & du Froid, que quand il eut trouvé son nouveau Thermometre, plus exact & plus sur que l'ancien, il s'en servit à les repeter, & voulut même que ce fût dans les Caves de l'Observatoire, parce que la temperature de l'air y étant toûjours à peu prés égale, on ne pourroit soupçonner que les changements de l'air exterieur eussent aucune part aux effets que l'on verroit. Le détail de ces Experiences est dans les Memoires.



BOTANIQUE.

OBSERVATION BOTANIQUE.

* p. 56.

MOnsieur Lippi dont nous avons déja parlé, * étant à Malte y vit la Plante nommée *Fungus coccineus Melitensis tiphoïdes. Bocc. rar. plant.* Quoiqu'il n'eût pû la voir jusque-là que seche, il n'avoit pû se persuader que ce fût un Champignon; ses racines ligneuses, le vermeil & la solidité de sa chair, le duvet serré qui la tapisse, & ses graines lui sembloient contraires au nom qu'elle porte. Il fut confirmé dans sa pensée par la veüe de la Plante; & comme elle est rare, il la dessina exactement, pour

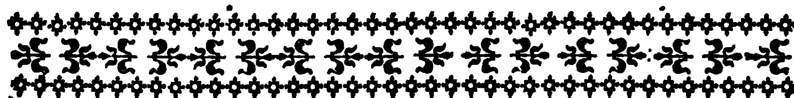
la pouvoir mieux consulter aux Botanistes, & trouver avec eux à quel genre on la doit rapporter. En attendant il en envoya par avance une petite Description à M. Dodart.

MOnsieur Chomel a donné la Description de l'Eupatorium.

NOus renvoyons aux Memoires. De nouveaux genres de Plantes dont les Botanistes n'ont point encore assigné le caractere essentiel, & que M. Tournefort propose. V. les M. p. 236.

La Description qu'il a faite de l'Oeillet de la Chine. V. les M. p. 264.

Et son Traité des Maladies des Plantes. V. les M. p. 332.



ARITHMETIQUE.

SUR LES QUARRÉS MAGIQUES.

TOus les Nombres qui composent un nombre quarré quelconque, par exemple 1. 2. 3. 4. &c. jusqu'à 25, inclusivement, qui composent le nombre quarré 25, ayant été disposés de suite dans une figure quarrée de 25 cellules, chacun dans la sienne; si aprés cela on change l'ordre de ces nombres & qu'on les dispose dans les V. les M. p. 117. & 364.

cellules de façon que les 5 nombres qui composeront une bande horisontale de cellules quelconque, étant ajoutés ensemble fassent toûjours la même somme que les 5 nombres qui composeront toute autre bande de cellules soit horisontale, soit verticale, & même que les 5 qui composeront chacune des deux bandes diagonales, cette disposition de nombres s'appelle un *Quarré Magique*, & s'oppose à la premiere disposition qu'on appelle *Quarré Naturel*.

On pourroit croire que les Quarrés Magiques ont eu ce nom, parce que cette proprieté de toutes leurs bandes, qui prises en quelque sens que ce soit font toûjours la même somme, a paru fort surprenante, sur tout dans certains siécles où les Mathematiques étoient suspectes de Magie; mais il y a aussi beaucoup d'apparence que ces Quarrés ont encore mieux merité leur nom par des operations superstitieuses où ils ont été employés, telles que la construction des Talismans, car selon la puerile Philosophie de ceux qui donnoient des vertus aux Nombres, quelle vertu ne devoient pas avoir des Nombres si merveilleux?

Ce qui a donc commencé par être une vaine pratique de Faiseurs de Talismans ou de Devins, est devenu dans la suite le sujet d'une recherche serieuse pour les Mathematiciens; non qu'ils ayent crû qu'elle les pût mener à rien d'utile ni de solide, les Quarrés Magiques se sentent toûjours de leur origine sur ce point, ils ne peuvent être d'aucun usage; ce n'est qu'un jeu dont la difficulté fait le merite, & qui peut seulement faire naître sur les Nombres quelques veües nouvelles, dont les Mathematiciens ne veulent pas perdre l'occasion.

Manuel Moschopule Auteur Grec peu ancien est le premier que l'on connoisse qui ait parlé des Quarrés Magiques, & par le temps où il vivoit, on peut soupçonner qu'il ne les a pas regardés en simple Mathematicien. Il a donné quelques Regles pour les construire. On trouve dans le Livre d'Agrippa, que l'on a tant accusé de Magie, les

Quarrés des 7 nombres, qui sont depuis 3 jusqu'à 9, disposés magiquement, & il ne faut pas croire que ces 7 nombres ayent été préferés à tous les autres sans une grande raison. C'est que leurs Quarrés sont *Planetaires* selon le Sistême d'Agrippa, & de ses pareils. Le quarré de 3 appartient à Saturne, celui de 4 à Jupiter, celui de 5 à Mars, celui de 6 au Soleil, celui de 7 à Venus, celui de 8 à Mercure, celui de 9 à la Lune. M. Bachet de Meziriac de l'Academie Françoise, & qui auroit eu aussi une des premieres places dans celle des Sciences, si elle eût été établie de son temps, étudia les Quarrés Magiques, sur l'idée qu'il en avoit prise par les Quarrés Planetaires d'Agrippa, car il ne connoissoit point l'ouvrage de Moschopule qui n'est que manuscrit dans la Bibliotheque du Roi. Il trouva sans le secours d'aucun Auteur qui l'eût précedé une Methode pour les Quarrés dont la racine est impaire, comme pour 25, 49 &c. mais il ne put rien trouver qui le contentât sur ceux dont la racine est paire.

Aprés lui vint feu M. Frenicle de l'Academie des Sciences, si fameux par sa profonde capacité, & par ses grandes découvertes sur les Nombres. Un habile Algebriste avoit cru que les 16 nombres qui composent le quarré de 4, pouvant être disposés de 20922789888000 manieres differentes dans un Quarré Magique ou non Magique, ce qui est certain par les regles des Combinaisons, ne pouvoient être disposés differemment dans un Quarré Magique qu'en 16 manieres; mais M. Frenicle fit voir qu'il y en avoit encore 864 de plus, augmentation presque incroyable, d'où il est aisé de conclure combien sa methode devoit être superieure à celle qui n'avoit produit que la 55eme partie des Quarrés Magiques qu'il trouvoit.

Il s'avisa d'ajouter à cette recherche une difficulté qui n'y avoit point encore eu de lieu. Le Quarré Magique de 7, par exemple, étant construit, & ses 49 cellules remplies, si on en retranche les deux bandes horisonta-

les de cellules, & les deux verticales les plus éloignées du milieu, c'est-à-dire, toute l'*Enceinte* exterieure du Quarré, il restera un quarré dont la racine sera 5, & qui n'aura que 25 cellules. Il ne sera pas étonnant que ce petit quarré ne soit plus magique, car les bandes du grand n'étoient, pour ainsi dire, obligées à faire toutes la même somme, que prises dans leur tout, & avec les 7 nombres qu'elles renfermoient chacune dans leur 7 cellules, mais ayant été mutilées chacune de deux cellules, & ayant perdu 2 de leurs nombres, il peut bien arriver, & c'est ce qui doit être sans comparaison le plus ordinaire, que leurs restes ne fassent plus par tout une même somme. M. Frenicle voulut qu'une Enceinte d'un Quarré Magique étant ôtée, & même telle Enceinte qu'on voudroit, lorsqu'il y en a assés pour cela, ou enfin plusieurs Enceintes à la fois, le Quarré restant fût encore magique, & sans doute cette nouvelle condition rendoit ces Quarrés beaucoup plus magiques qu'ils n'avoient jamais été.

Il renversa aussi cette condition. Il voulut qu'une certaine Enceinte prise à volonté, ou plusieurs, fussent inséparables du Quarré, c'est-à-dire qu'il cessât d'être magique si on les ôtoit, & non, si on en ôtoit d'autres. M. Frenicle ne donne point de démonstration générale de ses methodes, & quelquefois il ne se conduit qu'en tâtonnant. Il est vrai que son Traité des Quarrés Magiques n'a pas été donné au public par lui-même. Il ne parut qu'aprés sa mort, & fut imprimé par M. de la Hire en 1693.

M. Poignard, grand Chanoine de Bruxelles, publia en 1703 un Livre sur les Quarrés Magiques, qu'il appelle *Sublimes*. M. de la Hire l'examina, & en rendit conte à l'Academie. Il y a dans cet Ouvrage des methodes fort ingenieuses, & beaucoup de nouveauté. Jusqu'ici on n'avoit construit les Quarrés Magiques que pour des suites de Nombres naturels qui remplissoient un Quarré; mais à cela M. Poignard fait deux innovations qui embellissent

ſent & qui élevent le Problême. 1°. Au lieu de prendre tous les nombres qui rempliſſent un quarré, par exemple les 36 nombres conſecutifs qui rempliroient toutes les cellules d'un Quarré naturel dont le côté ſeroit 6, il ne prend qu'autant de nombres conſecutifs qu'il y a d'unités dans le côté du quarré, c'eſt-à-dire ici 6 nombres, & ces 6 nombres ſeuls il les diſpoſe de maniere dans les 36 cellules, qu'aucun ne ſoit repeté deux fois dans une même bande ſoit horiſontale, ſoit verticale, ſoit diagonale, d'où il ſuit neceſſairement que toutes les bandes, priſes en quelque ſens que ce ſoit, font toujours la même ſomme. M. Poignard appelle cela Progreſſion *repetée.* 2°. Au lieu de ne prendre ces nombres que ſelon la ſuite des Nombres naturels, c'eſt-à-dire en progreſſion Arithmetique, il les prend auſſi & en progreſſion Geometrique, & en progreſſion Harmonique, mais avec ces deux dernieres progreſſions il faut neceſſairement que la *Magie* ſoit differente de ce qu'elle étoit. Dans les Quarrés remplis par des nombres en progreſſion Geometrique, elle conſiſte en ce que les produits de toutes les bandes ſont égaux, & dans la progreſſion Harmonique, les nombres de toutes les bandes ſuivent toûjours cette progreſſion. M. Poignard fait également des Quarrés de ces trois progreſſions repetées.

La Lecture & l'examen de cet Ouvrage ont donné occaſion à M. de la Hire de rappeller des idées qu'il avoit eües autrefois ſur les Quarrés Magiques, & d'y en ajouter un grand nombre de nouvelles.

Il conſidere d'abord les Quarrés impairs. Tous ceux qui ont travaillé ſur cette matiere ont trouvé plus de difficulté dans la conſtruction des Quarrés pairs, & par cette raiſon M. de la Hire les garde pour les derniers. Ce plus de difficulté peut venir en partie de ce qu'on prend les nombres en progreſſion Arithmetique, or dans cette progreſſion ſi le nombre des termes eſt impair, celui du milieu a certaines propriétés qui peuvent être commodes. Par exemple, étant multiplié par le nom-

bre des termes de la progreſſion, ce produit eſt é gal à la ſomme de tous les termes.

M. de la Hire propoſe un emethode generale pour les Quarrés impairs, & elle a quelque rapport avec la Theorie des Mouvements compoſés, ſi utile & ſi féconde dans la Mechanique. Comme elle conſiſte à décompoſer les mouvements, & à les reſoudre en d'autres plus ſimples, de même la methode de M. de la Hire conſiſte à reſoudre en deux quarrés plus ſimples & *primitifs*, le quarré qu'il veut conſtruire. Mais il n'étoit pas ſi aiſé de découvrir ou d'imaginer. ces deux quarrés primitifs dans le quarré compoſé ou *parfait*, qu'il l'eſt d'appercevoir dans un mouvement oblique un mouvement parallele, & un perpendiculaire.

S'il faut, par exemple remplir magiquement avec les 49 premiers nombres de la progreſſion naturelle les 49 cellules d'un quarré qui a 7 de racine, M. de la Hire prend d'un côté les 7 premiers nombres depuis l'unité juſqu'à la racine 7, & de l'autre 7 & tous ſes multiples juſqu'à 49 excluſivement, & comme il n'a par-là que 6 nombres il y joint 0, ce qui fait cette progreſſion Arithmetique de 7 termes, auſſibien que la premiere, 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42.

Enſuite avec ſa premiere progreſſion repetée à la maniere de M. Poignard il remplit magiquement le quarré de 7 de racine. Pour cela il écrit d'abord dans les 7 cellules de la premiere bande horiſontale les 7 nombres propoſés, ſelon tel ordre que l'on veut, car cela eſt abſolument indifferent, & il eſt bon de remarquer ici que ces 7 nombres ſeuls peuvent être arrangés en 5040 manieres differentes dans une ſeule bande. L'arrangement qui leur ſera donné dans la premiere bande horiſontale, quel qu'il ſoit, eſt le fondement de celui qu'ils auront dans toutes les autres. Pour la ſeconde bande horiſontale, il faut mettre dans ſa premiere cellule, ou le 3eme, ou le 4eme, ou le 5eme, ou le 6eme, qui ſuit le premier de la premiere bande horiſontale, & aprés cela écrire les 6 au-

tres de ſuite. Pour la troiſiéme bande horiſontale, on obſerve à l'égard de la ſeconde, le même ordre qu'on a obſervé pour la ſeconde à l'égard de la premiere, & toûjours ainſi juſqu'à la fin. Par exemple, ſi on a rangé les 7 nombres dans la premiere bande horiſontale ſelon l'ordre naturel, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. on peut commencer la ſeconde bande horiſontale par 3, ou par 4, ou par 5, ou par 6, mais ſi on l'a commencée par trois, la troiſiéme doit commencer par 5, la quatriéme par 7, la cinquiéme par 2, la ſixiéme par 4, la ſeptiéme par 6. Le commencement des bandes qui ſuivent la premiere, étant ainſi déterminé, nous avons déja dit que les autres nombres s'écrivoient tout de ſuite dans chaque bande ſelon l'ordre qui a été arbitrairement choiſi pour la premiere.

Par ce moyen, il eſt évident qu'aucun nombre ne ſera repeté deux fois dans une même bande, quelle qu'elle ſoit, & par conſequent les 7 nombres 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. étant toûjours dans chaque bande, ils ne pourront faire que la même ſomme.

On voit déja dans l'exemple preſent que l'arrangement des nombres dans la premiere bande ayant été choiſi à volonté, on a pu continuer les autres bandes de 4 manieres differentes, & puiſque la premiere bande a pu avoir 5040 arrangements differents, ce ſont 20160 manieres differentes dont le Quarré Magique de 7 nombres repetés peut être conſtruit.

L'ordre des nombres dans la premiere bande étant déterminé, ſi l'on prenoit pour recommencer la ſeconde le 2^d ou le dernier, M. de la Hire a remarqué que dans un de ces cas une des bandes diagonales auroit toûjours le même nombre repeté, & que dans l'autre cas, ce ſeroit l'autre diagonale. Par conſequent l'une ou l'autre diagonale ſeroit fauſſe, à moins que le nombre repeté 7 fois ne fût 4, car 4 fois 7 eſt égal à la ſomme de 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. & en général dans tout quarré conſtruit d'un nombre de termes impair en progreſſion Arithmetique, une des diagonales ſeroit fauſſe par ces

deux constructions, à moins que le nombre toûjours repeté dans cette diagonale ne fût le terme du milieu de la progression. Or il n'est nullement necessaire de prendre des termes en progresion Arithmetique, & on peut faire suivant la regle de M. de la Hire un Quarré Magique de tels nombres qu'on voudra qui ne suivent aucune progression. Deplus, quand même on les prendra en progression Arithmetique, il y aura un trés-grand nombre de quarrés, où le terme toûjours repeté dans une des diagonales en vertu de la construction ne sera point le terme du milieu de la progression, car cela dépend de l'ordre qu'on aura donné aux nombres de la premiere bande. Il a donc falu excepter de la Methode générale les deux constructions qui produisent la repetition continuelle d'un même terme dans l'une des deux diagonales, & marquer seulement le cas où cette repetition n'empêcheroit pas la diagonale d'être juste. Ce cas ayant été absolument exclus, quand nous avons trouvé que le quarré de 7 pouvoit avoir 20160 constructions differentes, il est clair qu'il doit en avoir davantage, & même beaucoup davantage.

Recommencer la seconde bande par tout autre nombre que le second ou le dernier de la premiere, ce n'est pas une regle générale. Elle est bonne pour le quarré de 7, mais s'il s'agissoit, par exemple, du quarré de 9, & qu'on prît pour le premier nombre de la seconde bande horisontale, le 4ème de la premiere, on verroit que ce même nombre commenceroit aussi la cinquiéme & la huitiéme bande, & par conséquent seroit repeté 3 fois dans la premiere bande verticale, qui par là deviendroit fausse, hormis dans certains cas particuliers, que pareillement le premier & le septiéme nombre seroient repetés 3 fois dans cette même bande, ce qui entraîneroit de semblables repetitions dans toutes les autres. Voici donc comment doit être conçuë la Regle générale. Il faut que le nombre que l'on choisit dans la premiere bande pour recommencer la seconde, ait un *exposant de son quantiéme*

tel que diminué d'une unité il ne puiſſe diviſer la racine du quarré. Si, par exemple, dans le quarré de 7 on a pris pour recommencer la ſeconde bande, le 3eme nombre de la premiere, cette conſtruction eſt bonne, parce que l'expoſant du quantiéme de ce nombre qui eſt 3, moins 1, c'eſt-à-dire 2, ne peut diviſer 7. De même on peut prendre le 4eme nombre de la premiere bande, parce que 4 moins 1, ou 3 ne diviſe point 7. C'eſt la même raiſon pour le 5eme & 6eme nombre. Mais dans le quarré de 9, le 4eme nombre de la premiere bande ne doit pas être pris, parce que 3 diviſe 9. La raiſon de cette regle ſera évidente, pourveu que l'on obſerve un moment, comment ſe font ou ne ſe font point les retours des mêmes nombres, en les prenant toûjours d'une même maniere dans une ſuite quelconque donnée.

Il ſuit de-là que moins la racine du quarré que l'on conſtruit a de diviſeurs, plus il y a à cet égard de manieres differentes de le conſtruire, & que les nombres *premiers*, c'eſt-à-dire qui n'ont aucuns diviſeurs, tels que 5, 7, 11, 13, &c. ſont ceux dont les quarrés doivent recevoir le plus de variations à proportion de leur grandeur.

Les Quarrés conſtruits ſuivant la methode de M. de la Hire ont une proprieté particuliere, & que l'on n'avoit point encore exigée dans ce Problême. Les nombres qui compoſent une bande quelconque parallele à une des deux diagonales, ſont rangés dans le même ordre que ceux de la diagonale à laquelle cette bande eſt parallele, & comme une bande parallele à une diagonale eſt neceſſairement plus courte qu'elle, & a moins de cellules, ſi on lui joint la parallele correſpondante qui a le nombre de cellules qui lui manque pour en avoir autant que la diagonale, on trouvera que les nombres des deux paralleles miſes, pour ainſi dire, bout à bout, garderont entre eux le même ordre que ceux de la diagonale. A plus forte raiſon ils feront la même ſomme, ce qui fait que ces quarrés ſont encore magiques en ce ſens là.

Au lieu que nous avons formé juſqu'ici les Quarrés

par les bandes horiſontales, on pourroit en former par les verticales, & ce ſeroit la même choſe.

Tout ceci ne regarde encore que le premier Quarré primitif, dont les nombres étoient dans l'exemple propoſé, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. reſte le ſecond primitif, dont les nombres ſont 0. 7. 14. 21. 28. 35. 42. M. de la Hire opere de la même façon ſur ce ſecond quarré, & il peut être conſtruit ſelon ſa methode en 20160 manieres differentes, auſſibien que le premier, puiſqu'il eſt composé du même nombre de termes. Sa conſtruction étant faite, & par conſequent toutes ſes bandes compoſant la même ſomme, il eſt évident que ſi l'on ajoûte l'un à l'autre les nombres de deux cellules correſpondantes dans les deux quarrés, c'eſt-à-dire les deux nombres de la premiere de chacun, les deux de la ſeconde, de la troiſiéme &c. & qu'on les diſpoſe dans les 49 cellules correſpondantes d'un troiſiéme Quarré, il ſera encore magique, puiſque ſes bandes formées par l'Addition de ſommes toûjours égales à ſommes égales ſeront neceſſairement égales entre elles. Il s'agit ſeulement de ſavoir ſi par l'Addition des cellules correſpondantes des deux premiers Quarrés, toutes les cellules du troiſiéme ſeront remplis de maniere que chacune contienne un des nombres de la progreſſion depuis un juſqu'à 49 & un nombre different de celui de toutes les autres, ce qui eſt la fin & le deſſein de toute l'operation.

Sur cela, M. de la Hire démontre que ſi dans la conſtruction du ſecond Quarré primitif, on a obſervé en recommençant la ſeconde bande un ordre par rapport à la premiere different de celui qu'on avoit obſervé dans la conſtruction du premier quarré, ſi, par exemple, on a recommencé la ſeconde bande du premier par le 3eme terme, & que l'on recommence la ſeconde bande du ſecond quarré par le 4eme, chaque nombre du premier quarré ſe combinera une fois par l'Addition, & une fois ſeulement, avec tous les nombres du ſecond, & comme les nombres du premier ſont ici 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &

ceux du ſecond 0.7.14. 21. 28. 35. 42. on verra qu'en les combinant ainſi on aura tous les nombres de la progreſſion depuis 1 juſqu'à 49, ſans qu'il y en ait aucun repeté, & c'eſt-là le Quarré parfait qu'il s'agiſſoit de conſtruire.

La ſujetion de conſtruire differemment les deux quarrés primitifs n'empêche nullement que chacune des 20160 conſtructions de l'un ne puiſſe être combinée avec toutes les 20160 conſtructions de l'autre, & par conſequent 20160 multiplié par lui-même, c'eſt-à-dire 406425600 eſt le nombre de toutes les conſtructions differentes que peut avoir le Quarré parfait, qui eſt ici celui des 49 premiers nombres de la progreſſion naturelle. Et même comme nous avons veu qu'un quarré primitif de 7 nombres repetés peut avoir plus de 20160 conſtructions, il s'en faut bien que le nombre de 406425600 ſoit aſſés grand pour exprimer toutes les conſtructions poſſibles du Quarré magique des 49 premiers nombres.

Il y a encore plus. M. de la Hire remarque qu'un quarré étant conſtruit, on y peut faire certaines tranſpoſitions de bandes qui ne l'empêcheront pas d'être encore magique, mais qui en rendront la conſtruction differente de toutes celles qu'on auroit trouvées par les regles que nous venons d'expliquer.

Mais quelque grand que ſoit ce nombre de 406425600. augmenté même par toutes ces raiſons autant qu'il ſera neceſſaire, on ne doit point en être ſurpris. Il n'eſt qu'une trés-petite partie de celui qui exprimeroit toutes les diſpoſitions magiques, ou non magiques que l'on pourroit donner aux 49 termes. Et pour en prendre une idée, il faut ſavoir que 16 termes pouvant recevoir, ainſi que nous l'avons déja dit, 20922789888000 diſpoſitions magiques, ou non magiques, ſi l'on veut avoir le nombre des diſpoſitions quelconques que peuvent recevoir 17 termes, il faut multiplier ce nombre 20922789888000 par 17. Le produit qu'on trouvera étant multiplié par 18, donnera le nombre de toutes les diſpoſitions que peuvent avoir 18 termes, & ſi l'on procede toûjours ainſi

jusqu'à 49, on aura le nombre de toutes les dispositions magiques, ou non magiques de 49 termes, & il est aisé de voir que ce nombre sera presque immense en comparaison de celui des seules dispositions magiques.

Telle est la methode generale de M. de la Hire pour les Quarrés impairs. Celles que l'on a trouvées jusqu'à present n'en sont que des cas particuliers qu'elle comprend, & qu'elle absorbe. Il nous suffit d'en avoir donné une idée en général, & nous passons sous silence un grand nombre de remarques, soit instructives, soit curieuses, qui nous jetteroient dans un trop grand détail.

M. de la Hire, aussi bien que M. Frenicle, étend sa methode aux Quarrés qui demeurent magiques, aprés qu'on a ôté quelques Enceintes, mais ce qu'il fait de plus que M. Frenicle, c'est qu'il démontre ses operations.

Restent les Quarrés pairs. Il les construit ainsi que les impairs par deux quarrés primitifs, mais la construction des primitifs est differente en general, & peut l'être même en plusieurs manieres, & ces differences generales reçoivent plusieurs variations particulieres, qui donnent autant de constructions differentes pour un même quarré pair. Il ne paroît pas que l'on puisse déterminer, ne fût-ce qu'à peu prés, ni combien de differences generales il peut y avoir entre la construction des quarrés primitifs d'un quarré pair, & d'un impair, ni combien chaque difference générale peut recevoir de variations particulieres, & par consequent on est encore bien éloigné de pouvoir déterminer le nombre des constructions d'un quarré pair, sans conter qu'il peut y avoir des constructions differentes de toutes celles qui se feront par des quarrés primitifs, à la maniere de M. de la Hire.

Il ajoûte aux quarrés pairs, de même qu'il l'a fait aux impairs, la condition des Enceintes qui s'en peuvent retrancher.

Nous n'en dirons pas davantage sur ce sujet. Nous ne voulons que donner ici l'esprit de la Methode de M. de

la Hire, & faire apercevoir, du moins confusément, ce nombre prodigieux de solutions pour un Problême, auquel on eût été bien glorieux d'en trouver une seule dans les commencements qu'il fut proposé. Si l'on veut concevoir la différence de l'Esprit humain sans culture à lui-même cultivé, on n'a qu'à imaginer quelle distance il y a de ceux qui resolvent ces sortes de Problêmes, à ces Sauvages qui ne content que jusqu'à 10, parce qu'ils n'ont que 10 doits.

LA matiere qui vient d'être traitée nous rappelle dans la memoire un article qui a été oublié dans le Volume précedent de l'Histoire de l'Academie. Un jeune Ecclesiastique nommé M. de Moulieres presenta à la Compagnie en 1704 une Methode qu'il avoit inventée pour trouver en peu de temps les Nombres *premiers*. Ces Nombres, tels que 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. &c. qui ne sont divisibles par aucun autre nombre, que par l'unité ou par eux-mêmes, c'est-à-dire proprement, qui ne sont divisibles par aucun nombre, sont, pour ainsi dire, semés irrégulierement & sans aucun ordre visible, dans la suite des nombres naturels. Il seroit souvent commode dans la pratique, & en général il seroit trés-curieux d'avoir une regle par laquelle on pût les reconnoître sûrement tout d'un coup, & les démêler de la foule. M. Frenicle avoit médité sur cette matiere, & il y avoit fait des découvertes, mais elles n'ont point été imprimées. Il se trouva que la Methode de M. de Moulieres retomboit en partie dans les idées d'un homme si fameux pour la science des nombres, & cette conformité ne pouvoit être suspecte, car les Manuscrits de M. Frenicle n'ont été qu'entre les mains de M. de la Hire. En général, ce que M. de Moulieres avoit pensé étoit fort ingenieux, & l'on pourroit par cette voye trouver en 2 ou 3 heures tous les nombres premiers, jusqu'à 25000, ce qui est trés-expeditif. Nous sommes fâchés de n'avoir pas rendu plutôt à l'Auteur le témoignage qu'il meritoit.

ALGEBRE.

SUR UNE METHODE GENERALE POUR LA RESOLUTION DES EQUATIONS.

V. les M. p. 177.

IL est glorieux aux premiers Auteurs qui ont travaillé sur l'Algebre, que des difficultés qu'ils n'ont pû vaincre ne soient pas encore surmontées. Le cas *irreductible* du troisiéme degré l'est encore comme il l'étoit du temps de Cardan, car l'Algebre n'est proprement connuë que depuis deux cens ans, & nous l'avons reçuë des mains des Italiens. Il n'y a que le second degré pour lequel on ait des formules absolument générales, & sans exception, & il y a déja long-temps qu'on en est là.

Tout le monde sait que quand dans une Equation algebrique il n'y a qu'une seule grandeur inconnuë mêlée & combinée avec des grandeurs connuës, on trouve aussi-tôt par les grandeurs connuës la valeur de cette inconnuë, si dans tous les termes où elle se rencontre elle est toûjours au même degré, c'est-à-dire toûjours lineaire, ou toûjours quarrée, ou toûjours cubique &c, mais qu'au contraire si elle monte à differents degrés, il est difficile de trouver sa valeur, & d'autant plus difficile que le plus haut degré où elle monte est plus haut, parce qu'elle est ensuite d'autant plus souvent mêlée dans ses degrés inferieurs avec les grandeurs connuës, & d'autant plus malaisée à dégager d'avec elles. Tant qu'elle ne passe point le second degré, on a tout d'un coup sa valeur exprimée en grandeurs connuës

par une Formule generale qui comprend tous les cas possibles de ce degré. On auroit de même une Formule generale pour le troisiéme, si ce n'étoit le fameux cas irreductible qui échape à la Formule, & on en auroit une pour le quatriéme, si ce n'étoit qu'il le faut abaisser au troisiéme, & que par là on tombe quelquefois dans le cas irreductible ; hors du quatriéme degré, plus de Formule.

Si chaque degré pouvoit avoir sa Formule générale, l'Algebre seroit à sa derniere perfection, & encore plus, si toutes les Formules de chaque degré pouvoient s'accorder à en produire une infiniment générale pour tous les degrés, quels qu'ils fussent. Mais ce n'est-là qu'un souhait, sur lequel il ne seroit pas même raisonnable d'insister.

Ce que M. de Lagni propose presentement peut tenir la place d'une idée qui apparemment ne s'exécutera jamais. Il donne pour chaque degré, non une Formule générale qui dévelope tout d'un coup la valeur de l'inconnuë, mais une Methode générale qui la trouve aprés en avoir essayé plusieurs de fausses, & ce qui releve encore le prix de cette Methode, c'est qu'elle est generale pour tous les degrés à l'infini.

Les Mathematiciens avoient remarqué que les differences des Quarrés naturels 0. 1. 4. 9. &c. étant les nombres impairs naturels, 1, 3, 5, &c. les differences de ces differences, ou les differences *secondes* des Quarrés étoient toûjours 2 ; ou plus generalement, que des nombres étant en Progression Arithmetique quelconque, la seconde difference de leurs quarrés étoit constante, & toûjours égale à deux fois le quarré de la difference de la progression. Comme dans la progression naturelle la difference est 1 dont le quarré est 1, la difference seconde des Quarrés naturels à l'infini doit être 2. De même on savoit que la difference *troisiéme* des Cubes naturels 0, 1, 8, 27, &c. étoit constante & toûjours 6, ou plus généralement, que des nombres étant en progression Arithmetique la diffe-

rence troisiéme de leurs cubes étoit constante, & toûjours égale à 6 fois le cube de la difference de la progression.

Il ne paroît pas qu'on eût poussé ces Observations plus loin ; mais, ainsi que nous l'avons dit plus d'une fois, les proprietés qui ne se manifestent qu'en certaines especes de grandeurs ne laissent pas de se trouver dans les autres especes de même genre, seulement elles y sont modifiées de la maniere que l'a exigé la difference d'espece, & par là elles sont devenuës moins visibles, & plus envelopées. Aussi M. de Lagni remarqua-t'il que ces differences constantes qui n'avoient été aperçuës que dans la seconde & dans la troisiéme puissance, se trouvoient à l'infini dans toutes les autres, mais avec les deux modifications suivantes, qui ne sont que des consequences de ce qui a déja été établi.

1°. Comme il faut pour trouver la difference constante des quarrés aller jusqu'à la difference seconde, & pour celle des cubes, jusqu'à la difference troisiéme, c'est à-dire jusqu'à la difference d'un degré égal à celui de la puissance, de même pour trouver la difference constante des quatriémes puissances des nombres d'une progression Arithmetique, il faut aller jusqu'à la difference quatriéme, & ainsi de suite à l'infini. Les differences d'un degré plus élevé, étant, pour ainsi dire, à une plus grande profondeur, elles n'ont pas dû être si-tôt aperçuës.

2°. Comme la difference constante des Quarrés est deux fois le quarré de la difference de la progression, la difference constante des Cubes, 6 fois le Cube de la difference de la progression, ainsi la difference constante des Quatriémes puissances est 24 fois la quatriéme puissance de la difference de la progression ; la difference constante des Cinquiémes puissances 120 fois la cinquiéme puissance de cette même difference &c Or ces nombres *coëfficients*, 2, 6, 24, 120 sont tels que le premier 2 est le produit des deux premiers nombres de la suite naturelle ; le second 6, le produit des trois premiers nombres de cette même suite ; le troisiéme 24, le produit des quatre

premiers nombres, & toûjours ainsi; desorte qu'aprés 120 on trouve trés-facilement par ces produits continuels, les nombres 720, 5040, 40320 &c. coëfficients des differences constantes de la sixiéme, septiéme, & huitiéme puissances &c. Ces mêmes nombres 2. 6. 24. 720. 5040. 40320 &c. sont aussi les nombres de toutes les combinaisons differentes qu'on peut faire de deux choses prises deux à deux, de trois prises trois à trois, de quatre prises quatre à quatre &c.

Par ces deux Observations de M. de Lagni, on peut construire des Tables de telle puissance qu'on voudra des nombres naturels, ou des termes de toute autre progression Arithmetique. Car, par exemple, puisque la difference seconde des Quarrés naturels est toûjours 2, dés que l'on a les trois premiers Quarrés, 1. 4. 9, on a leurs differences premieres, 3 & 5, & en ajoûtant à 5 leur difference seconde 2, on a 7 difference premiere du troisiéme Quarré au quatriéme. Donc ce quatriéme Quarré est 9 plus 7, c'est-à-dire, 16, & toûjours ainsi de suite. Cette maniere d'operer est la plus simple, la plus facile, & la plus sûre de toutes, parce qu'elle ne consiste que dans l'Addition, & en même temps, à cause de son extrême facilité, elle porte sa preuve avec soi, & ne laisse aucune crainte que le Calculateur puisse s'être mépris, même dans les plus grands Quarrés. Ce sera la même chose pour toutes les autres puissances, en y observant les changements necessaires; l'Addition sera toûjours la seule operation que l'on employera, mais comme il faudra se servir d'une difference constante plus reculée, il faudra selon la même proportion un plus grand nombre d'Additions.

Cette maniere d'élever à une puissance quelconque par la seule Addition les termes d'une progression Arithmetique, a conduit plus loin M. de Lagni. Il a songé à en faire l'application aux Equations algebriques d'un degré quelconque déterminées, c'est-à-dire qui n'ont qu'une inconnuë dont on cherche les valeurs. Il suppose que

l'Equation ait reçû trois préparations qui sont ordinaires ; 1°. Qu'elle soit délivrée de fractions, 2°. d'incommensurables, 3°. que le coëfficient de la haute puissance soit évanoüi. Les deux premieres préparations sont necessaires pour le calcul, la troisiéme assure qu'aucune des valeurs de l'inconnuë ne sera un nombre rompu, mais seulement un nombre entier, ou un nombre irrationel. Il y a beaucoup de cas où elle n'est pas necessaire ; mais nous la supposerons toûjours faite, parce qu'enfin elle ne peut nuire. Du reste, il n'est nullement besoin de faire évanouïr aucun terme moyen de l'Equation, ce que l'on fait souvent par d'autres methodes, & la disposition des Signes plus & moins est indifferente. On suppose aussi que la grandeur entierement connuë dans l'Equation soit positive, car si elle ne l'étoit pas telle qu'elle est donnée, elle le deviendroit aisément par un simple changement des Signes. Cette grandeur s'appelle *Homogene de comparaison*, à la difference des autres termes qui étant homogenes aussi bien qu'elle, c'est-à-dire élevés à un certain degré toujours le même dans une même équation, ne sont pas comme elle les grandeurs ausquelles il faut tout rapporter & tout comparer.

Les préparations étant donc supposées, voici quelle est l'idée de M. de Lagni. Il a veu que comme en quarrant les termes d'une progression Arithmetique, leur difference seconde étoit constante, de même si dans une Equation du second degré l'on donnoit successivement à l'inconnuë les differentes valeurs des termes d'une progression Arithmetique quelconque, celles qui venoient ensuite necessairement pour l'homogene de comparaison avoient des differences secondes constantes, & constantes de la même maniere, c'est-à-dire, toûjours égales à deux fois le quarré de la difference de la progression. Si le coëfficient du quarré de l'inconnuë n'étoit pas évanoüi, il faudroit que le quarré de la difference de la progression fût multiplié par ce coëfficient. Par ce qui a été dit sur les puissances des Nombres, il est aisé d'appli-

quer cette regle des Equations du ſecond degré aux Equations du troiſiéme, du quatriéme &c. à l'infini.

Par les differences conſtantes on a la commodité de pouvoir trouver avec la ſeule Addition tous les homogenes de comparaiſon, qui dans une Equation quelconque propoſée répondront aux differentes valeurs des termes de la progreſſion Arithmetique, ſubſtituées à l'inconnuë. Si par quelqu'une de ces ſubſtitutions, il vient un homogene de comparaiſon égal à l'homogene donné dans l'Equation, il eſt ſur que le terme de la progreſſion Arithmetique qui aura été ſubſtitué dans cette operation eſt une des valeurs de l'inconnuë, & une des reſolutions de l'Equation propoſée. Et afin qu'entre tous les homogenes de comparaiſon que l'on trouvera ſucceſſivement, celui qui eſt donné dans l'Equation vienne neceſſairement, s'il peut venir, il faut que la progreſſion Arithmetique dont on applique les nombres l'un aprés l'autre à l'inconnüe, ſoit la progreſſion naturelle qui comprend tous les nombres entiers, car on ſuppoſe que les valeurs de l'inconnuë ne peuvent être des fractions. Mais comme ces mêmes valeurs peuvent être des nombres irrationels, qui ne ſont pas compris dans la progreſſion, il arivera alors que l'on trouvera par les ſubſtitutions deux homogenes conſecutifs, l'un d'une unité plus petit, l'autre d'une unité plus grand que le donné, marque certaine que la valeur de l'inconnuë ſera un nombre irrationnel compris dans l'intervalle des deux nombres correſpondants de la progreſſion naturelle qui auront produit ces homogenes, par exemple, entre 10 & 11. On trouvera par les Regles des Approximations des nombres rationels toûjours plus approchants à l'infini, & ſi approchants que l'on voudra de ce nombre irrationel.

L'homogene donné ou eſt poſitif ou a été rendu tel. Mais il peut arriver que par les ſubſtitutions il vienne d'abord des homogenes negatifs. Si ces homogenes negatifs forment une ſuite qui aille en décroiſſant, il la faut

épuiser, aprés quoi viendront les homogenes positifs, parmi lesquels le donné doit être compris. Si les homogenes negatifs vont en croissant, il faut qu'ils croissent jusqu'à un certain terme, qu'ils décroissent ensuite, & qu'aprés cela viennent les positifs.

Il peut arriver aussi que les homogenes positifs croissent jusqu'à un certain terme, décroissent ensuite, deviennent aprés cela negatifs & croissants à l'infini, & que le plus grand des homogenes positifs trouvés soit plus petit que le donné. Alors toutes les racines de l'Equation, ou valeurs de l'inconnuë sont imaginaires.

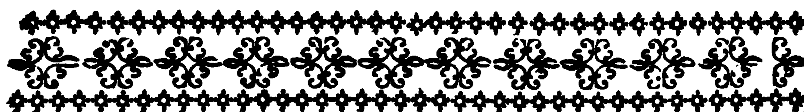
Si par la substitution de 1, premier terme de la progression naturelle, on trouve un homogene plus grand que le donné, la valeur de l'inconnuë est donc moindre que l'unité, & comme ce ne peut être une fraction rationelle, ainsi que nous l'avons toûjours supposé, c'est une fraction irrationelle.

Une valeur de l'inconnuë une fois trouvée, l'Equation est abaissée d'un degré, & il faut operer selon la même methode sur cette équation abbaissée, ce qui donne les autres valeurs. Le principe de cette pratique est, que dans une Equation quelconque l'homogene de comparaison est le produit de toutes les valeurs de l'inconnuë; par-là on voit aisément ce qu'il y a à faire pour parvenir de la connoissance d'une des valeurs à celle de toutes les autres.

Nous ne donnons ici que l'esprit général de la Methode de M. de Lagni. S'il la faloit suivre dans toute l'étenduë que nous avons representée, les operations en seroient souvent trop longues, à cause du grand nombre de substitutions necessaires. Aussi M. de Lagni ne la propose-t'il qu'avec les abreviations qui en facilitent la pratique, & qui épargnent de longs circuits.



GEOMETRIE.



GEOMETRIE.

SUR LES TANGENTES ET ET LES SECANTES DES ARCS CIRCULAIRES.

VOici ce qui avoit déja été annoncé dans l'Hist. de 1703.* Un arc circulaire quelconque étant donné, avec son Rayon, sa Tangente, & sa Secante, M. de Lagni trouvoit par une Regle générale la Tangente & la Secante de tout autre arc multiple du premier. Il avoit envoyé cette Formule à l'Academie, mais sans en donner la demonstration qu'il disoit être trés longue, peut-être pour détourner les Geometres de la chercher & de la lui enlever, quoi qu'elle ne fût fondée, à ce qu'il avoüoit lui-même, que sur deux Propositions d'Euclide. Maintenant il donne ici & la Regle & la Démonstration, qui est trés-courte, & trés-aisée, nouveau merite pour cette Démonstration, & dont il n'avoit pas voulu d'abord lui faire honneur.

V. les M. p. 154. *p. 64.

Il a été dit dans l'endroit cité de l'Hist. de 1703, que les Tangentes & les Secantes de differents arcs, ni ne suivent la proportion des arcs ausquels elles répondent, ni n'ont entre elles une raison fixe & constante qui les regle. Cela saute aux yeux par l'exemple de la Tangente de 45, & de celle de 90. L'un de ces arcs est double de l'autre, la Tangente de 45 est égale au Rayon, & celle de 90 est infiniment grande. Il paroît par-là que les Tan-

gentes doivent avoir une marche, pour ainsi dire, fort irréguliere, & qu'elles ne vont que par sauts, & de là vient la difficulté de découvrir celles que l'on ne connoît point par celles que l'on connoît; car ce chemin ne se peut faire, si l'on ne tient une espece de fil qui conduise des unes aux autres, c'est-à-dire, quelque chose qui leur soit commun à toutes, & qui détermine chacune d'elles à une certaine grandeur.

Aussi ce Problême n'avoit-il point encore été resolu. Il est bien vrai que l'on trouvoit les Tangentes une à une pour chaque arc en particulier, & deplus on avoit une regle générale pour les Tangentes des arcs doubles & soudoubles, mais on ne pouvoit avoir par cette regle les Tangentes des arcs triples, quintuples &c. & par conséquent elle n'étoit qu'une petite portion d'une Regle générale qui auroit compris les Tangentes de tous les arcs multiples indéfiniment. Il est vrai aussi que comme on a la * Regle générale des Cordes ou des Sinus des Arcs multiples quelconques, & que les Tangentes ont un certain rapport constant aux Sinus, on pouvoit par la progression des Sinus avoir celle des Tangentes, mais ce n'étoit pas avoir les Tangentes immédiatement; & d'ailleurs M. de Lagni remarque que par cette voye on seroit tombé dans de grands embarras de calcul, & quelquefois dans des impossibilités.

* V. l'Hist. de 1702. p. 58.

Non seulement il trouve la progression ou la Regle générale des Tangentes, mais il la trouve si immédiatement qu'il n'a pas même besoin de les considerer dans le Cercle, ni d'employer aucune des proprietés du Cercle. Il lui suffit d'avoir un seul Triangle rectangle où tout soit connu, & tel qu'un de ses angles aigus soit celui dont la Tangente doit être la premiere dans la progression. Par exemple, cet angle sera d'un degré, d'une minute, si l'on veut avoir la suite des Tangentes de degré en degré, ou de minute en minute. La base de cet angle est sa Tangente, l'hipotenuse est sa Secante, & le troisiéme côté est le Rayon. Ces trois lignes étant supposées connuës, il

ne faut pour avoir la Tangente de l'angle double, qu'ajoûter à cet angle un angle égal, tirer une nouvelle hipotenuſe, & prolonger la premiere Tangente juſqu'à ce qu'elle la rencontre. On connoîtra trés-facilement ce que vaut la prolongation de la Tangente par cette ſeule propoſition d'Euclide, que ſi un angle eſt diviſé en deux également par une ligne qui coupe la baſe, les deux parties de la baſe ſont proportionnelles aux deux côtés de l'angle. La prolongation de la premiere Tangente étant connuë par là, on a la Tangente entiere de l'angle double, & par la même voye celle de l'angle triple, & toûjours ainſi de ſuite.

Dans l'expreſſion de toutes les Tangentes à l'infini, il n'entre que le Rayon & la Tangente du premier angle, mais ces grandeurs ſont d'autant plus multipliées que les Tangentes qu'elles expriment ſont Tangentes d'un angle plus multiple du premier, & ç'a été en obſervant ces expreſſions toûjours plus compliquées que M. de Lagni a découvert qu'elles n'étoient que des Puiſſances de la ſomme du rayon & de la Tangente du premier angle, d'autant plus élevées qu'elles exprimoient des Tangentes d'un angle plus multiple, & de plus diſpoſées en fractions d'une certaine façon particuliere, & avec un certain arrangement indiſpenſable des Signes plus & moins.

Les Secantes ſont venuës neceſſairement par la même voye, & tout cela ne demande que la propoſition d'Euclide que nous avons raportée, avec la 47eme du premier Livre. Cet excés de ſimplicité & de facilité ſembleroit peut-être diminuer le prix de la découverte, ſi elle ne s'étoit dérobée juſqu'apreſent aux yeux des plus grands Geometres. C'eſt une gloire qui manque ordnairement aux premiers Inventeurs, que celle d'avoir pris le chemin le plus court & le plus facile.

Comme par la Methode de M. de Lagni on monte de la Tangente d'un angle quelconque aux Tangentes de tous ſes multiples, on redeſcend auſſi aiſément de la Tan-

gente d'un angle multiple, à celles de ses soumultiples quelconques. Si, par exemple, ayant la Tangente d'un angle, on veut avoir celle du tiers de cet angle, il ne faut que prendre la Formule qui appartient à la Tangente de l'angle triple, la Tangente du tiers de cet angle y est necessairement comprise, & on l'en tire par une seule équation. Les Tangentes des soumultiples de l'angle droit se presentent en un moment, car la Tangente de l'angle droit étant infinie ; & par consequent le dénominateur de la fraction qui l'exprime égal à zero, si l'on veut, par exemple, la Tangente de l'angle de 45, il faut prendre la Formule de la Tangente de l'angle double, qui est alors le droit, & en égalant son dénominateur à zero, on voit aussitôt la Tangente de 45 qui vient égale au Rayon.

SUR LES FORCES CENTRALES

DES PLANETES.

V. les M. p. 347. * p. 76. NOus avons avancé dans l'Hist. de 1703. * que les Forces centrales étoient un *sujet que l'on pouvoit desormais mettre à part comme épuisé.* Il paroît l'être effectivement, & ce que M. Varignon donne ici n'est point une augmentation d'une Theorie qui est incapable d'en recevoir, puisqu'elle est infiniment generale ; c'est seulement une nouvelle application, mais qui merite presque d'être mise au même rang que si c'étoit une augmentation veritable.

* p. 89. & 90. Il a été prouvé dans l'Hist. de 1700 * que la Force centrale d'un Corps qui se meut en ligne droite, par exemple, la pesanteur d'un Corps qui tombe & tend au centre de la Terre, supposé qu'elle soit constante, & continuellement appliquée, doit s'exprimer par une Division ou fraction dont le Numerateur est l'infiniment petit de l'infiniment petit de l'espace parcouru dans un temps in-

finiment petit & le Dénominateur le quarré de ce temps. Mais si l'on considere les Forces centrales dans des mouvements faits par des lignes courbes, alors, ainsi qu'il a été dit dans cette même Histoire *, ces Forces, quoique constantes en elles-mêmes, ont une action inégale, selon que la direction ou la ligne droite par laquelle elles font tendre le Mobile à un centre, est plus ou moins oblique à l'arc de la Courbe décrit pendant chaque instant. C'est-là toute la difference des Forces centrales considerées dans des mouvements rectilignes, ou dans des mouvements curvilignes. Or il est trés-aisé de faire voir que dans ces derniers mouvements, l'action de la Force centrale est d'autant moins oblique à l'arc de la Courbe décrit pendant un instant infiniment petit, ou, ce qui revient au même, est d'autant plus forte, que cet arc est plus grand par rapport à l'infiniment petit de la ligne droite tirée du point de la Courbe où est alors le Mobile au centre auquel il tend. Par consequent l'inégalité de l'action de la Force centrale dans un mouvement curviligne doit s'exprimer par une fraction dont le numerateur est un arc quelconque de la Courbe infiniment petit, & le dénominateur l'infiniment petit de la ligne droite correspondante par laquelle agit la Force centrale. Donc cette fraction multipliée par celle qui convient aux Forces centrales considerées dans les mouvements rectilignes, exprime les Forces centrales des mouvements curvilignes, accompagnées de l'inégalité de leur action. Il seroit inutile de faire observer que dans ces derniers mouvements les espaces parcourus qui font le numerateur de la premiere fraction, ne peuvent être que des infiniment petits du second genre des arcs de la Courbe. Les deux fractions ainsi multipliées l'une par l'autre font la Formule generale de M. Varignon pour toutes les Forces centrales possibles des mouvements curvilignes.

* p. 94.

Il n'étoit plus question que d'appliquer à cette Formule differentes Courbes, & de voir quelles Forces centra-

les en resultoient. C'est-là, comme on l'a déja veu, ce que M. Varignon a exécuté dans une assés grande étenduë. Sur tout il a examiné les Forces centrales qui devoient naître du mouvement des Planetes sur les differentes Courbes que leur assignent differens Astronomes ; les deux principales sont l'Ellipse ordinaire ou de Kepler, & celle de M. Cassini, dont on a marqué la difference dans l'Hist. de 1700. * Selon l'une & l'autre hipothese, des Ellipses décrites par les Planetes sont telles que le Soleil est un des foyers de chacune, ou, ce qui est la même chose, un foyer commun à toutes.

* p. 96.

Il suit de-là necessairement que le mouvement des Planetes est excentrique au Soleil, & qu'elles ont toutes un Aphelie & un Perihelie, c'est-à-dire deux points de leur Ellipse diametralement opposés, dont l'un est plus éloigné du Soleil & l'autre plus proche que tout autre. Il est constant chés les Astronomes que cet Aphelie & ce Perihelie sont mobiles, & que si une Planete dans une de ses revolutions a son Aphelie à un certain point du Ciel, elle ne l'a plus au même point dans la revolution suivante. Ce mouvement de l'Aphelie empêche que les Ellipses ne soient exactement des Ellipses, ou toute autre espece de Courbe supposée ; car il arrive la même chose que si pendant le temps qu'une Planete décrit son Ellipse, le plan où seroit cette Ellipse avoit lui-même un mouvement égal à celui qu'on trouve dans l'Aphelie par les Observations ; le mouvement de la Planete seroit composé & de son mouvement Elliptique, & de celui de son plan, & par consequent la Courbe qu'elle décriroit réellement ne seroit plus une Ellipse, mais une autre Courbe, d'autant plus differente de l'Ellipse, que le mouvement de l'Aphelie seroit plus grand pendant une revolution de la Planete.

Si l'on veut se faire une idée de tout ceci selon la Phisique, & selon quelque Sistême des Cieux, on peut concevoir que la figure du Tourbillon, où nôtre Soleil domine, est déterminée par la differente force des Tour-

billons voisins, qui l'environnent & le pressent, & par les differentes pesanteurs des differentes couches de la matiere fluide dont il est composé, que ce Tourbillon étant divisé par le Soleil en deux moitiés, elles sont inégales, & l'une plus grande que l'autre, parce qu'elle est moins pressée par les Tourbillons voisins, ou qu'elle contient une matiere qui a plus de force pour s'éloigner du Soleil, que les Orbes décrits par les Planetes autour du Soleil prennent la figure générale du Tourbillon, & ont leur Aphelie vers la même extrêmité où le Tourbillon a aussi le sien, que comme tout ce qui est en mouvement change & varie continuellement, l'action des Tourbillons voisins qui étoit plus foible vers l'Aphelie de nôtre Tourbillon, devenant peu à peu plus forte, ou la matiere qui est vers cet Aphelie, moins propre à s'éloigner du Soleil avec une certaine force, la figure du Tourbillon se renverse avec le temps, & l'Aphelie se transporte où étoit auparavant le Perihelie. Il faut observer que le renversement total ne se peut faire que dans une trés-longue suite de siécles. L'Aphelie de la Terre, par exemple, ne change en un an que d'une Minute & de deux Secondes, avec quelques Tierces.

Quoiqu'il en soit de cette espece de petit Sistême, les faits sont constants, & c'en est assés. Les Planetes ne décrivent point les mêmes Courbes que si leurs Aphelies étoient immobiles, & quoi que les Ellipses qu'on leur attribuë soient peu alterées, à cause de l'extrême lenteur du mouvement des Aphelies, elles le sont dans la rigueur Geometrique, & cessent d'être des Ellipses. M. Varignon en avoit consideré les Forces centrales, en les supposant purement Ellipses, & en ne considerant point le mouvement des Aphelies; maintenant il le considere, & par consequent les Courbes étant differentes, les Forces centrales le sont aussi. La difficulté n'est que de déterminer la nouvelle Courbe resultante de la composition des deux mouvements.

Pour cela, l'Orbe de la Planete étant supposé Ellipti-

que, ou même de telle autre figure qu'on voudra, M. Varignon ſuppoſe que le plan de cet Orbe ſe meut circulairement autour d'un point fixe, & que ce point fixe eſt le foyer de l'Ellipſe où eſt le centre du Soleil. Si au bout d'un certain temps, la Planete par ſon mouvement particulier doit ſe trouver à un certain point de ſon Ellipſe, il eſt viſible que par le mouvement circulaire du plan de cette Ellipſe fait en même temps, elle doit ſe trouver à un autre point, qui n'appartiendra point à l'Ellipſe, mais à la Courbe compoſée des deux mouvements. Ce point ſe détermine par la proportion qu'on ſuppoſe entre le mouvement Elliptique & le circulaire. Aprés cela, M. Varignon conſidere un pas infiniment petit de chacun des deux mouvements, fait dans le même inſtant, & trouve de la même maniere le point où la compoſition des deux mouvements porte la Planete, different de celui où l'auroit miſe le mouvement elliptique ſeul. La ligne droite infiniment petite, tirée de ce ſecond point au premier qui a été trouvé, eſt un arc infiniment petit de la Courbe cherchée.

Cet arc infiniment petit de la Courbe eſt, comme tout autre arc de cette eſpece, l'hipotenuſe d'un triangle rectangle. Ici, un des côtés qui comprennent l'angle droit eſt la difference infiniment petite d'un rayon de l'Ellipſe, tiré du foyer où eſt le Soleil à la circonference, l'autre côté eſt un arc circulaire infiniment petit compoſé de deux arcs circulaires mis bout à bout, le premier pris dans l'Ellipſe, & correſpondant à l'infiniment petit du mouvement Elliptique, le ſecond produit par le mouvement circulaire du plan de l'Ellipſe. La connoiſſance du rapport que ces deux arcs ont entre eux ou de celui qu'ils ont l'un ou l'autre à l'arc total qu'ils forment, eſt abſolument neceſſaire pour parvenir à celle du petit arc de la Courbe compoſée des deux mouvements.

Kepler a établi ſur un grand nombre d'obſervations, que les temps employés par une Planete à parcourir differents arcs de ſon Ellipſe, ſont entre eux comme les eſpaces correſpondants du plan de cette Ellipſe, compris

pris entre ses rayons, tirés du foyer où est le Soleil aux extrêmités de ces arcs. Ainsi si l'on a trois points du mouvement d'une Planete sur son Ellipse, c'est-à-dire, deux arcs qu'elle ait décrits, il faut tirer du Soleil à ces trois points trois lignes, mesurer par les Methodes Geometriques les deux espaces compris entre ces trois lignes, & le rapport de ces espaces sera celui des temps que la Planete a employés à parcourir les deux arcs correspondants. Si l'on applique cette hipothese de Kepler, non seulement au mouvement circulaire du plan de l'Ellipse de la Planete, mais aussi au mouvement composé de la Planete, on trouvera que les espaces parcourus en même temps, & par consequent leurs infiniment petits, auront toujours entre eux un rapport constant & invariable. Or dans les infiniment petits de ces espaces entrent necessairement ces arcs circulaires dont nous venons de dire qu'il faloit connoître le rapport, & par-là vient aussi ce rapport que l'on cherchoit.

Aprés tout cela, il ne reste plus qu'à déterminer l'Ellipse, ou quelque autre Courbe, que l'on voudra faire décrire à la Planete par son mouvement particulier, & l'on aura aussi-tôt la Courbe composée qui est celle de son mouvement réel & effectif. Dés qu'elle est trouvée, la Formule générale des Forces centrales donne celles qui lui conviennent à tous ses differents points, & il n'est plus question que d'en faire le calcul.

En cherchant la Courbe composée que la Planete décrit réellement, M. Varignon trouve en son chemin une autre Courbe qui s'offre d'elle-même. Il l'appelle *Déterminatrice de l'Aphelie*, parce qu'à chaque moment du cours réel de la Planete, elle marque le point correspondant où l'Aphelie se trouve sur le cercle qu'il décrit.

Jusqu'ici la maniere dont M. Varignon s'est conduit dans sa recherche a été de comparer le mouvement de l'Aphelie au mouvement de la Planete réel & composé. Mais M. Neuton qui dans le fameux Ouvrage des *Principes Mathematiques de la Philosophie naturelle* a fait la

même recherche, s'y eſt conduit autrement, & a comparé le mouvement réel & composé de la Planete, au mouvement ſimple qu'elle auroit ſur ſon Ellipſe, ſi l'Aphelie étoit immobile.

M. Varignon prend auſſi ce tour, & fait voir par-là l'univerſalité, &, pour ainſi dire, la fléxibilité de ſa methode. Il eſt aiſé de voir que quand on feroit décrire à la Planete quelque autre Courbe que l'Ellipſe de Kepler, ou celle de M. Caſſini, quand on feroit tourner le plan de cette Courbe, non autour du Soleil, mais autour de tout autre point fixe quelconque, quand même on imagineroit pour cette compoſition de mouvements, comme a fait M. Neuton en quelques exemples, des mouvements ſimples qui ne pourroient convenir aux corps céleſtes, tout cela s'expedieroit avec la même facilité, & ce n'eſt pas la peine qu'on s'y arrête. Une Methode eſt en Géometrie ce qu'eſt en Chimie un Eſprit, & les exemples qu'on donne de cette Methode ſont le flegme de l'Eſprit. Il faut quelque exemple pour faire ſentir la methode comme il faut toûjours un peu de flegme pour porter l'Eſprit, mais il faut bien ſe garder de noyer l'Eſprit par la trop grande quantité de flegme.

V. les M. p. 56.

NOus renvoyons aux Memoires une Recherche purement Geometrique de M. Carré ſur une Courbe formée par un mouvement qu'il donne au diametre d'un Cercle.

CEtte année, parut un Livre de M. Guiſnée, intitulé, *Application de l'Algebre à la Geometrie*, &c. quoique cet Ouvrage ne ſoit fait que pour ceux qui commencent, il merite par l'importance de la matiere que nous en parlions ici avec quelque étenduë.

L'Algebre exprime par des Lettres toutes les grandeurs, ſoit nombres, ſoit lignes, ſoit dégrés de viteſſe &c. Comme il y a dans toutes les recherches quelque choſe

de connu ou de donné, elle exprime par certaines Lettres qu'on appelle *Inconnuës* les grandeurs dont on veut découvrir la valeur, ou, ce qui est la même chose, le rapport à des grandeurs ou lettres connuës. Par exemple, si on cherche une moyenne proportionnelle entre deux grandeurs données, on trouve aussi tôt par une Equation d'Algebre trés-simple, que la lettre inconnuë, ou la moyenne proportionnelle cherchée est égale à la Racine quarrée du produit des deux grandeurs données & connuës. Cette racine quarrée est *l'expression* algebrique de la grandeur qu'on cherchoit. Si dans ce même exemple il s'agissoit de lignes, & que par consequent la grandeur cherchée en fût une, il faudroit ensuite trouver une ligne dont cette Racine quarrée fût l'expression, & il est visible par les premiers Elements de Geometrie qu'étant décrit un cercle qui eût pour diametre les deux grandeurs données mises bout à bout, si on élevoit au point où elles se joindroient une perpendiculaire qui se terminât à la circonference, cette perpendiculaire seroit la ligne cherchée. Trouver par la proprieté Geometrique du Cercle cette ligne telle que la demandoit l'expression algebrique, c'est *appliquer l'Algebre à la Geometrie*; décrire ce Cercle d'un certain diametre déterminé, & élever cette perpendiculaire, c'est *construire le Problème* qui avoit été proposé.

Si tous les cas étoient aussi simples que celui-là, l'Application de l'Algebre à la Geometrie n'auroit pas beaucoup de difficulté, mais ordinairement les expressions que donnent les operations d'Algebre pour les grandeurs inconnuës sont beaucoup plus *composées*. Elles le sont d'autant plus en général que les lettres inconnuës montent à des puissances ou degrés plus hauts, ou, ce qui est conté pour la même chose, que les lettres inconnües, lorsqu'il y en a plus d'une, forment entre-elles des produits d'un plus grand nombre de dimensions. En voici la raison essentielle. L'objet & la fin de toutes les operations d'Algebre est d'avoir dans un membre d'une Equation la let-

tre inconnuë ſeule, & dans l'autre toutes les lettres connües, ſeules auſſi & ſans mêlanges d'inconnües; car alors il eſt clair que la valeur de l'inconnuë eſt trouvée. Mais on ſait par la maniere dont les puiſſances ſe forment, que ſi une lettre inconnuë monte à une puiſſance plus élevée, elle ſe trouvera enſuite dans ſes puiſſances inferieures mêlée & combinée un plus grand nombre de fois avec des grandeurs connuës, & par conſequent il ſera d'autant plus difficile de l'en dégager. C'eſt la même difficulté pour pluſieurs lettres inconnuës qui ſe multiplient ſeules les unes les autres, & qui enſuite ſont differemment multipliées par les lettres connuës. Les Problêmes tirent leur nom du degré où monte la lettre inconnuë. Ils ſont *ſimples* ou *du premier degré* ſi elle ne paſſe pas ce degré; *plans* ou du *ſecond degré*, ſi elle eſt quarrée; *ſolides* ou *du troiſiéme degré*, ſi elle va juſqu'au cube, & ainſi de ſuite. C'eſt la même choſe pour les produits des lettres inconnuës entre-elles, horſmis qu'alors il ne peut y avoir de premier degré. Ces dénominations des Problêmes portent en même temps le caractere de leur difficulté.

Une grandeur inconnuë élevée à un degré quelconque, n'eſt connuë que quand on connoît ſa racine correſpondante à ce degré. Ainſi un cube inconnu ne vient à être connu que quand on connoît ſa racine cubique. Or une grandeur élevée à un degré quelconque a toûjours autant de racines ſoit *réelles*, ſoit *imaginaires*, qu'il y a d'unités dans ce degré, & par conſequent ſi pour reſoudre un Problême on eſt arrivé à une Equation où il n'y ait qu'une lettre inconnuë, on ne lui pourra trouver qu'autant de racines qui ſatisfaſſent au Problême, ou, ce qui eſt la même choſe, autant de ſolutions du Problême tout au plus, que le degré de cette lettre inconnuë aura d'unités. Je dis *tout au plus*, car il ſe pourra trouver des racines imaginaires, qui n'étant rien, & même ne pouvant être, ne donneront aucune ſolution, & s'il n'y en avoit point d'autres, le Problême ſeroit impoſſible & contradictoire. Comme il n'y a donc qu'un certain

nombre de solutions pour les Problêmes qui se reduisent à une seule inconnuë, on les appelle *déterminés*. Au contraire ils sont *indéterminés*, s'il y reste dans une seule Equation deux ou plusieurs inconnuës, que l'on ne puisse reduire à une seule par le moyen de quelques autres Equations. Supposons qu'il n'y en ait que deux, ce qui est le cas le plus ordinaire. Alors en donnant arbitrairement à une des inconnuës telle valeur qu'on voudra, on détermine necessairement la valeur de l'autre, qui en est absolument dépendante en vertu de l'Equation, & comme le nombre des valeurs arbitraires qu'on peut donner à une inconnuë est infini, celui des valeurs qui naissent de-là pour l'autre inconnuë, l'est pareillement, & par conséquent aussi le nombre des solutions du Problême indéterminé.

Par exemple, si l'on cherche deux lignes proportionnelles à deux lignes données, on trouvera une équation où seront les deux lignes inconnües, multipliées l'une par une des données, l'autre par l'autre, & l'on ne pourra avancer ni découvrir rien de plus, à moins que de donner une valeur arbitraire à l'une des inconnües, aprés quoi l'autre viendra necessairement, ce qui peut être recommencé une infinité de fois. Ainsi les Algebristes ont raison de dire, que resoudre un Problême indéterminé c'est resoudre une infinité de fois un Problême déterminé De même si l'on cherche une ligne qui coupant en deux parties quelconques le diametre d'un cercle, soit moyenne proportionnelle entre ses deux parties, on trouvera que toute ligne perpendiculaire menée de la circonference sur le diametre a cette proprieté, & pour en avoir une il faudra déterminer arbitrairement un point du diametre sur lequel elle tombera. Il est visible que ce diametre ayant une infinité de points, ce Problême a une infinité de solutions.

Si l'on vouloit construire le premier Problême que nous venons de donner en exemple, il faudroit tirer l'une des deux lignes données, & sur son extrêmité poser l'autre

qui feroit avec elle un angle quelconque, par exemple, un angle droit. Ensuite on tireroit l'hipotenuse de cet angle, on prolongeroit à l'infini la premiere ligne donnée, & l'hipotenuse; & alors toutes les lignes tirées de la premiere ligne prolongée à cette hipotenuse parallelement à la seconde ligne donnée, auroient aux parties correspondantes de la premiere ligne le même rapport que les deux lignes données avoient entre elles. Cela est évident, puisque ce n'est qu'un triangle infini, qui a une infinité de bases paralleles. En ce cas l'hipotenuse infinie de ce triangle, d'où l'on peut tirer une infinité de paralleles qui toutes satisferont à la question est appellée un *Lieu*, parce qu'elle contient tout ce qu'on cherchoit. De même c'est un Lieu que la demicirconference d'un cercle d'où l'on peut tirer toutes les perpendiculaires qui couperont le diametre de façon qu'elles soient moyennes proportionnelles entre ses deux parties.

On appelle *Origine* d'un lieu le point d'où partent & d'où naissent, pour ainsi dire, toutes les lignes qui resolvent un Problême indéterminé. Ainsi le sommet du triangle infini est l'origine du lieu qui contient toutes les lignes proportionnelles aux deux lignes données. L'une ou l'autre extrêmité du diametre d'un cercle est l'origine du lieu qui contient les moyennes proportionnelles aux deux parties quelconques de ce diametre. Je dis *l'une ou l'autre* parce qu'il en faut déterminer arbitrairement l'une des deux, d'où l'on commencera à diviser le diametre.

Dans le triangle infini, l'hipotenuse qui passe par les extrêmités de toutes les bases paralleles est une ligne droite, parce que toutes ces bases sont entre-elles comme les parties correspondantes de la ligne infinie sur laquelle elles sont posées, à conter depuis l'origine du lieu. Mais si c'étoient, non pas ces lignes paralleles ou bases, mais leurs quarrés qui fussent entre-eux comme les mêmes parties correspondantes de la ligne infinie qui les porte, alors l'hipotenuse qui passeroit par leurs extrêmi-

tés ne pourroit plus être une ligne droite, mais une Courbe, & on ſait que ce ſeroit une Parabole. Si au lieu des quarrés des lignes paralleles, c'étoient leurs cubes, qui euſſent entre eux ce rapport, ou enfin toute autre puiſſance, ce ſeroit encore une Courbe qui paſſeroit par leurs extrêmités, mais une Courbe d'une autre eſpece. De là il ſuit que dans tout Problême indéterminé où les inconnües ne paſſent point la premiere puiſſance, on ne trouve qu'un *lieu à la ligne droite*; mais ſi elles montent au deſſus de la premiere puiſſance, le lieu ſera neceſſairement *à une ligne Courbe*. Ce qu'on dit ici des puiſſances d'une ſeule inconnüe, il le faut entendre auſſi des produits de deux inconnües, lorſqu'ils auront un pareil nombre de dimenſions. Tout produit de deux inconnües donne un lieu du même degré que celui où une ſeule inconnüe eſt quarrée, & ainſi du reſte.

Tous les Problêmes indéterminés du ſecond degré ſont donc neceſſairement renfermés dans les combinaiſons qu'on peut faire, ou du produit de deux inconnües entre-elles, ou de leurs quarrés, le tout mêlé avec des grandeurs connües. Or telle eſt la nature des quatre Courbes qui naiſſent des differentes ſections du Cone, c'eſt à dire du Cercle, de l'Ellipſe, de la Parabole, & de l'Hiperbole, que leurs Abſciſſes & leurs Ordonnées forment tous ces rapports qui ne paſſent point le ſecond degré, & par conſequent ces Courbes ſont les lieux où tous les Problêmes de ce degré ſe reduiſent, & il faut ſavoir les décrire pour la ſolution de ces Problêmes. A plus forte raiſon il faut connoître les proprietés geometriques de ces Courbes. L'application de l'Algebre à la Geometrie demande donc, ne fût-ce que pour les Problêmes du ſecond degré, la connoiſſance des Sections Coniques. Auſſi M. Guiſnée en donne-t'il dans le Livre dont nous parlons un petit Traité aſſés inſtructif.

Il ne ſuffit pas de ſavoir que tous les Problêmes du ſecond degré ſe rapportent à quelqu'une des quatre Sections Coniques; il faut pouvoir reconnoître à laquelle ils ſe

rapportent, & deplus, de quelle maniere ils s'y rapportent. Sur cela, voici quel eſt l'eſprit de la Methode, & des Obſervations de M. Guiſnée.

L'Equation qui exprime la nature d'une Courbe peût paroître ſous des formes differentes, & quelquefois ſi differentes qu'on a de la peine à y reconnoître la même Courbe. La nature d'une Parabole, par exemple, conſiſte en ce que le quarré d'une Ordonnée quelconque eſt égal au rectangle de l'Abſciſſe correſpondante par le Parametre, qui eſt une ligne conſtante, & qu'on ſuppoſe toûjours donnée. Cette Equation eſt une des plus ſimples qu'on puiſſe imaginer, & toutes les fois qu'on ſeroit arrivé à une pareille Equation où le quarré d'une des inconnües ſeroit égal au rectangle de l'autre par une ligne donnée, on ſeroit bien ſûr que pour reſoudre le Problême il ne faudroit que décrire une Parabole qui eût la ligne donnée pour Parametre. Alors auſſi l'origine du lieu du Problême, ou, ce qui eſt la même choſe, le point d'où partiroient les deux eſpeces de lignes qui le reſoudroient, ſeroit le ſommet du diametre ſur lequel on auroit décrit la Parabole, car il eſt viſible que de ce ſommet naîtroient toutes les Abſciſſes & les Ordonnées à l'infini qui auroient la proprieté requiſe. Mais ſi l'Equation du Problême étoit telle qu'avec le quarré d'une inconnüe, ou avec le rectangle de l'autre inconnue par une ligne donnée, on mêlât ſoit par Addition, ſoit par Souſtraction, quelque rectangle de l'une des deux inconnües ſoit par le Parametre, ſoit par quelque autre ligne donnée, alors quoique ce fût toûjours la même Parabole qui reſolût le Problême, les inconnües du Problême ne pourroient être que les Abſciſſes & les Ordonnées de cette Parabole modifiées d'une certaine façon, c'eſt-à-dire augmentées ou diminuées de quelque choſe, car enfin il leur eſt arrivé quelque changement, & elles n'en peuvent recevoir d'autres. Or l'origine commune des Abſciſſes & des Ordonnées d'une Parabole étant toûjours neceſſairement au ſommet du diametre, par rapport auquel

quel elles ſont Abſciſſes & Ordonnées, dés que ces lignes ſont modifiées de la maniere dont il faut qu'elles le ſoient pour repreſenter les inconnües du Problême, elles ne peuvent plus, avec ce changement qu'elles ont reçu, avoir encore leur origine commune à ce même ſommet, & par conſequent l'origine des inconnües du Problême ou de ſon lieu n'eſt point au ſommet de la Parabole qui le reſout, mais en quelque autre point.

Cet exemple ſuffit pour faire comprendre & comment l'Equation d'une même Courbe peut être changée, & pour ainſi dire, déguiſée en pluſieurs manieres, & comment des Problêmes qui ſe rapporteront à une même Courbe s'y rapporteront differemment, parce que les origines de leurs inconnües ſeront en differents points.

Entre toutes les Equations qui peuvent ſe rapporter à la Parabole, les plus naturelles & les plus ſimples ſont celles dont les deux inconnües ont leur origine au ſommet du diametre qui leur appartient dans cette Courbe. De même les Equations les plus ſimples du Cercle & de l'Ellipſe ont leur origine au centre. L'Hiperbole eſt une Courbe qui en quelque ſorte en vaut deux, parce qu'elle peut être conſiderée de deux manieres qui fourniſſent deux équations differentes. Si on la conſidere par rapport à un diametre, comme la Parabole, le Cercle, & l'Ellipſe, ou plûtôt à deux diametres *conjugués* comme l'Ellipſe, ſon équation ainſi que celle de ces trois Courbes conſiſte dans le rapport du quarré d'une Ordonnée quelconque à un rectangle correſpondant, & l'équation la plus ſimple a ſon origine à l'interſection des diametres qui eſt auſſi le centre de l'Hiperbole. Si on la conſidere par rapport à ſes Aſimptotes, ce qui lui eſt particulier, & ne peut convenir à aucune des trois autres Sections Coniques, ſon Equation ſe tire de l'égalité d'un quarré toûjours conſtant avec le rectangle des Abſciſſes & des Ordonnées, qui appartiennent à la Courbe priſe de cette façon, & la plus ſimple de ces équations a ſon origine au ſommet de l'angle des Aſimptotes, qui eſt auſſi

le centre de la Courbe. De-là il ſuit que les deux manieres differentes dont on peut prendre l'Hiperbole s'accordent à donner pour ſon équation la plus ſimple celle qui a ſon origine au centre.

M. Guiſnée ne conſidere d'abord que ces Equations les plus ſimples des quatre Sections Coniques, & donne par les Obſervations ſuivantes des Regles pour les diſtinguer les unes d'avec les autres. Je ſuppoſe que toutes les Equations ſoient égalées à zero, c'eſt-à-dire que l'on ait mis dans un membre de l'Equation tous ſes termes avec les differents ſignes qui leur conviendront; & dans l'autre zero ſeul. C'eſt une forme qui rend les Operations d'Algebre plus commodes en une infinité d'occaſions.

Une Equation à la Parabole, & une Equation aux Aſimptotes de l'Hiperbole, n'ont que deux termes, & ce qui les diſtingue, c'eſt que dans la premiere l'un des termes eſt le quarré d'une des inconnuës, & l'autre, le rectangle de l'autre inconnuë par une grandeur connuë, au lieu que dans la ſeconde Equation l'un des termes eſt le rectangle des deux inconnuës, & l'autre un quarré connu.

Les Equations au Cercle, à l'Ellipſe, & aux Diametres de l'Hiperbole ont trois termes, dont deux renferment les quarrés des deux inconnuës, & le troiſiéme eſt un quarré connu. L'Equation au Cercle differe des deux autres en ce que ſes deux quarrés inconnus ſont entierement dégagés de toute grandeur connuë, ce qui n'eſt pas dans l'Equation à l'Ellipſe, ni dans celle qui eſt aux diametres de l'Hiperbole en géneral, & l'Equation à l'Ellipſe & au Cercle differe de celle qui eſt aux Diametres de l'Hiperbole, en ce que les deux termes qui renferment ſes quarrés inconnus ont le même ſigne. La Theorie des Sections Coniques fait voir évidemment pourquoi les Equations qui appartiennent à ces quatre Courbes paroiſſent ſous ces differentes formes,

Il eſt donc trés-aiſé de reconnoître à laquelle de ces Courbes ſe rapportent les Equations du ſecond degré, lors qu'elles ſont du nombre de celles que nous appellons

les plus ſimples. M. Guiſnée enſeigne la maniere de décrire les Courbes dont elles ont beſoin, ou, ce qui revient au même, de conſtruire les Problêmes qu'elles reſolvent.

Mais tout cela ſuppoſe que l'on ſoit arrivé à ces Equations les plus ſimples du ſecond degré, & ce ſont juſtement celles où l'on arrive le plus rarement. La plus grande partie des Equations, je parle toûjours de celles qui ne paſſent point le ſecond degré, ſont plus compoſées, & ont un plus grand nombre de termes, c'eſt-à dire, car cela ne ſe peut autrement, que leurs inconnuës ſont encore multipliées ou les unes par les autres, ou par des grandeurs connuës.

Alors c'eſt une regle générale que l'origine des inconnuës n'eſt plus ou au ſommet du diametre d'une Parabole, s'il s'agit de cette Courbe, ou au centre des trois autres; & en effet il eſt clair par l'exemple que nous avons rapporté ci-deſſus de la Parabole, que quand on introduit un troiſiéme terme dans ſon Equation, l'origine de ſes inconnuës ne peut plus être au ſommet d'un diametre, & reciproquement. Comme un lieu à la Parabole peut avoir une origine differente du ſommet de cette Parabole, il peut auſſi avoir une *fin* differente de celle de cette Courbe qui n'en a point, & s'etend à l'infini, & parçonſequent il n'y aura qu'une certaine portion de la Parabole qui ſera propre à reſoudre le Problême. Il en peut être ainſi des autres Courbes.

Les Equations compoſées ſe reconnoiſſent encore le plus ſouvent, & ce qui fait l'eſſence des ſimples y domine aſſés pour l'ordinaire; hors delà, elles ſont équivoques. Une Equation qui n'a qu'un quarré inconnu, & où les deux inconnuës ne ſe multiplient point l'une l'autre, appartient toûjours à la Parabole. Celle qui pareillement n'a point le produit des deux inconnuës l'une par l'autre, & qui a deux quarrés inconnus, apartient toûjours à l'Ellipſe, ſi les deux quarrés inconnus ont le même ſigne, ou aux Diametres de l'Hiperbole, s'ils ont un ſigne

different. Celle qui a le produit des deux inconnuës, sans aucun quarré inconnu, apartient aux Asimptotes de l'Hiperbole. Celle qui avec le produit des deux inconnuës a un seul quarré inconnu, apartient également ou aux Diametres ou aux Asimptotes de l'Hiperbole. Celle qui avec ce même produit a deux quarrés inconnus est douteuse entre les quatre Courbes.

Pour la construction des Problêmes qui dépendent des Equations composées il y avoit deux partis à prendre, ou d'enseigner à construire les Problêmes sur ses Equations telles qu'on les a trouvées, ou de donner le moyen de les ramener & de les *réduire* aux simples. M. Guisnée n'a pris que ce second parti, & il nous avertit que M. le Marquis de l'Hôpital avoit pris le premier dans l'Ouvrage qu'il composoit quand il est mort. Nous l'avons annoncé dans l'Histoire de 1704,* & on travaille à l'imprimer.

* 133. & 134.

On appelle en Algebre *seconds termes* ceux où l'inconnuë a un degré de moins que dans le terme où elle est la plus élevée, & l'art de faire *évanouïr* d'une Equation ces seconds termes, c'est-à-dire de former une nouvelle Equation où ils ne se trouvent plus, est une invention des plus ingenieuses & des plus utiles de toute l'Algebre. On a veu par l'exemple que nous avons rapporté de la Parabole, & qui se doit appliquer aux autres Sections Coniques, que quand les Equations à ces Courbes n'ont pas leur origine à certains points déterminés, ou, ce qui est la même chose, ne sont pas les plus simples qu'elles puissent être, elles ont des seconds termes, & par conséquent il ne faut que les faire évanouïr, pour réduire ces Equations composées aux plus simples, qui est tout ce qu'entreprend M. Guisnée.

Differentes résolutions du même Problême, également justes & démontrées, peuvent avoir differents degrés de simplicité. Les Geometres sont convenus entre-eux que la plus simple des quatre Sections Coniques est le Cercle, & même les Anciens ne contoient pour *Geo-*

metrique, que ce qui se pouvoit faire par le moyen de la ligne droite & du Cercle seulement. Tout le reste étoit *mèchanique*. M. Descartes a fait voir que cette severité étoit injuste, & que non seulement les autres Sections Coniques, mais une infinité d'autres Courbes qui meritoient d'être appellées Geometriques à aussi bon titre que le Cercle, devoient donner aussi des solutions Geometriques. Depuis lui, on a fixé plus précisément par la Geometrie des Infiniment petits l'idé des Courbes *geometriques* & des *mechaniques*, telle que nous l'avons rapportée dans l'Histoire de 1704.* Mais cela n'empêche pas que les Courbes Geometriques n'ayent toûjours entre-elles differents degrés de simplicité. Non seulement celles dont les Equations montent à un degré plus haut, sont incontestablement les moins simples, mais dans un même degré elles peuvent l'être plus ou moins. Ainsi dans le second degré le Cercle est plus simple que les autres, aprés lui c'est la Parabole, & l'Hiperbole prise par rapport à ses Asimptotes est celle qui l'est le moins. Delà il suit que si un Problême indéterminé du second degré peut être resolu par deux ou plusieurs des quatre Courbes, il faut preferer la plus simple. Cette plus grande simplicité dans la solution fait une partie de ce qu'on appelle son *élegance*, le reste consiste à la tirer plus immédiatement de ce qui est donné dans la Question, & à y faire entrer une moindre quantité de principes étrangers & auxiliaires.

* p. 119

Ce que nous avons dit sur les Problêmes indéterminés du second degré étant bien conçû, on voit d'un coup d'œil à quoi se reduisent en général les Problêmes déterminés de ce même degré. Dabord puisqu'ils sont déterminés, ils n'ont qu'une inconnuë, & par consequent ils ne peuvent jamais dépendre de l'Hiperbole entre ses Asimptotes. Ils n'ont qu'un quarré inconnu, & s'ils ont un second terme, il n'empêche pas que l'on n'ait toûjours par les grandeurs connuës la valeur du rayon sur lequel il faudra décrire un Cercle, s'il en est besoin. Enfin

puiſqu'ils ſont déterminés, ils n'ont qu'un certain nombre de ſolutions, & puiſqu'ils ſont du ſecond degré, ils n'en peuvent avoir que deux réelles tout au plus, d'où il ſuit qu'il ne peut y avoir dans la circonference du Cercle plus de deux points qui les reſolvent, or ces deux points ne peuvent être déterminés que par l'interſection d'une ligne droite & de cette circonference. Je ſuppoſe toûjours que l'on n'employe que le Cercle, puiſqu'il ſeroit vitieux d'employer une autre Courbe, quand même on le pourroit.

Lorſque ces Problêmes ſont impoſſibles, ou, ce qui eſt la même choſe, lorſque leurs deux ſolutions, ou les deux Racines de leur Equation, ſont imaginaires, on trouve que le Cercle tel que le demande leur conſtruction, & la ligne droite tirée comme elle le demande auſſi, ne peuvent ſe couper.

Le Cercle n'eſt pas même toûjours neceſſaire pour ces Problêmes, & quelquefois l'interſection de deux lignes droites ſuffit. La raiſon en eſt que l'on peut avoir deux Equations indéterminées du premier degré ou à la ligne droite, qui ayent chacune les deux mêmes inconnuës. Alors le Problême qui a conduit à ces deux Equations eſt déterminé de ſa nature, parce qu'on peut toûjours, en chaſſant par le moyen des deux Equations indéterminées l'une des deux inconnuës, le reduire à une ſeule. Il arrive quelquefois que par cette reduction, l'inconnuë qui reſte ſeule monte au ſecond degré & a un ſecond terme, & par conſequent le Problême eſt en ce cas un Problême déterminé du ſecond degré. Mais il y a deux manieres de le conſtruire, ou par les deux Equations indéterminés ; ou par la ſeule Equation déterminée. Si on le conſtruit de la premiere maniere, il eſt viſible que le lieu de chacune des deux Equations indéterminées n'étant qu'une ligne droite, & le Problême étant déterminé, les deux Equations ne peuvent avoir rien de commun qui fourniſſe la ſolution, que l'interſection de leurs lieux, ou de leurs deux lignes droites. Si on conſtruit le Pro-

blême de la ſeconde maniere, on doit encore trouver la même interſection, puiſque la nature du Problême n'a pas changé.

Comme le raiſonnement que nous venons de faire ne dépend pas de ce que les deux Equations indéterminées qui en ont produit une déterminée, étoient du premier degré, & qu'il ſubſiſteroit de même à l'égard des autres dégrés, on peut établir ce principe général, que quand deux Equations indéterminées d'un degré quelconque ont les deux mêmes inconnuës, & que l'Equation déterminée, à laquelle par conſequent on peut toûjours les reduire, monte à un dégré ſuperieur, le Problême qui eſt alors neceſſairement déterminé ſe reſout toûjours par l'interſection des lieux ou lignes qu'il auroit falu décrire pour la réſolution des deux Equations indéterminées. Il ne faut pas oublier que les Problêmes peuvent être conſtruits ou par les deux Equations indéterminées ou par la ſeule Equation déterminée.

Il n'y a point d'Equation déterminée du quatriéme degré qui n'ait pu être produite par deux Equations indéterminées du ſecond, & par conſequent tout Problême déterminé du quatriéme degré ſe reſout par les interſections de deux d'entre les quatre Courbes qui naiſſent du Cone. Il eſt clair que deux Sections Coniques, le Cercle & la Parabole, par exemple, ne peuvent ſe couper qu'en quatre points tout au plus, auſſi une Equation déterminée du quatriéme degré ne peut-elle avoir plus de quatre racines réelles, & ſi elle en a d'imaginaires, il y aura un pareil nombre d'interſections qui manqueront aux deux Sections Coniques, ce qui peut ſervir à faire voir le merveilleux accord de l'Algebre & de la Geometrie.

Les Problêmes déterminés du troiſiéme degré peuvent trés-facilement être élevés au quatriéme. Il n'y a pour cela qu'à multiplier par leur inconnuë, qui eſt unique, toute l'Equation égalée à zero. Ils ſe reſolvent donc alors par des interſections des Courbes du Cone. Et com-

me la multiplication qu'on a faite n'a en rien changé leur nature ; il s'ensuit que les Problêmes déterminés du troisiéme & du quatriéme degré sont précisément de la même espece & du même ordre. Seulement on ne peut trouver pour les Problêmes du troisiéme degré que trois interſections de leurs Courbes tout au plus, parce que leurs Equations ne peuvent avoir plus de trois racines réelles. Puisqu'un Problême du quatriéme degré peut n'avoir que trois solutions réelles, & même moins, un Problême du troisiéme degré peut monter au quatriéme, sans en recevoir aucun changement. Quoiqu'il semble être contre la simplicité d'élever un Problême que l'on veut resoudre à un degré plus haut que celui qu'il avoit naturellement, il est visible que cette simplicité qui n'est qu'apparente est sacrifiée à une plus grande facilité de l'operation.

Il ne sera pas hors de propos d'observer ici, que quand une ligne soit droite soit courbe coupe une Courbe en deux points, si l'on imagine que les deux points d'interſection se raprochent jusqu'à se confondre ensemble, ils deviendront un point d'atouchement, & de là il suit qu'un point d'attouchement vaut deux points d'interſection, & doit être conté pour deux solutions d'un Problême. Aussi trouve-t'on toûjours à de semblables points deux racines égales, & c'est par-là que M. Descartes parvint à sa fameuse Methode des Tangentes.

Quoiqu'il soit indifferent, quant à la solution des Problêmes déterminés du troisiéme & du quatriéme degré, de les construire ou par les deux Equations indeterminées, ou par la seule déterminée, M. Guisnée remarque qu'il faut le plus souvent préferer la premiere sorte de construction, parce que comme elle enferme deux inconnuës, elle donne en même temps & l'Abscisse & l'Ordonnée correspondantes aux points qui resolvent le Problême, au lieu que par l'autre construction qui ne roule que sur une inconnuë, on n'auroit que l'une de ces deux grandeurs, aprés quoi il faudroit encore chercher l'autre.

Il

Il reste maintenant à parler des Problêmes indéterminés qui passent le second degré. Tout Problême indéterminé, ou, ce qui est la même chose, ayant deux inconnuës, ne peut se resoudre que par quelque Courbe, qui dans toute son étenduë ou du moins dans une certaine partie de cette étenduë, represente par ses Abscisses & par ses Ordonnées les deux inconnuës du Probleme. Si, par exemple, on a dans une Equation une inconnuë dont le cube soit égal ou au quarré d'une ligne donnée multiplié par une autre inconnuë, ou au quarré de cette seconde inconnuë multiplié par une ligne donnée, c'est là un Problême indéterminé du troisieme degré, qui ne peut se resoudre que par une Courbe qui dans le premier cas s'appelle *premiere Parabole cubique*; & dans le second, *seconde Parabole cubique*. La Description de cette Parabole sera la construction du Problême. Il en est ainsi de tous les autres Problêmes plus élevés à l'infini, & des Courbes qui leur répondent.

La construction des Problêmes indéterminés qui passent le second degré, n'est donc que l'art de décrire des Courbes differentes des quatre Sections Coniques. Cet art en general consiste à donner à l'une des deux inconnuës une valeur arbitraire, moyennant quoi la valeur de l'autre inconnuë vient à être necessairement déterminée, & par là on a un des points de la Courbe qu'on veut décrire. Une autre valeur arbitraire donnée encore à la même inconnuë détermine une autre valeur pour la seconde inconnuë, & c'est là encore un autre point de la Courbe, que l'on a de cette maniere *par points* trouvés les uns aprés les autres, ou plûtôt, que l'on se contente de pouvoir trouver.

Par exemple, s'il est question de décrire la premiere Parabole cubique, on prendra pour l'inconnuë qui recevra successivement les valeurs arbitraires celle qui dans l'Equation monte au cube, & en même temps on tirera une ligne droite indefinie qui sera l'axe de la Courbe, & aura une origine fixe & déterminée d'où l'on contera les

differentes valeurs arbitraires, qui seront par consequent autant d'Abscisses de l'axe. Ensuite si l'on veut que l'inconnuë qu'on a choisie soit égale à 1, ou ce qui est la même chose, si l'on prend 1 pour Abscisse, l'Ordonnée correspondante sera 1 divisé par le quarré donné dans l'Equation, & l'extrêmité de cette Ordonnée dont la valeur est toute connuë sera necessairement un point de la Parabole cubique. Si l'on prend 2 pour Abscisse, l'Ordonnée correspondante sera 8 divisé par le quarré connu de l'Equation, & l'extrêmité de cette Ordonnée sera un nouveau point de la Courbe. Si l'on prend pour Abscisses des nombres moyens entre 1 & 2, les Ordonnées correspondantes seront d'autant plus proches les unes des autres, & les points de la Courbe d'autant plus serrés, en un mot la Description de l'arc correspondant de la Courbe d'autant plus exacte, que l'on prendra une plus grande quantité de ces nombres moyens. Il en faudroit une infinité pour rendre la Description de cet arc entierement exacte.

Dans le choix que l'on a des deux inconnuës pour donner à l'une successivement toutes les valeurs arbitraires, il est visible que l'on doit préferer celle qui monte dans l'Equation au degré le plus élevé, lorsqu'elles ne montent pas toutes deux également haut, ou enfin généralement, celle qui étant supposée connuë rendra l'Equation la plus simple & la plus facile à resoudre. Ainsi dans l'exemple de la Parabole cubique, l'inconnuë qui monte au cube étant choisie pour porter toutes les valeurs arbitraires, le Problême qui étoit indéterminé & du troisiéme dégré, devient par chaque valeur arbitraire, ou, ce qui est la même chose, à chaque construction partiale, un simple Problême déterminé du premier dégré. Pareillement, des Problêmes indéterminés d'un degré plus haut peuvent devenir à chaque construction partiale des Problêmes déterminés du second, du troisiéme, ou du quatriéme dégré, & tant qu'ils ne montent pas plus haut, ils se resolvent par les methodes qui ont

été expliquées, c'est-à-dire que les constructions partiales se font, ou, ce qui est le même, que les points des Courbes se trouvent les uns aprés les autres par des intersections de lignes droites, ou de Sections Coniques.

Mais si aprés qu'on a choisi une inconnuë pour lui donner les valeurs arbitraires, celle qui reste monte si haut, que les Problêmes déterminés où elle entre necessairement, passent le quatriéme degré, alors ils ne se peuvent plus resoudre que par des intersections de deux lignes dont au moins l'une est d'un dégré plus élevé que les Sections Coniques. Entre ces Courbes élevées au delà du second degré, la Parabole cubique est d'un grand usage, parce qu'elle donne les cubes des inconnuës. En général les Courbes qui passent le second degré se décrivent par des points que donnent des intersections de Courbes d'un degré inferieur, & par-là on peut concevoir les Courbes comme s'élevant à l'infini les unes au dessus des autres, les superieures toûjours appuyées sur les inferieures.

Cette Theorie n'est que générale, & il n'en faut pas conclure qu'une Courbe superieure ne puisse être décrite sans le secours de quelqu'une des inferieures. Au contraire, il est rare comme le remarque M. Guisnée que ce secours soit necessaire, & ordinairement on trouve par la nature particuliere de chaque Courbe quelque moyen de la décrire plus simple & plus facile, que cet appareil, &, pour ainsi dire, cet échaffaudage de Courbes inferieures. M. Guisnée propose pour exemples la Cissoïde, la Conchoïde, &c. qui se décrivent par des points que donnent de simples lignes droites, ou tout au plus droites & circulaires. Cela dépend de l'art & de l'habileté du Geometre, qui doit toûjours tendre à ce qui est le plus simple, mais si les expedients particuliers manquent, on a au besoin la methode générale.

Tout ceque nous avons dit jusqu'ici de la Description des Courbes qui resolvent les Problêmes, ne doit s'entendre que des Courbes geometriques, & non des me-

chaniques. Toute Courbe geometrique étant ou pouvant être representée par une équation indéterminée qui donne le rapport des Ordonnées & des Abſciſſes, il eſt bien ſur qu'une Abſciſſe quelconque déterminée arbitrairement déterminera l'Ordonnée correſpondante, ou reciproquement, & en cela conſiſte toute la Methode générale de la Deſcription de ces Courbes. Mais une Courbe mechanique ne peut être repreſentée que par une équation qui donne, non pas le rapport des Abſciſſes aux Ordonnées, mais celui des infiniment petits de ces deux eſpeces de grandeurs, ou même celui des infiniment petits de ces infiniment petits, ce qui peut aller à l'infini; or la valeur d'un infiniment petit eſt indéterminable, & par conſequent la Methode générale de la Deſcription des Courbes geometriques ne peut abſolument avoir lieu pour les mechaniques, & il en faut une autre toute differente.

M. Guiſnée en donne une, ſeulement pour les Courbes mechaniques du *premier genre*, c'eſt à-dire, pour celles dont les équations ne renferment que des Infiniment petits du premier ordre, & par ce moyen on trouve les lignes droites, ou les Courbes geometriques neceſſaires pour la Deſcription de la Courbe mechanique dont il s'agit. Dans les occaſions particulieres, il peut y avoir des chemins plus courts, ou plus faciles, qu'il faut préferer à cette Methode.

Nous ne la rapporterons point ici, parce qu'elle appartient à une autre eſpece de Geometrie que celle dont nous avons parlé juſqu'apreſent.

M. Guiſnée lui même ne fait que laiſſer entrevoir quelque rayon de la Theorie des Infiniment petits, abſolument neceſſaire pour les Courbes mechaniques, & c'eſt par-là qu'il finit ſon Ouvrage. En effet la Geometrie ordinaire n'eſt que l'entrée & en quelque ſorte le Veſtibule de la Geometrie de l'Infini.

ASTRONOMIE.

SUR LES SATELLITES DE SATURNE.

LE Ciel des Anciens, du moins le Ciel de leurs Astronomes, n'a pas été si magnifique que le nôtre. Dans notre Monde seul, ou dans ce qu'on appelle le Tourbillon du Soleil, nous avons neuf Planetes qui leur ont été inconnuës, sans conter l'Anneau de Saturne qui n'est peut-être qu'une suite d'un grand nombre de Planetes. Ces neuf Planetes nouvelles sont les quatre Satellites de Jupiter, & les cinq de Saturne. * V. les M. p. 14.

Personne n'ignore que les Satellites de Jupiter ont été découverts par Galilée. Des cinq de Saturne, l'un a été découvert par M. Huguens, les quatre autres par M. Cassini.

Le Premer Satellite de Saturne, c'est-à-dire, le plus proche de cet Astre, fait sa revolution autour de Saturne en un 1 jour 21 heures; on neglige ici les minutes. Le second en 2 jours 17^h. le troisiéme en 4 jours 13^h. le quatriéme en 15 jours 22^h. le cinquiéme en 79 jours 22^h. C'est le quatriéme qui a été découvert par M. Huguens.

Le Diametre de l'Anneau qui environne Saturne étant assés connu, on l'a pris pour mesure des distances des Satellites au centre de Saturne, & on a trouvé que le premier en étoit éloigné d'un Diametre de cet Anneau à peu prés, le second de 1 $\frac{1}{4}$, le troisiéme de 1 $\frac{3}{4}$, le quatriéme de 4, le cinquiéme de 12.

On sait combien les Satelites de Jupiter sont utiles.

pour les Longitudes, & par conſequent pour la Geographie & pour la Navigation, ceux de Saturne ne le ſeront pas moins, ſur-tout les plus élevés par rapport à Saturne, car les deux premiers en ſont ſi proches, & ſi proches l'un de l'autre, qu'il eſt rare qu'on les puiſſe diſtinguer ou d'avec Saturne, ou l'un d'avec l'autre, & M. Caſſini aſſûre qu'il n'eſt pas plus difficile de trouver Mercure dégagé des rayons du Soleil. Quand Jupiter ne ſera pas ſur l'horiſon pendant la nuit, Saturne y pourra être, & ſes Satellites ſuperieurs tiendront lieu de ceux de Jupiter; quand on les verra tous deux enſemble, on comparera les obſervations faites ſur les deux, & les conſequences qui en ſeront tirées, & on verifiera les unes par les autres. Enfin on ne ſauroit avoir trop de moyens pour arriver à une connoiſſance auſſi neceſſaire que celle des Longitudes.

Outre cette utilité ſenſible, &, pour ainſi dire, groſſiere, les Satellites en ont d'autres plus élevées, & qui ne vont qu'à perfectionner la connoiſſance que nous pouvons avoir du Siſtême de l'Univers.

1°. Ils ont fait voir d'abord combien le mouvement de la Lune autour de la Terre, à laquelle ſeule il ſe rapporte, avoit été heureuſement imaginé par Copernic. Le Ciel mieux connu n'a fait qu'expoſer à nos yeux ce qu'avoit deviné ce grand Homme.

2°. Kepler a établi une regle fameuſe parmi les Aſtronomes, c'eſt la proportion qui eſt entre les diſtances des Planetes au Soleil, & leurs révolutions. Il a trouvé que ces diſtances ſont entre elles comme les racines cubiques des quarrés des révolutions, ou, reciproquement que les révolutions ſont entre elles comme les racines quarrées des Cubes des diſtances. Par exemple, les révolutions de la Terre & de Jupiter autour du Soleil étant 1 & 12, les racines cubiques de 1 & de 144, quarrés de 1 & de 12, ſont 1 & un peu plus de 5, diſtances de la Terre & de Jupiter au Soleil. Kepler n'a pas démontré la neceſſité de cette proportion *à priori*, & par

les Loix du Mouvement, il a ſeulement établi la proportion ſur le fait, & il l'a ingenieuſement découverte par la comparaiſon des révolutions & des diſtances de toutes les Planetes connuës. Mais il faut remarquer, que le fait ſur lequel Kepler s'eſt fondé auroit été encore plus certain, ſi les diſtances de toutes les Planetes au Soleil, avoient été connuës par obſervation, & immediatement, auſſibien que leurs révolutions. Il n'y a que Mercure & Venus dont on voye en même temps & les diſtances au Soleil, & les révolutions autour de ce centre commun. Pour les autres Planetes, on ne voit point leurs diſtances au Soleil, on les conclut ſeulement avec beaucoup de peine de leur *ſeconde inégalité*, c'eſt-à-dire, ainſi que nous l'avons expliqué dans l'Hiſtoire de 1704, * de la parallaxe, ou difference optique qui eſt entre une même Planete veuë du Soleil, ou veuë de la Terre. Mais en fait d'Aſtronomie, il vaut toûjours mieux voir, que calculer. Heureuſement on vint à connoître les Satellites de Jupiter, on eut par obſervation & leurs diſtances à Jupiter, & leurs revolutions autour de ce centre commun, & la regle de Kepler fut confirmée par cet exemple. Elle l'a été depuis auſſi par celui des Satellites de Saturne, & M. Caſſini la crut ſi ſûre, qu'ayant obſervé le cinquiéme Satellite ſeulement pendant 12 jours, & ayant découvert ſa plus grande diſtance à l'égard de Saturne, il oſa déterminer en le comparant au quatriéme dont la révolution & la diſtance étoient déja connuës, que ſa revolution étoit à peu prés de 80 jours, ce qu'un grand nombre d'Obſervations ſuivantes a juſtifié. Voilà donc la regle de Kepler verifiée immédiatement par Mercure, par Venus, par les 4 Satellites de Jupiter, & par les 5 de Saturne, c'eſt-à-dire, par 11 Planetes dont les révolutions autour d'un centre commun, & les diſtances à l'égard de ce centre ſont viſibles, & on ne peut plus ſe défier du calcul ni des principes par leſquels on l'a appliquée aux 4 Planetes qui reſtent c'eſt-à-dire, à la Terre, à Mars, à Jupiter, & à Saturne, dont les diſtances au centre commun de

* p. 69. & 70.

leurs revolutions sont invisibles. Il est clair que c'est-là un des fruits de la découverte des Satellites, tant de Jupiter, que de Saturne.

3°. Ce qui confirme la regle de Kepler, confirme aussi le mouvement que Copernic attribuë à la Terre. Si son Sistême n'est pas vrai, le seul qui reste à prendre est celui de Ticho. Or selon Ticho, le Soleil, aussi bien que la Lune, tourne autour de la Terre, la Lune en un mois, le Soleil en douze. Les Racines cubiques des quarrés de 1 & de 12, sont 1 & un peu plus de 5. Donc les distances de la Lune & du Soleil à la Terre seroient dans cette proportion, selon la regle de Kepler. Or il est certain que ces distances sont dans une proportion incomparablement plus grande. Donc ou la regle de Kepler est fausse, ou le Sistême de Ticho-Braché l'est. Il paroît impossible que la regle de Kepler soit fausse, prouvée, comme elle l'est, par l'exemple de toutes celles d'entre les Planetes, qui incontestablement tournent autour d'un centre commun; donc c'est le Sistême de Ticho qui n'est pas vrai, & en effet en remettant la Terre à la place qu'elle tient dans celui de Copernic, on voit que tout rentre dans l'ordre, & s'accommode à la regle de Kepler.

4°. La Lune nous presente toûjours la même face, & par cette raison l'on n'a pas cru d'abord qu'elle pût tourner sur son axe. Cependant il est difficile que les mêmes causes qui font tourner les autres Planetes sur leur axe n'y fassent aussi tourner la Lune. Pour sauver cet inconvenient, on a imaginé que la Lune pouvoit tourner sur son axe dans un temps à peu prés égal à celui qu'elle employe à tourner autour de la Terre, mais l'égalité ou plûtôt le peu d'inégalité de ces deux mouvements, qui ne se trouvoit point ailleurs, & ne se soutenoit par aucun autre exemple, pouvoit encore avoir besoin de preuves, quoi qu'au fond, ce soit une suite fort naturelle, & par consequent une assés forte preuve de ce peu d'inégalité, que la *Libration* de la Lune, c'est-à dire, ce mouvement periodique & reglé, par lequel elle cache

quelquefois

quelquefois une partie de l'hemisphere visible, & découvre une partie égale de l'hemisphere caché. Le scrupule qu'on pouvoit avoir sur ce Sistême peut devenir presentement moins considerable, depuis ce que M. Cassini a découvert du cinquiéme Satellite de Saturne. Il disparoît réglément pendant environ la moitié de sa révolution, lorsqu'il est à l'Orient de Saturne, quoiqu'il ne soit point alors plus éloigné de la Terre, & que quelquefois même il en soit plus proche que quand on le voit dans son demi cercle Occidental. On ne peut guere expliquer plus naturellement ce Phenoméne si singulier, qu'en supposant dans ce Satellite deux Hemispheres dont l'un est entiérement ou presque entierement formé par des terres, & l'autre par des mers, ou plûtôt par quelque chose d'analogue à des terres & à des mers, desorte que l'un de ces Hemisphéres reflechisse jusqu'à nous assés de lumiere pour se rendre visible, & que l'autre en reflechisse trop peu. Supposé que le Phenomene demeure toûjours le même, il faut aussi que l'Hemisphere le plus lumineux soit toûjours tourné vers nous lorsque le Satellite est dans son demi cercle occidental, & au contraire, que dans le demi cercle oriental l'Hemisphere obscur soit tourné de nôtre côté. Or c'est ce qui ne se peut, à moins que le Satellite ne tourne sur son axe dans un temps à peu prés égal à celui de sa révolution autour de Saturne, & cela verifieroit d'autant plus heureusement le mouvement de la Lune sur son axe, que ces deux Planetes sont de la même espece, & que la Lune n'est que le Satellite de la Terre, comme les Satellites de Jupiter ou de Saturne n'en sont que les Lunes. Peut-être se trouvera-t'il à la fin que c'est une proprieté des Planetes *subalternes*, d'avoir des mouvements sur leur axe à peu prés égaux en durée à leurs révolutions autour de leurs Planetes *principales*. Enfin plus on observera, plus on découvrira de rapports, qui seront autant de verités, ou autant de degrés pour arriver à des verités plus importantes.

SUR UNE NOUVELLE METHODE POUR LES LONGITUDES.

V. les M. p. 194.

NOus venons de le dire. Il ne peut y avoir trop de Methodes qui conduisent à une connoissance aussi necessaire que celle des Longitudes. Les Eclipses de Lune ont été longtemps la seule Methode que l'on y employât, & c'est en effet celle qui se presente le plus naturellement. M. Cassini, comme on l'a pu voir dans l'Histoire de 1700 * a été le premier qui ait trouvé moyen de faire usage des Eclipses de Soleil, que l'on avoit cruës jusque-là inutiles pour les Longitudes, & le tour qu'il a été obligé de prendre pour cela, est si ingenieux qu'il justifie suffisamment les Astronomes qui ne s'en étoient pas avisés. Maintenant M. Cassini le fils prend ce même tour pour appliquer à la recherche des Longitudes les Eclipses des Fixes ou des Planetes causées par l'interposition de la Lune.

* p. 103. & suiv.

Le peu de distance de la Lune à la Terre, ou, ce qui est la même chose, sa parallaxe qui est si grande qu'elle peut exceder un degré, est cause que cette Planete n'est pas rapportée au même lieu du Ciel par deux Observateurs éloignés qui la voyent en même temps. Ainsi l'un voit qu'elle touche au bord du Soleil, & l'autre ne le voit pas encore, ou peut-être ne le verra point du tout, & par consequent il n'y a dans une Eclipse de Soleil aucun moment qui donne un spectacle commun à deux Observateurs éloignés, ce qui seroit cependant necessaire pour les Longitudes. Il en va de même lorsque la Lune passe sous une Planete plus élevée qu'elle par rapport à nous, ou sous une Etoile fixe, sa parallaxe cause la même diversité de spectacle.

Si l'on se souvient de ce qui a été dit à l'endroit de l'Histoire de 1700. qui vient d'être cité, on sait com-

ment M. Cassini a sauvé cet inconvenient à l'égard de Eclipses de Soleil. Une Projection de l'Hemisphere de la Terre éclairé par le Soleil, faite dans l'Orbe de la Lune conçû comme une surface sphérique, est une espece de Tableau où se vient peindre tout ce qui se passe dans une Eclipse de Soleil. Là, une Phase quelconque de l'Eclipse veuë à Rome, par exemple, à une certaine heure, me donne le point où la Lune étoit alors réellement sur son Orbite, ou dans cette Projection. D'ailleurs je sai quelle heure il devoit être à Paris, lorsque la Lune étoit à ce même point, & par consequent voilà un même moment où l'on sait quelle heure il étoit à Paris & à Rome, ce qui est la même chose que leur difference de longitude.

On verra dans le Memoire de M. Cassini le fils, & on peut déja entrevoir comment il étend cette Methode aux Eclipses des Fixes ou des Planetes par la Lune. Cette extension demande quelques changements qui quelquefois rendent la Methode plus facile, quelquefois plus difficile.

Par exemple, dans les Eclipses de Soleil, quand on veut faire passer son image dans la projection, il faut avoir égard à son diametre apparent, tel qu'il est alors, à son mouvement propre, tel qu'il est aussi, & même à sa parallaxe, quoique trés-petite, au lieu que si c'est une Etoile fixe qui doive être éclipsée, elle n'a ni parallaxe, ni diametre apparent qui change d'un temps à un autre, ni mouvement propre dont on doive jamais tenir conte. Que si c'est une Planete qui doive être éclipsée, les difficultés du Soleil reviennent, horsmis la parallaxe, qui n'a lieu que pour peu de Planetes, encore faut-il qu'elles soient vers leur Perigée.

La projection de l'Hemisphere de la Terre sur l'Orbe de la Lune est plus facile à décrire pour une Eclipse d'Etoile fixe. Car cette Etoile étant sans parallaxe, & par consequent dans un éloignement qui peut passer pour infini, les deux rayons qui partent du centre de l'Etoile,

& qui ſe terminent aux deux extrêmités du diametre de la terre, ſont paralleles, & par conſequent le diametre de la projection eſt égal à celui de la terre, ce qui eſt fort ſimple, & ne ſe trouve pas dans les Eclipſes de Soleil, où le diametre de la projection doit être plus petit que celui de la terre d'une quantité déterminée par la parallaxe du Soleil.

D'un autre côté, le mouvement de la Lune eſt plus ſimple dans les conjonctions & dans les oppoſitions que dans les autres endroits de ſon cours. Nous avons expli-
* p. 77. qué dans l'Hiſtoire de 1702 * en quoi conſiſte cette plus grande ſimplicité. Il eſt donc plus aiſé de décrire la Trace de ſon mouvement pour une Eclipſe de Soleil où elle eſt toûjours en conjonction, que pour d'autres temps de ſon cours où elle éclipſera quelque Fixe ou quelque Planete.

On ſera peut-être ſurpris qu'une Methode qui paroît délicate & aſſés compliquée, & qui demande la figure d'une Projection aſſés difficile à bien décrire, donne les differences des Meridiens, ou les Longitudes preſque avec autant de juſteſſe & de préciſion que les Eclipſes des Satellites de Jupiter qui ſont beaucoup plus ſimples. C'eſt cependant ce que l'experience a fait voir à M. Caſſini le fils, & ce ſuccés ne peut être dû qu'à l'extrême exactitude avec laquelle il a travaillé, pour ainſi dire, chaque piece de tout l'aſſemblage.

Cette Methode peut même avoir dans la pratique quelque avantage ſur celle des Satellites de Jupiter. Suppoſons qu'un Satellite ſoit prés d'entrer dans l'ombre de Jupiter, & qu'un Obſervateur en attende le moment. Plus la Lunette dont il ſe ſervira ſera longue & plus tard il verra le Satellite éclipſé. Car ce Satellite a un diametre ſenſible, dont par conſequent une partie n'entre dans l'ombre qu'aprés l'autre, or une partie qui n'eſt pas encore éclipſée paroît à une plus longue Lunette, tandis qu'elle ne paroîtroit plus à une plus petite, qui n'auroit pas la force de l'augmenter ſuffiſamment. De-là vient

que quand on compare deux observations de la même Eclipse d'un Satellite de Jupiter faites par differents Observateurs, il faut savoir si leurs Lunettes ont été de differente grandeur, & avoir égard à cette difference pour déterminer un moment, qui ait été précisément le même. Or cette reduction n'est pas necessaire pour les Eclipses des Fixes par la Lune, pourvû que la Lune n'ait point alors été pleine, & qu'elle ait joint par la partie obscure l'Etoile qu'elle a rencontrée. Car les diametres des Fixes n'étant pas plus augmentés, du moins sensiblement, par de plus longues Lunettes, & l'accident rapporté dans l'Histoire de 1699 * n'étant pas à craindre pour la partie obscure de la Lune, on voit la jonction de cette Planete & de la Fixe dans le même moment avec des Lunettes fort differentes, ainsi que M[rs]. Cassini l'ont éprouvé plusieurs fois. Du même raisonnement, il faut conclure que dans la pratique de cette nouvelle Methode les meilleures Observations sont celles où la Lune a touché par sa partie obscure une Etoile qui étoit sur son chemin. Le mouvement propre de la Lune, qui est celui par lequel elle rencontre les Fixes, est si sensible qu'il ne peut y avoir d'incertitude dans le moment de la jonction, ce qui est encore à conter.

* p. 78. & 79.

C'est aussi une commodité de pouvoir observer les Fixes de la premiere, seconde, & troisiéme grandeur avec des Lunettes de 2 pieds, au lieu que pour les Satellites de Jupiter, il en faut qui ayent au moins 10 ou 12 pieds.

M. Cassini le fils persuadé des avantages qu'on pourroit tirer de cette pratique, calcula toutes les Eclipses des Fixes par la Lune qui devoient arriver depuis le mois de Juillet 1705 jusqu'à la fin de l'année, & envoya ce calcul à ses Correspondants en Astronomie, afin qu'étant avertis de ces Eclipses, ils les observassent, & que leurs observations comparées à celles de Paris produisissent de nouvelles découvertes sur les Longitudes, ou confirmassent les anciennes.

SUR LES TACHES DU SOLEIL.

LE Soleil a continué d'avoir des Taches, ainsi que les années précedentes, & pour épargner le détail des Observations qui en ont été faites par Mrs Cassini, Mrs de la Hire, & M. Maraldi, nous n'en donnerons ici que les resultats. Les Methodes que ces Astronomes employent ou pour l'observation de ces Phenomenes ou pour les conclusions qu'ils en tirent, sont assés connuës par les Volumes précédents. Seulement avant que d'en venir aux resultats ausquels nous nous bornons ici, il sera bon de donner quelques connoissances générales, qui doivent se répandre sur toute cette matiere.

Ce qu'on appelle une Tache, n'est point ordinairement une Tache unique, mais un amas de plusieurs Taches particulieres, disposées irrégulierement entre-elles. On choisit une des plus grosses de cet amas, pour en observer le mouvement.

Communément chaque Tache particuliere est environnée d'une espece de nuage moins noir & moins obscur qu'elle, & qui fait le même effet que feroit l'Atmosphére autour du Globe de la Terre veu de loin. Mais chaque amas de Taches est environné d'une *facule* ou espace plus clair que le reste du disque du Soleil.

Quand un amas de Taches a disparu, souvent la facule qui l'envelopoit se distingue encore du reste du disque par un plus grand éclat.

Le Soleil tourne sur son axe d'Orient en Occident. Ainsi les Taches qui suivent sa révolution commencent à paroître sur le bord Oriental, & disparoissent sur l'Occidental.

Le Soleil tourne en 27 jours & 9 ou 10 heures.

Le seul effet de la Perspective doit faire paroître une même Tache plus grande & plus ronde, quand elle est vers le

centre du Soleil, & plus petite & plus étroite quand elle est vers les bords.

Cela supposé, voici l'Histoire des Taches de cette année.

Aprés plusieurs jours de temps couvert, on vit le 15 Janvier à midi deux amas de Taches dans la partie Orientale du disque du Soleil. Selon l'hipothese de la révolution du Soleil en 27 jours & demi, & par la situation de ces Taches sur le disque, on voyoit qu'il y avoit plus de 4 jours qu'elles pouvoient avoir passé de l'Hemisphere caché dans l'apparent. Et en effet M. de Plantade les vit à Montpellier le 11. Aprés le 16 on ne revit plus le Soleil jusqu'au 25, mais alors elles devoient avoir passé dans l'Hemisphere caché, si elles subsistoient encore. Au mois de Février, lorsqu'elles devoient être revenuës dans l'Hemisphere apparent, on ne les revit plus, & par consequent elles s'étoient dissipées, quoiqu'elles fussent fort grosses.

Le 7 Avril il parut une Tache qu'on ne put observer que jusqu'au 17, à cause du mauvais temps qui survint.

Le 17 Mai, on en vit une à peu prés de la même grandeur, & qui cependant, selon l'hipothese de la révolution du Soleil, ne pouvoit pas être la même. Elle n'avoit pas été amenée sur l'hemisphere apparent du Soleil par la révolution de son globe, car on n'avoit rien veu les jours précédents, & tout d'un coup elle parut, éloignée du centre de moins de deux minutes. On sait que le demidiametre du Soleil en a 16. Cette même Tache disparut dés le lendemain, indépendamment aussi de la révolution du Globe.

Le 4 Juillet, on vit une petite Tache, qui le jour suivant parut plus grosse, & composée de plusieurs autres. Cet amas de Taches étoit déja assés avancé sur le disque, lorsqu'il se montra, & il étoit encore assés éloigné du bord Occidental, lorsqu'il disparut le 13 Juillet. Deux Taches principales de cet amas changeoient un peu de situation entre elles, & de grandeur, mais les petites qui les accompagnoient changeoient beaucoup davantage. Leur nombre même étoit fort different en differents jours.

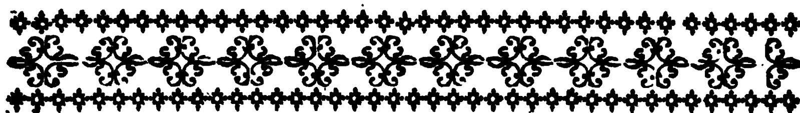
Le 3 Août, on apperçut deux Taches, déja fort avancées sur le disque. Selon l'hipothese des 27 jours & demi, il s'en faloit plus de deux jours que ce ne pussent être les mêmes du mois de Juillet. Le lendemain il n'en paroissoit plus aucune trace.

Le 4 Octobre, on vit vers le bord Oriental des Taches, qui apparemment venoient de l'hemisphere caché. Quelques jours aprés elles parurent fort augmentées en nombre, soit qu'elles le fussent réellement, soit par l'effet de la Perspective. Elles avançoient toûjours vers le bord Occidental, mais le 12 Octobre, 4 jours avant qu'elles eussent pu l'atteindre, on vit de nouvelles Taches dans la partie Orientale du disque, & peu éloignées du centre. Depuis les observations de Scheiner, faites il y a 60 ans, on n'avoit guere veu en même temps deux differents amas de Taches. Nous avions remarqué dans l'Histoire de * p. 118. 1700 * combien ce Phenomene étoit rare, cependant ce fut alors pour la seconde fois qu'il parut depuis deux ans.

Ces nouvelles Taches changerent beaucoup de figure, & même on soupçonna qu'elles pouvoient avoir quelque mouvement propre fort irrégulier. Le 20 Octobre on les vit encore prés du bord Occidental, mais fort diminuées, & fort changées de figure.

Le 4 Novembre, il parut une nouvelle Tache prés du bord Oriental, & elle fut encore observée le 15 prés du bord Occidental, sur lequel elle disparut le 17. Ni sa figure, ni l'hipothese des 27 jours, ne permettoient qu'on la prît pour une des Taches précedentes, à moins qu'on ne lui eût supposé un grand changement de figure, & un mouvement particulier fort considerable. Pendant le temps qu'elle parut, elle n'eut point d'autres changements sensibles, que ceux de la Perspective.

GEOGRAPHIE.



GEOGRAPHIE.

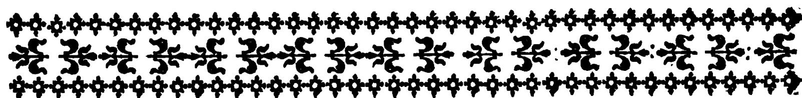
UNe assés grande partie des Etats qui composent aujourd'hui le Monde connu, se sont formés des débris de l'Empire Romain démembré & déchiré par les Barbares. Comme c'est de-là que nos Histoires modernes prennent leur origine, & que ce sont aussi celles qui nous interessent le plus, M. Delisle a dressé une Carte qui doit être d'un grand secours pour les bien entendre. Elle comprend non-seulement l'Empire Romain, mais tous les Pays barbares dont il étoit environné, peu de temps avant que les peuples de ces pays y eussent encore fait aucunes breches par leurs invasions. Son Epoque est l'an 400 de J. C.

M. Sanson, célebre Geographe, avoït déja fait une Carte de l'Empire Romain, fort estimée en son temps, mais il n'y a pas compris les Pays barbares, dont la position & la détermination a dû être aussi penible qu'elle est instructive. M. Delisle a nommé sa Carte *Theatre Historique* à cause de la grande étenduë qu'elle embrasse au de-là de l'Empire Romain, & de l'utilité dont elle est pour nos Histoires.

Deplus, la Terre a bien changé depuis M. Sanson, c'est à dire que les Observations astronomiques, & plus exactes & en plus grand nombre, ont produit de grandes reformes dans la Geographie. On s'étoit extrêmement trompé sur les Longitudes, naturellement plus difficiles à déterminer que les Latitudes, on s'étoit souvent trompé sur les Latitudes mêmes, & M. Delisle a été obligé d'être toûjours different de M. Sanson sur la premiere de ces mesures, & souvent sur la seconde, ce qui change en-

tierement la figure des Pays, des Mers &c.

C'eſt une remarque qui n'eſt pas tout à fait nouvelle, que les erreurs des meſures Geographiques ont toûjours juſqu'ici conſiſté dans l'excés. Depuis les Grecs juſqu'à nous, la Terre a toûjours diminué à chaque fois qu'on a entrepris d'en découvrir la grandeur. Delà vient que quoique le même Empire Romain ou les mêmes Pays ſoient plus en grand dans la Carte de M. Sanſon que dans celle de M. Deliſle, & que par conſequent l'*Echelle* de la Carte de M. Deliſle dût être la plus petite, elle eſt cependant plus grande d'un cinquiéme. C'eſt que dans la Carte de M. Sanſon l'Empire Romain eſt beaucoup trop grand par rapport au reſte de la ſurface de la Terre. La perfection des Cartes dépend de l'exacte proportion des parties de cette ſurface entre-elles, & on ne peut eſperer de la connoître que par l'Aſtronomie, qui répand de jour en jour ſur la Geographie une plus grande lumiere.



MECHANIQUE.

SUR LA RESISTANCE DES SOLIDES, ET SUR LA COURBURE DES RESSORTS PLIE'S.

V. les M. p. 176. *V. l'Hiſt. de 1702. p. 102.

LA Formule que M. Varignon a donnée* ſur la Reſiſtance des Solides eſt générale, & laiſſe une entrée libre à toutes les differentes hipotheſes que l'on y voudra introduire. Mais M. Bernoulli de Baſle, laiſſant cette vaſte généralité, s'attache ſur ce même ſujet à une

hipothese particuliere, qu'il prétend être la seule conforme à la Nature. Les recherches générales, telles que celles de M. Varignon, sont d'une utilité plus éloignée, parce qu'elles attendent une détermination que l'Experience doit fournir; les recherches particulieres, telles que celle de M. Bernoulli, n'attendent plus rien, & sont d'une utilité presente.

On a veu dans l'Histoire de 1702 que Galilée s'étoit mépris, quant à la Phisique, en supposant que lorsqu'une poutre suspenduë horisontalement rompt par l'action de sa pesanteur, toutes ses fibres cassent à la fois, & que M. Mariotte avoit corrigé cette erreur par l'hipothese de l'extension inégale des fibres, dont les plus étenduës sont les premieres qui cassent, & de-là vient qu'une poutre pour rompre dans la situation horisontale doit avoir, selon Galilée, un poids environ plus plus grand d'un tiers que selon M. Mariotte. Mais M. Bernoulli corrige encore M. Mariotte, qui n'avoit songé qu'à l'extension des fibres d'une poutre qui rompt dans la situation horisontale. Il remarque que si elles s'étendent vers le haut de la base scellée dans le mur, elles se compriment vers le bas, desorte qu'il y a un point moyen qui ne souffre ni extension ni compression, & que de ce point-là les extensions & les compressions vont toûjours en augmentant de part & d'autre.

Deplus, M. Mariotte avoit supposé que les extensions des fibres sont proportionnelles aux forces qui les causent, c'est-à-dire que si une certaine force étendoit une fibre d'une certaine quantité, une force double, triple &c. l'étendoit deux fois, trois fois davantage. Mais M. Bernoulli n'admet pas cette hypothese, parce que comme les forces peuvent augmenter à l'infini, il faudroit donc que les fibres se pussent aussi étendre à l'infini, ce qui est absurde. Cette absurdité est encore plus sensible dans la compression, ainsi qu'il a été dit ci-dessus*. Or l'extension est une compression *negative*, & si la compression n'est pas proportionnelle aux forces, l'extension ne le sera pas non plus. * p. 121

V. ci-dessus p. 102. & 103.

Lorsqu'il y a d'un côté une suite de Grandeurs, de l'autre une autre suite, & que dans toutes deux les Grandeurs croissent ou décroissent selon la même proportion, elles peuvent être representées les unes par les bases paralleles d'un Triangle, les autres par les parties de l'un ou de l'autre des côtés déterminés par ces bases.

Mais quand les deux suites ne marchent pas selon la même proportion, leurs grandeurs ne peuvent être representées que par les Abscisses & les Ordonnées d'une Courbe; par consequent c'est ainsi qu'il faut representer les extensions ou compressions, & les forces qui les causent; & la Courbe de la compression aura une Asimptote, puisque la force comprimante, quoiqu'augmentée à l'infini, ne peut reduire l'étenduë du corps à être nulle.

M. Bernoulli ayant ainsi fait entrer dans son hipothese toutes les conditions que la plus exacte Phisique pouvoit desirer, vient enfin au calcul algebrique. Il considere que la force, qui étant sur le point de rompre la poutre étend une partie de ses Fibres, & en comprime une autre, est la même que celle qui les étendroit toutes, ou les comprimeroit toutes, soit de la même quantité, soit de deux quantités differentes, selon que le corps seroit également ou inégalement capable d'extension & de compression. Chacune de ces deux actions auroit son point fixe, d'où l'extension, ou la compression iroit toûjours en augmentant, & la force qui étendroit ou comprimeroit une Fibre agiroit avec d'autant plus d'avantage qu'elle seroit plus éloignée de ce point fixe. Voilà les principes les plus essentiels de ce calcul. Cela supposé, tout ce qui entre dans l'action par laquelle une force tire & étend une Fibre quelconque, c'est cette même Fibre ayant une largeur infiniment petite, multipliée tant par la force qui la tire, que par la distance de cette force au point fixe sur lequel se fait l'extension. Et l'action par laquelle un poids étend inégalement toutes les Fibres d'une poutre, située horisontalement, & prête à rompre, c'est la somme de toutes ces actions particulieres. Cette somme trouvée

le par calcul integral, on la compare sans peine à l'action par laquelle un poids romproit la poutre située verticalement; car ce poids étendroit de la même quantité toutes les Fibres ensemble, & par consequent son action n'est que son produit par la plus grande extension possible de toutes les Fibres.

Il se trouve par-là que la force qui rompt la Poutre dans la situation horisontale, est à celle qui la rompt dans la situation verticale, comme le tiers de la hauteur de la Poutre est à sa longueur, au lieu que selon Galilée ces deux forces sont l'une à l'autre comme la moitié de la hauteur à la longueur. Nous avons déja dit que c'est-là le resultat de l'hipothese de M. Mariotte comparée à celle de Galilée, & il n'est pas étonnant que M. Bernoulli arrive à la même conclusion que M. Mariotte, quoique par une hipothese differente, car M. Bernoulli établit que la force qui étend & comprime à la fois differentes Fibres dans un même corps, est égale à celle qui selon M. Mariotte les étendroit toutes.

Mais une chose qui malgré cette conformité est particuliere à l'hipothese de M. Bernoulli, c'est que par le rapport qui se trouve entre la quantité dont la Fibre la plus étenduë est étenduë, & celle dont la Fibre la plus comprimée est comprimée, ou, ce qui revient au même, par le rapport du plus ou moins de facilité qu'il y a à étendre un corps qu'à le comprimer, il détermine le point de la base de la Poutre, où elle ne souffre ni extension ni compression, & c'est-là un centre d'une nouvelle espece, & qui n'a point encore été consideré.

Cette Theorie de M. Bernoulli sur les corps qui souffrent à la fois extension & compression l'a conduit à déterminer la courbure d'une Lame à ressort, qui étant posée & attachée perpendiculairement sur un plan par une de ses extrêmités, est ensuite pliée par un poids que l'on suspend à l'autre extrêmité. Cette Lame est en même temps étenduë par le poids dans sa surface exterieure, & comprimée dans l'interieure, & par consequent elle est

à cet égard dans le même cas que la poutre. Galilée a cru que la Lame se courboit en Parabole, mais M. Bernoulli trouve au lieu de la Parabole une Courbe mechanique, d'une construction assés difficile. Il l'appelle *Elastique*. Ce Problême n'avoit point été tenté depuis Galilée, peut-être parce qu'on en avoit senti la difficulté.

Quand M. Bernoulli a travaillé sur les Courbes *Isoperimetres*, c'est-à-dire, sur celles qui ayant la même *perimetrie* ou longueur devoient produire d'une certaine maniere déterminée des espaces plus grands, ou plus petits, il a trouvé que comme le Cercle est de toutes les Courbes possibles celle qui sous une même perimetrie ou circonference renferme le plus grand espace, & que la Courbe appellée *Chainette* est celle qui en tournant autour de son axe produit la plus grande surface, de même la Courbe Elastique est celle qui par cette même révolution produit le plus grand solide, ce qui fait une proprieté trés-remarquable de l'Elastique. Reciproquement de toutes les Courbes qui renferment des espaces égaux, ou produisent par leur révolution autour de leur axe des surfaces égales, ou des solides égaux, le Cercle, la Chainette, & l'Elastique sont celles qui ont la moindre perimetrie. Cette proprieté a été connuë dans le Cercle par les Anciens Geometres, mais dans les deux autres Courbes, elle n'a pu être découverte que par la plus profonde Geometrie moderne, & par un calcul trés-délicat des Infiniment petits.



SUR LES PROPORTIONS NECESSAIRES AUX DIAMETRES DES TUYAUX,

Pour donner précisément certaines quantités d'eau déterminées.

LA viteſſe de l'eau qui ſort d'un Tuyau, & par conſequent la quantité d'eau qui en ſort, dépend de la hauteur d'où elle tombe, mais cette hauteur étant ſuppoſée toûjours la même, il ſort une plus grande quantité d'eau par un Tuyau d'une plus grande ouverture, & les ouvertures étant ſuppoſées circulaires, les quantités d'eau qui ſortent par differentes ouvertures ſont comme les quarrés de leurs diametres, puiſque c'eſt-là la proportion des Cercles. V. les M. p. 175.

Mais en raiſonnant ainſi, on ne conſidere point le frotement de l'eau contre les parois interieures du tuyau où elle coule, & il eſt ſi ordinaire de ne le point conſiderer, qu'il n'eſt pas entré dans cette Theorie ſi générale que M. Varignon a donnée ſur cette matiere, & qui eſt rapportée dans l'Hiſtoire de 1703.* Lorſqu'on veut en tenir conte, on trouve qu'il doit neceſſairement diminuer la viteſſe, & par conſequent la quantité de l'eau qui ſort, mais il faut ſavoir ſelon quelle proportion il la diminuë en differents Tuyaux. * p. 125.

Le frotement dont il s'agit ne tombe dans aucun des deux Cas, qui font toute la Theorie générale des frotements expliquée dans l'Hiſtoire de 1703.* Il n'y a ici ni poids à ſoulever, ni parties à uſer, ſeulement les gouttes d'eau, lorſqu'elles viennent à heurter les parties du Tuyau avec un mouvement oblique, ce qui doit arriver très-ſouvent, perdent tout ce que ce mouvement obli- * 105. & ſuiv.

que avoit de perpendiculaire par rapport à ces parois, & par conſequent leur viteſſe eſt diminuée d'autant. De-là, il ſuit qu'une même quantité d'eau perd d'autant plus de ſa viteſſe, qu'elle rencontre une plus grande quantité de parties des parois du Tuyau, ou, ce qui eſt la même choſe, que la ſurface interieure du Tuyau eſt plus grande. Or les Tuyaux étant des Cilindres, les ſurfaces de deux Tuyaux égaux en longueur ſont comme leurs circonferences ou leurs diametres, & leurs ouvertures comme les quarrés de leurs diametres, d'où il ſuit que ſi deux Tuyaux ſont également longs, & que l'un ait un diametre double de l'autre, le quadruple d'eau qui doit ſortir par le plus gros ne trouvera que deux fois plus de reſiſtance de la part de la ſurface ou du frotement, & par conſequent en trouvera moins à proportion de ſa quantité que l'eau qui ſort par le petit tuyau, c'eſt-à-dire en un mot, que le plus gros qui à raiſon de ſon diametre n'auroit dû donner préciſément que le quadruple de l'eau du petit, en donnera davantage.

Si l'on veut donc qu'il ne donne préciſément que ce quadruple, il faudra diminuer ſon diametre, mais de combien le faudra-t'il diminuer, ou en général, un Tuyau quelconque étant donné, quel doit être le diametre d'un autre Tuyau que l'on veut qui donne préciſément une certaine quantité d'eau déterminée par rapport à la premiere, en tenant conte des frotements de l'eau dans les Tuyaux? c'eſt-là un Problême auquel on n'avoit point encore touché, & que M. Carré a reſolu. Il n'a beſoin que de connoître par une experience fondamentale quelle eſt la diminution que le frotement apporte à la viteſſe de l'eau dans les Tuyaux, aprés quoi il trouve ſans peine par une Equation du ſecond degré le rapport du diametre qu'on cherche au diametre donné. Elle roule uniquement ſur ces deux Analogies qui ſuivent de ce qui vient d'être dit. Les diminutions de la viteſſe de l'eau ſont comme les diametres, car on ſuppoſe les Tuyaux égaux en longueur, & les quantités d'eau qui ſortent par les Tuyaux
ſont

ſont comme les quarrés de leurs diametres, moins la quantité dont chacune eſt diminuée parce qu'elle a une moindre viteſſe.

MOnſieur Daleſme a propoſé à la Compagnie quelques veuës que l'on a cru qui pourroient être utiles & qui meriteroient que l'on fît les frais des experiences en grand.

Il a imaginé que l'on pourroit employer pour une force mouvante le reſſort de la vapeur qui s'éleve de l'eau chaude. Il a fait voir par une Machine où ce reſſort ſeul faiſoit jaillir de l'eau à une grande hauteur, combien il a de puiſſance.

Il a donné un moyen trés-ſimple de faciliter & d'augmenter l'action de ceux qui tirent de grands Bateaux ou des Vaiſſeaux.

Il croit qu'afin d'avoir plus aiſément & en plus grand nombre des bois courbes pour la conſtruction des Vaiſſeaux, on pourroit plier de jeunes arbres dans les Forêts.

Il a fait des Obſervations ſur la maniere de forger ſolidement les Ancres, & de bien faire l'alliage des fers doux & aigres dont elles ſont compoſées.

Il a propoſé auſſi quelques autres idées qui ont rapport à des uſages moins importants, & moins nobles, par exemple, une eſpece de Siſtême des cauſes qui font fumer les Cheminées, & quelques moyens pour remedier à cet inconvenient. Mais tout cela attend encore la déciſion ſouveraine de l'experience.

MOnſieur des Billettes a donné la Deſcription de l'Art de faire la Poudreà canon.

M. Jaugeon à l'occaſion des Arts & Métiers qui concernent la ſoye, a donné une Hiſtoire naturelle des Vers qui la produiſent.

MACHINES OU INVENTIONS
APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE EN M.DCCV.

I.

UN Parasol brisé de M. Marius, plus leger que les autres, & qui peut être aisément porté dans la poche.

II.

Une Tente brisée du même Inventeur, qui peut être perfectionnée de sorte qu'elle sera plus legere; de moindre volume, & aussi ferme que les Tentes ordinaires.

III.

Une Carabine que l'on charge par la culasse, sans la briser, inventée par M. de la Chaumette.

IV.

Un Micrometre inventé par le Sr. le Févre, Ingenieur pour les Instruments de Mathematique. La division en est telle que le mouvement des foyes répond toûjours précisément & sans fraction à des minutes & à des secondes de degré, quoique le Micrometre soit appliqué à des Lunettes de differente grandeur. Cette même division, pourveu qu'on change de *numeration*, divise de 20 secondes en 20 secondes de doit les diametres apparents du Soleil & de la Lune, quoiqu'ils varient, & cela, dans le temps même de l'Observation.

Le Sr. le Févre proposa en même temps à l'Academie une autre sorte de division qui rendroit le Micrometre beaucoup plus simple, & qui auroit tous les avantages de l'autre, à cela prés qu'elle n'iroit pas à de si petites parties. Ces inventions sont nouvelles, & ont paru fort ingenieuses. On n'en a point encore veu l'usage.

ELOGE DE M. BERNOULLI.

JAcques Bernoulli nâquit à Basle le 27 Decembre 1654. Il étoit fils de Nicolas Bernoulli encore vivant, qui a des charges considerables dans sa Republique. Un des freres de celui dont nous parlons, est encore plus élevé en dignité que son Pere.

M. Bernoulli reçut l'éducation ordinaire de son temps; on le destinoit à être Ministre, & on lui apprit du Latin, du Grec, de la Philosophie Scolastique, nulle Geometrie, mais dés qu'il eût veu par hasard des figures geometriques, il en sentit le charme, si peu sensible pour la plûpart des Esprits. A peine avoit-il quelque Livre de Mathematique, encore n'en pouvoit-il jouïr qu'à la dérobée, à plus forte raison il n'avoit pas de Maître, mais son goût, joint à un grand talent, fut son Précepteur. Il alla même jusqu'à l'Astronomie, & comme il avoit toûjours à vaincre l'opposition de son Pere qui avoit d'autres veuës sur lui, il exprima sa situation par une Devise où il representoit Phaëton conduisant le Char du Soleil, avec des mots Latins qui signifioient, *Je suis parmi les Astres malgré mon Pere.*

Il n'avoit que 18 ans, & n'étoit presque encore Mathematicien que par sa violente inclination pour les Mathematiques, lorsqu'il resolut ce Problême Chronologique assés difficile, où les années du Cycle Solaire, du Nombre d'or, & de l'Indiction étant données, il s'agit de trouver l'année de la Periode Julienne.

A 22 ans il se mit à voyager. Etant à Geneve, il apprit à écrire à une fille qui avoit perdu la veuë deux mois aprés sa naissance, & il imagina pour cela un moyen nouveau, parce qu'il avoit reconnu & par raisonnement & par experience l'inutilité de celui que Cardan a proposé. A Bordeaux, il fit des Tables Gnomoniques uni-

verſelles, qui ſont preſentement prêtes à imprimer. Aprés avoir veu la France, il revint chés lui en 1680. Là il commença à étudier la Philoſophie de Deſcartes. Cette excellente lecture l'éclaira plus qu'elle ne le perſuada, & il tira de ce grand Auteur aſſés de force pour pouvoir enſuite le combattre lui-même.

Heureuſement à la fin de 1680, il parut un Phenomene propre à exercer un Philoſophe naiſſant. C'étoit cette Comete, qui a fait naître des Ouvrages fameux, & entre autres, le premier que M. Bernoulli ait donné au Public. Il l'intitula, *Conamen Novi Syſtematis Cometarum, pro motu eorum ſub calculum revocando, & apparitionibus prædicendis*. Il ſuppoſe que les Cometes ſont des Satellites d'une même Planete, ſi élevée au deſſus de Saturne, quoique placée dans le Tourbillon du Soleil, qu'elle eſt toûjours inviſible à nos yeux, & que ſes Satellites ne deviennent viſibles que quand ils ſont par rapport à nous dans la partie la plus baſſe de leur cercle. De-là il conclut que les Cometes ſont des Corps éternels, & que leurs retours peuvent être prédits, ce qui eſt auſſi la penſée de M. Caſſini. La Comete de 1680 doit, ſelon le Syſtême & le calcul de M. Bernoulli, reparoître en 1719 le 17 Mai, dans le premier degré 12′ de la Balance. Voilà une prédiction bien hardie par l'exactitude des circonſtances.

Ici, je ne puis m'empêcher de rapporter une objection qui lui fut propoſée trés-ſerieuſement, & à laquelle il daigne répondre de même, c'eſt que ſi les Cometes ſont des Aſtres reglés, ce ne ſont donc plus des ſignes extraordinaires de la colere du Ciel. Il eſſaye pluſieurs réponſes differentes, & enfin il en vient juſqu'à dire que la Tête de la Comete qui eſt éternelle n'eſt pas un ſigne, mais que la Queuë en peut être un, parce que, ſelon lui, elle n'eſt qu'accidentelle; tant il faloit encore avoir de menagements pour cette opinion populaire, il y a 25 ans. Maintenant on eſt diſpenſé de cet égard, c'eſt-à-dire que le gros du monde eſt gueri ſur le fait des Cometes, & que les fruits de la ſaine Philoſophie ſe ſont répandus de pro-

che en proche. Il seroit assés bon de marquer, quand on le pourroit, l'Epoque de la fin des erreurs qu'elle a détruites.

En 1682 M. Bernoulli publia sa Dissertation *De gravitate Ætheris.* Il n'y traite pas seulement de la pesanteur de l'Air, si incontestable & si sensible par le Barometre, mais principalement de celle de l'Ether, ou d'une matiere beaucoup plus subtile que l'Air que nous respirons. C'est à la pesanteur & à la pression de cette matiere qu'il rapporte la Dureté des Corps. Il proteste dans sa Préface qu'en imaginant ce Sistême, il ne se souvenoit point de l'avoir lû dans le célebre Ouvrage de la *Recherche de la Verité*, & il s'applaudit d'être tombé dans la même pensée que le P. Mallebranche, &, ce qui est encore plus remarquable, d'y être arrivé par le même chemin.

Comme l'alliance de la Geometrie & de la Phisique fait la plus grande utilité de la Geometrie, & toute la solidité de la Phisique, il forma des Assemblées & une espece d'Academie, où il faisoit des Experiences qui étoient ou le fondement, ou la preuve des calculs geometriques, & il fut le premier qui établit dans la Ville de Basle cette maniere de philosopher, la seule raisonnable, & qui cependant a tant tardé à paroître.

Il penetroit déja dans la Geometrie la plus abstruse, & la perfectionnoit par ses découvertes, à mesure qu'il l'étudioit, lorsqu'en 1684 la face de la Geometrie changea presque tout à coup. L'Illustre M. Leibnits donna dans les Actes le Leipsic quelques essais de son nouveau Calcul differentiel, ou des Infiniment petits, dont il cachoit l'art & la methode. Aussitôt M^rs. Bernoulli, car M. Bernoulli l'un de ses freres, & son cadet, fameux Geometre, a la même part à cette gloire, sentirent par le peu qu'ils voyoient de ce calcul quelle en devoit être l'étenduë & la beauté, ils s'appliquerent opiniatrément à en chercher le secret, & à l'enlever à l'inventeur, ils y reüssirent, & perfectionnerent cette Methode au point que M. Leibnits par une sincerité digne d'un grand hom-

me a déclaré qu'elle leur appartenoit autant qu'à lui. C'eſt ainſi que le moindre rayon de verité qui s'échape au travers de la nuë éclaire ſuffiſamment les grands Eſprits, tandis que la verité entierement dévoilée ne frape pas les autres.

La Patrie de M. Bernoulli rendit juſtice à un Citoyen qui l'honoroit tant, & en 1687 il fut élu par un conſentement unanime Profeſſeur en Mathematique dans l'Univerſité de Baſle. Alors il fit paroître un nouveau talent, c'eſt celui d'inſtruire. Tel eſt capable d'arriver aux plus hautes connoiſſances qui n'eſt pas capable d'y conduire les autres & il en coûte quelquefois plus à l'Eſprit pour redeſcendre, que pour continuer à s'élever. M. Bernoulli par l'extrême netteté de ſes Leçons, & par les grands progrés qu'il faiſoit faire en peu de temps, attira à Baſle un grand nombre d'Auditeurs Etrangers.

Les exercices que demandoit ſa place de Profeſſeur produiſirent entre autres fruits tout ce qu'il a donné ſur les *Series* ou Suites infinies de Nombres. Il s'agit de trouver ce que vaut la ſomme d'une infinité de Nombres reglés ſelon quelque ordre ou quelque loi, & ſans doute la Geometrie ne montre jamais plus d'audace que quand elle prétend ſe rendre maîtreſſe de l'infini même, & le traiter comme le fini. Par-là on découvre des Rectifications, ou des Quadratures de Courbes, car toutes les Courbes peuvent paſſer pour des ſuites infinies de lignes droites infiniment petites, & les eſpaces qu'elles comprennent pour une infinité d'eſpaces infiniment petits, tous terminés par des lignes droites. Tantôt on trouve que ces Suites, qui comprennent une infinité de termes, ne valent neanmoins qu'un certain terme fini, & alors les Courbes qu'elle repreſentent ſont ou rectifiables, ou quarrables, tantôt on trouve que ces Suites ſe perdent dans leur infini, & ſe dérobent abſolument au Calcul, & en ce cas là les longueurs des Courbes ou leurs eſpaces échapent auſſi à nos recherches. Archimede paroît avoir été le premier qui ait trouvé la ſomme d'une Pro-

greſſion geometrique infinie décroiſſante, & par-là il découvrit trés ingenieuſement la Quadrature de la Parabole; M. Wallis, célébre Mathematicien Anglois, a composé ſur ces ſuites ſon *Arithmetique des Infinis*, & aprés lui Mrs Leibnits & Bernoulli pouſſerent encore cette Theorie beaucoup plus loin.

Mais le travail le plus aſſidu de M. Bernoulli eut pour objet le Calcul des Infiniment petits, & les recherches où il étoit neceſſaire. Lui & le petit nombre de ſes pareils avoient découvert comme un nouveau Monde inconnu juſque-là, d'un abord difficile, même dangereux, d'où l'on rapportoit des richeſſes immenſes, que l'on neût pas trouvées dans l'Ancien. Déja en faiſant l'Eloge de feu M. le Marquis de l'Hôpital, nous avons fait en partie celui de M. Bernoulli, parce qu'ils ont ſouvent donné par la Methode qui leur étoit commune la ſolution des mêmes Problêmes, où toute autre Methode n'auroit point eu de priſe. Nous ne repeterons point ici ce qui a été dit, nous y ajouterons ſeulement quelques unes des découvertes particulieres à M. Bernoulli.

* V. l'Hiſt. de 1704. p. 125.

Le Calcul differentiel étant ſuppoſé, on ſait combien eſt neceſſaire le Calcul Intégral, qui en eſt, pour ainſi dire, le renverſement; car comme le Calcul differentiel deſcend des grandeurs finies à leurs infiniment petits, ainſi le Calcul integral remonte des infiniment petits aux grandeurs finies, mais ce retour eſt difficile, & juſqu'apreſent impoſſible en certains cas. En 1691 M. Bernoulli donna deux Eſſais du Calcul Intégral, les premiers qu'on eût encore veus, & ouvrit cette nouvelle carriere aux Geometres. Ces deux Eſſais regardoient la rectification & la quadrature de deux differentes eſpeces de Spirales; l'une eſt formée par les extrêmités des Ordonnées d'une Parabole ordinaire, dont l'axe ſeroit roulé en cercle, l'autre eſt la Spirale Logarithmique, qui fait toûjours le même angle avec ſes Ordonnées concourantes à ſon centre. Et comme la Courbe appellée Loxodromique, décrite par un Vaiſſeau qui ſuit toûjours le même

rhumb de vent, fait aussi toûjours le même angle avec tous les Meridiens, il s'ensuit que si les Meridiens étoient des lignes droites concourantes au Pole, la Loxodromique deviendroit la Spirale Logarithmique. De-là M. Bernoulli prit occasion de passer de la Spirale Logarithmique à la Loxodromique, & découvrit beaucoup de choses nouvelles, & fort curieuses par rapport aux Longitudes, & à la Navigation.

En ce temps-là, le Problême de la *Chainette* qu'il avoit proposé, faisoit beaucoup de bruit parmi les grands Geometres. C'est la courbure que doit prendre une Chaine, attachée fixement par ses deux extrêmités, également pesante en toutes ses parties, & dont chaque partie est tirée en embas par son propre poids, & en même temps retenuë par les points fixes. Aprés que Mrs. Leibnits, Huguens, & Bernoulli son frere eurent resolu le Problême, & determiné cette courbure, il prouva en 1692 qu'elle étoit la même que celle d'une Voile enflée par le vent. Et comme il commençoit alors ses recherches & ses découvertes sur la courbure que prendroit une Lame à ressort dont une extrêmité seroit attachée fixement sur un plan, & l'autre porteroit un poids, il fit voir que si cette même Voile qui enflée par un vent horisontal se courberoit en Chainette, étoit enflée par un liquide qui pesât sur elle verticalement, elle se courberoit comme une Lame à ressort, ou en *Elastique*, * car c'est le nom qu'il donne à cette Courbe. Ces déterminations ne sont pas de simples jeux de Geometrie, estimables seulement par leur difficulté, elles peuvent entrer dans des questions délicates de Phisique ou de Mechanique, quand il faudra connoître avec précision l'action des liquides ou des poids.

* V. ci-dessus p. 133. & 134.

Pour épargner un plus long détail des recherches geometriques de M. Bernoulli, il suffira d'ébaucher ici l'idée de sa Theorie des Courbes qui roulent sur elles mêmes. Une Courbe quelconque étant proposée, il la conçoit comme immobile, & en même temps il conçoit qu'une autre

autre Courbe égale & semblable, c'est-à-dire, la même en espece, roule sur elle, & applique tous ses points aux siens les uns aprés les autres. En joignant à cette consideration celle de la Developée qui auroit produit la Courbe proposée, non-seulement il tire du roulement de cette Courbe sur elle même une Roulette ou Cycloïdale décrite à la maniere ordinaire par un point fixe de la Courbe mobile, mais encore la Caustique par reflexion, & deplus deux Courbes, dont il appelle la premiere *Antidevelopée*, la seconde *Pericaustique*, & pour se conduire dans ce Labirinthe de Courbes differentes, & en déterminer la nature, il n'a besoin que de connoître la premiere, generatrice de toutes les autres.

Par-là, il arriva à une merveilleuse proprieté de la Spirale Logarithmique; c'est que toutes les Courbes, ou qui la produisent ou qu'elle produit de la maniere qu'on vient d'expliquer, sa Developée, sa Caustique, sa Cicloïdale, son Antidevelopée, sa Pericaustique, sont d'autres Spirales Logarithmiques égales & semblables en tout à la generatrice. Il est facile de juger que de pareilles resolutions demandent un grand appareil de Geometrie, & doivent être les derniers efforts de l'esprit Mathematique.

Ces mêmes roulements de Courbes conduisirent M. Bernoulli à la découverte des deux Formules générales des Caustiques par reflexion & par refraction qui comprennent deux Sections du Livre de M. de l'Hôpital, ou plûtôt toute la Catoprique, & toute la Dioptrique. Mais M. Bernoulli avoit supprimé l'Analise des Formules, & M. de l'Hopital en a revelé le mistere.

Toutes ces recherches, & quantité d'autres aussi profondes qu'il faut passer sous silence, ont été exécutées par le Calcul des Infiniment petits, & pouvoit-on mieux en prouver l'excellence, & dans le même temps enseigner l'art de le manier? Aussi cette Methode est-elle devenuë celle de tous les grands Geometres sans exception, & quoiqu'elle soit quelquefois épineuse, il est infiniment

plus aisé d'apprendre à s'en servir, que d'aller loin sans son secours.

Quand l'Academie Royale des Sciences reçût du Roy en 1699. un Reglement qui lui laissoit la liberté de choisir 8 Associés Etrangers, aussitôt tous les suffrages donnerent place aux deux freres Bernoulli dans ce petit nombre. M. l'Electeur de Brandebourg ayant aussi établi à Berlin une Academie dont le célébre M. Leibnits a la direction, ils y furent pareillement associés tous deux en 1701. Quoiqu'absents, ils ont satisfait ici à leur devoir d'Academiciens par des piéces excellentes & singulieres dont nos Histoires ont été enrichies. On a veu dans celle de 1702 * la Section indéfinie des Arcs circulaires de M. Bernoulli de Basle, dans celle de 1703 * sa Therie du Centre d'Oscillation, & dans celle de cette année on a veu * sa nouvelle Hipothese de la Resistance des solides, & l'Analise de sa Courbe Elastique. Il avoit déja donné dans les Actes de Leipsic quelque idée, mais imparfaite, de la plûpart de ces recherches, & il ne les a envoyées à l'Academie qu'aprés les avoir mises dans un état à le contenter lui-même.

* p. 58.
* p. 114.
* p. 130.

Tandis que le Professeur de Basle se faisoit un si grand nom, son cadet, Professeur en Mathematique à Groningue, ne s'en faisoit pas un moins éclatant, ils couroient tous deux la même carriere, & d'un pas égal. Les Savants du premier ordre auroient peine à le devenir, s'ils n'étoient passionnés pour leur science, & possedés par un goût, superieur à tout. Une émulation vive se mit entre les deux freres, fomentée encore par leur éloignement qui les reduisoit à ne se parler presque que dans des Journaux, & qui étoit propre à entretenir longtemps entre eux un malentendu, s'il en pouvoit naître quelqu'un. Enfin l'Aîné ramassant toute sa force, lança, pour ainsi dire, un Problême qu'il adressoit, non-seulement à tous les Geometres, mais aussi à son frere en particulier, lui promettant même publiquement une certaine somme, s'il le pouvoit resoudre. Il le resolut, & même assés promp-

tement, mais il donna sa solution sans Analise. M. Bernoulli de Basle qui trouva cette solution en partie differente de la sienne, demanda à voir l'Analise, pour découvrir d'où pouvoit naître la difference des solutions. Mais sur les Juges qui devoient examiner cette Analise, & sur quelques autres circonstances du jugement, il survint des difficultés, qui n'ont pas été terminées. Le détail en seroit trop long, il suffira que l'on sache que ce Problême regardoit les figures *Isoperimetres*. Entre une infinité de Courbes possibles qui ont la méme *perimetrie* ou la même longueur, il faloit trouver d'une maniere générale celles qui dans certaines conditions renfermoient les plus grands, ou les plus petits espaces, ou en faisant une revolution autour de leurs axes produisoient les plus grandes, ou les plus petites superficies, ou les plus grands, ou les plus petits Solides. On peut juger de la difficulté du Problême par l'intention dans laquelle il avoit été choisi.

C'est M. Bernoulli qui a pris soin de l'Edition, que l'on a faite à Basle de la Geometrie de Descartes; il étoit si rempli de ces matieres que les Epreuves qu'il avoit à corriger, ne pouvoient pas lui passer par les mains sans lui faire naître des pensées, & des reflexions, & il embellit l'Ouvrage du grand Descartes par des Notes, qui quoique faites à la hâte, *Tumultuariæ* comme il les appelle, sont trés-curieuses, & trés-instructives.

Ses travaux continuels, causés & par les devoirs de sa place, & par l'avidité de savoir, & par le plaisir des succés, furent apparemment ce qui le rendit sujet à la goutte d'assés bonne heure, & enfin ils le firent tomber dans une fiévre lente dont il mourut le 16 Août de cette année, âgé de 50 ans & 7 mois. Deux ou trois jours avant sa mort, dans le temps des soins les plus serieux, il pria M. Herman, son compatriote, son ami particulier & illustre Geometre, de remercier l'Academie des Sciences de la place qu'elle lui avoit donnée dans son corps. A l'exemple d'Archimede qui voulut orner son Tombeau de sa plus belle découverte geometrique, & ordonna que

l'on y mît un Cylindre circonſcrit à une Sphére, M. Bernoulli a ordonné que l'on mît ſur le ſien une Spirale Logarithmique, avec ces mots *Eadem mutata reſurgo*, alluſion heureuſe à l'eſperance des Chrétiens repreſentée en quelque ſorte par les proprietés de cette Courbe. Il achevoit un grand Ouvrage *De Arte Conjectandi*, & quoiqu'il n'en ait rien paru, nous pouvons en donner une idée ſur la foi de M. Herman. Les Regles d'un jeu étant ſuppoſées, & deux Joüeurs de la même force, on peut, en quelque état que ſoit une partie, déterminer par l'avantage qu'un des Jouëurs a ſur l'autre, combien il y a plus à parier qu'il gagnera. Le pary change ſelon tous les differents états où ſera la partie, & quand on veut conſiderer tous ces changements, on trouve quelquefois des Series ou ſuites de Nombres reglées, & même nouvelles & ſingulieres. Si l'un ſuppoſe les Jouëurs inégaux, on demande quel avantage le plus fort doit accorder à l'autre, ou reciproquement l'un ayant accordé à l'autre un certain avantage, on demande de combien il eſt plus fort, & il eſt à remarquer que ſouvent les avantages ou les forces ſont incommenſurables, deſorte que les deux Jouëurs ne peuvent jamais être parfaitement égalés. Les raiſonnements que ces ſortes de matieres demandent ſont ordinairement plus déliés, plus fins, compoſés d'un plus grand nombre de veuës qui peuvent échaper, & par conſequent plus ſujets à erreur que les autres raiſonnements mathematiques. Par exemple deux Joüeurs égaux joüant en 4 parties liées, ſi l'un en a gagné 3 & l'autre 2, il faut raiſonner aſſés juſte pour déterminer préciſement que l'on peut parier 3 pour celui qui a les 3 parties, & 1 ſeulement pour celui qui en a 2. Ce cas eſt des plus ſimples, & on peut juger par-là de ceux qui ſont infiniment plus compliqués. Quelques grands Mathematiciens, & principalement Mrs. Paſchal & Huguens, ont déja propoſé ou reſolu des Problêmes ſur cette matiere, mais ils n'ont fait que l'effleurer, & M. Bernoulli l'embraſſoit dans une plus grande étenduë, & l'approfondiſſoit beaucoup davantage.

Il la portoit même jusqu'aux choses Morales & Politiques, & c'est là ce que l'Ouvrage doit avoir de plus neuf, & de plus surprenant. Cependant si l'on considere de prés les choses de la vie sur lesquelles on a tous les jours à deliberer, on verra que la déliberation devroit se reduire, comme les Paris que l'on feroit sur un jeu, à comparer le nombre des cas où arrivera un certain évenement au nombre des cas où il n'arrivera pas. Cela fait, on sauroit au juste, & on exprimeroit par des nombres de combien le parti qu'on prendroit seroit le meilleur. Toute la difficulté est qu'il nous échape beaucoup de cas où l'évenement peut arriver, ou ne pas arriver, & plus il y a de ces cas inconnus, plus la connoissance du parti qu'on doit prendre paroît incertaine. La suite de ces idées a conduit M. Bernoulli à cette question, Si le nombre des cas inconnus diminuant toûjours la probabilité du parti qu'on doit prendre en augmente necessairement, desorte qu'elle vienne à la fin à tel degré de certitude qu'on voudra. Il semble qu'il n'y ait pas de difficulté pour l'affirmative de cette Proposition, cependant M. Bernoulli qui possedoit fort cette matiere assuroit que ce Problême étoit beaucoup plus difficile que celui de la Quadrature du cercle, & certainement il seroit sans comparaison plus utile. Il n'est pas si glorieux à l'Esprit de Geometrie de regner dans la Phisique, que dans les choses Morales, si compliquées, si casuelles, si changeantes; plus une matiere lui est opposée, & rebelle, plus il a d'honneur à la dompter.

M. Bernoulli étoit d'un temperament bilieux & melancolique, caractere qui donne plus que tout autre, & l'ardeur, & la constance, necessaires pour les grandes choses. Il produit dans un Homme de Lettres une étude assiduë & opiniâtre, & se fortifie incessamment par cette étude même. Dans toutes les recherches que faisoit M. Bernoulli, sa marche étoit lente, mais sûre, ni son genie, ni l'habitude de reüssir ne lui avoient inspiré de confiance, il ne donnoit rien qu'il n'eût remanié bien des fois, & il

n'avoit jamais cessé de craindre ce même Public qui avoit tant de veneration pour lui.

Il s'étoit marié à l'âge de 30 ans, & a laissé un fils & une fille.

Sa place d'Associé Etranger a été remplie par M. Bianchini, Camerier d'honneur du Pape, Chanoine de Saint Laurent in Damaso.

ELOGE DE M. AMONTONS.

GUillaume Amontons nâquit l'an 1663 sur le minuit du dernier jour d'Août. Il étoit fils d'un Avocat qui ayant quitté la Normandie, d'où il étoit originaire, étoit venu s'établir à Paris. Il étudioit encore en Troisiéme, lorsqu'il lui resta d'une maladie une surdité assés considerable, qui le sequestra presque entierement du commerce des hommes, du moins, de tout commerce inutile. N'étant plus qu'à lui-même, & livré aux pensées qui sortoient du fond de la nature, il commença à songer aux Machines. Il entreprit d'abord la plus difficile de toutes, ou plûtôt la seule impossible, je veux dire, le Mouvement perpetuel, dont il ne connoissoit ni l'impossibilité ni la difficulté. En y travaillant il s'apperçut qu'il devoit y avoir des principes dans cette matiere, & qu'à moins que de les savoir, on y perdoit son temps & sa peine. Il se mit donc dans la Geometrie, quoique selon la coûtume de toutes les familles, la sienne s'y opposât, & sans doute avec assés de raison, si on ne regarde les sciences que comme des moyens d'arriver à la fortune.

On assure qu'il ne voulut jamais faire de remedes pour sa surdité, soit qu'il desesperât d'en guerir, soit qu'il se trouvât bien de ce redoublement d'attention & de recueillement qu'elle lui procuroit, semblable en quelque chose à cet Ancien que l'on dit qui se creva les yeux pour n'être pas distrait dans ses meditations philosophiques.

M. Amontons apprit le Deſſein, l'Arpentage, l'Architecture, & fut employé dans pluſieurs Ouvrages publics, mais il ne fut pas long-temps ſans s'élever plus haut, & il joignit à cette Mechanique qui produit nos Arts, & n'eſt occupée que de nos beſoins, la connoiſſance de la ſublime Mechanique, qui a diſpoſé l'Univers.

Les Inſtruments, tels que les Barometres, les Thermometres, & les Hygrometres, deſtinés à meſurer des variations phiſiques, qui nous étoient, il y a peu de temps, ou abſolument inconnuës, ou connuës ſeulement par le rapport confus & incertain de nos ſens, ſont peut-être de toutes les inventions utiles de la Philoſophie moderne, celles où l'application de la Mechanique à la Phiſique eſt la plus délicate; & d'ailleurs comme on s'étoit contenté du premier haſard, ou de la premiere idée qui avoit fait naître ces inventions aſſés heureuſement, elles étoient demeurées ou defectueuſes en elles mêmes, ou d'un uſage peu commode. M. Amontons les étudia avec beaucoup de ſoin, & en 1687 n'ayant encore que 24 ans, il preſenta à l'Academie des Sciences un nouvel Hygrometre qui en fut fort approuvé. Il propoſa auſſi à M Hubin, fameux Emailleur, & fort habile en ces matieres, differentes idées qu'il avoit pour de nouveaux Barometres & Thermometres, mais M. Hubin l'avoit prevenu dans quelques-unes de ſes penſées, & il fit peu d'attention aux autres, juſqu'à ce qu'il eût fait un Voyage en Angleterre, où elles lui furent propoſées par quelques-uns des principaux membres de la Societé Royale.

Peut être ne prendra-t'on que pour un jeu d'eſprit, mais du moins trés ingenieux, un moyen qu'il inventa de faire ſavoir tout ce qu'on voudroit à une trés-grande diſtance, par exemple, de Paris à Rome, en trés peu de temps, comme en 3 ou 4 heures; & même ſans que la nouvelle fût ſçuë dans tout l'eſpace d'entre-deux. Cette propoſition ſi paradoxe, & ſi chimerique en apparence fut executée dans une petite étenduë de pays, une fois en preſence de Monſeigneur, & une autre, en preſence

de Madame; car quoique M. Amontons n'entendît nullement l'art de se produire dans le monde, il étoit déja connu des plus grands Princes à force de merite. Le secret consistoit à disposer dans plusieurs Postes consecutifs, des gens qui par des Lunettes à longue veuë ayant aperçû certains signaux du poste precedent les transmissent au suivant, & toûjours ainsi de suite, & ces differens signaux étoient autant de Lettres d'un Alphabet, dont on n'avoit le Chiffre qu'à Paris & à Rome. La grande portée des Lunettes faisoit la distance des postes, dont le nombre devoit être le moindre qu'il fût possible, & comme le second poste faisoit les signaux au troisiéme, à mesure qu'il les voyoit faire au premier, la nouvelle se trouvoit portée de Paris à Rome presque en aussi peu de temps qu'il en faloit pour faire les signaux à Paris.

En 1695 M. Amontons donna le seul Livre imprimé qui ait paru de lui, & le dedia à l'Academie des Sciences. Il est intitulé *Remarques & Experiences Phisiques sur la construction d'une Nouvelle Clepsidre, sur les Barometres, Thermometres, & Hygrometres.* Quoique les Clepsidres, ou Horloges à eau, si usitées chés les Anciens, ayent été entierement abolies parmi nous par les Horloges à roües infiniment plus justes, & plus commodes, M. Amontons ne laissa pas de prendre beaucoup de peine à la construction de sa Clepsidre, dans l'esperance qu'elle pourroit servir sur mer; car de la maniere dont elle étoit faite, le mouvement le plus violent que pût avoir un Vaisseau ne la dereglоit point, au lieu qu'il deregle infailliblement les autres Horloges. On a pû voir dans le Livre de M. Amontons avec combien d'art sa Clepsidre étoit construite; il n'y a guere d'apparence qu'il se soit rencontré avec aucun des anciens Inventeurs.

Il entra dans l'Academie en 1699, lorsqu'elle reçut son nouveau Reglement. Aussitôt il donna dans nos Assemblées sa Theorie des Frottements, qui a tant éclairci une matiere si importante dans la Mechanique, & jusque-là si obscure. Son nouveau Thermometre vint ensuite, invention

tion qui n'eſt pas ſeulement utile pour la pratique, mais qui a donné de nouvelles veuës pour la Speculation. Nos Hiſtoires ont parlé à fond de ces découvertes, un Vo- « lume nouveau qui va paroître en contiendra encore « une autre du même Auteur, c'eſt ſon Barometre rec- « tifié, & le Volume qui viendra encore aprés contien- « dra ſon Barometre ſans Mercure à l'uſage de la Mer, & « des Experiences nouvelles & fort curieuſes qu'il a faites « ſur le Barometre & ſur la nature de l'air, tant le nom & « les découvertes de M. Amontons ont de peine, pour « ainſi dire, à quitter la place qu'ils tenoient dans nos « Hiſtoires. «

Cela étoit vrai le 14 Novembre 1705 que cet Eloge fut lu dans une Aſſemblée publique, l'Hiſtoire de 1704 n'étant pas encore achevée d'imprimer.

En effet, celle que cet Academicien rempliſſoit dans la Compagnie étoit preſque unique. Il avoit un don ſingulier pour les Experiences, des idées fines & heureuſes, beaucoup de reſſources pour lever les inconvenients, une grande dexterité pour l'éxecution, & on croyoit voir revivre en lui M. Mariotte, ſi célebre par les mêmes talents. Nous ne craignons point de comparer à un des plus grands ſujets qu'ait eus l'Academie un ſimple Eleve tel qu'étoit M. Amontons; le nom d'Eleve n'emporte parmi nous aucune difference de merite, il ſignifie ſeulement moins d'ancienneté, & une eſpece de ſurvivance.

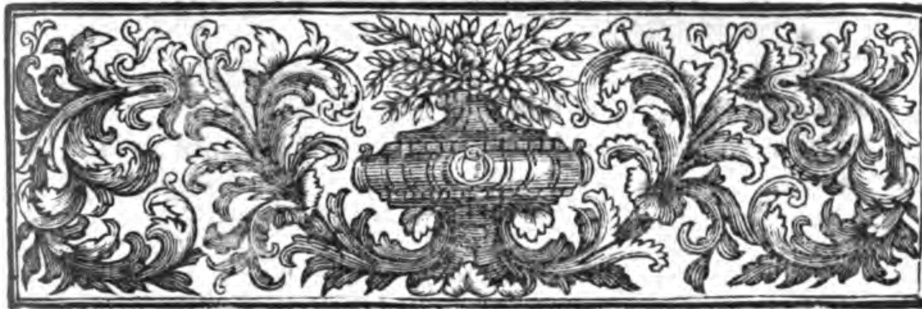
M. Amontons joüiſſant d'une ſanté parfaite, qui ſe déclaroit même par toutes les apparences exterieures, n'étant ſujet à aucune infirmité, menant & ayant toûjours mené la vie du monde la plus reglée, fut tout d'un coup attaqué d'une inflammation d'entrailles, la gangrene s'y mit en peu de jours, & il mourut le 11 Octobre âgé de 42 ans & prés de deux mois. Il étoit marié & n'a laiſſé qu'une fille âgée de 2 mois.

Le Public perd par ſa mort pluſieurs inventions utiles qu'il meditoit, ſur l'Imprimerie, ſur les Vaiſſeaux, ſur la Charue. Ce qu'on a veu de lui répond que ce qu'il croyoit poſſible devoit l'être à toute épreuve, & le genie de l'invention, naturellement ſubtil, hardi, & quelquefois pré-

ſomptueux, avoit en lui toute la ſolidité, toute la retenuë, & même toute la défiance neceſſaires.

Les qualités de ſon cœur étoient encore préferables à celles de ſon eſprit, une droiture ſi naïve & ſi peu méditée qu'on y voyoit l'impoſſibilité de ſe démentir, une ſimplicité, une franchiſe & une candeur que le peu de commerce avec les hommes pouvoit conſerver, mais qu'il ne lui avoit pas données, une entiere incapacité de ſe faire valoir autrement que par ſes Ouvrages, ni de faire ſa cour autrement que par ſon merite, & par conſequènt une incapacité preſque entiere de faire fortune.

FIN.



MÉMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIREZ DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCV.

OBSERVATIONS

De la quantité d'eau de pluïe qui est tombée à l'Observatoire Royal pendant l'année derniere 1704, avec les hauteurs du Barometre & du Thermometre, & des remarques sur les vents qui ont regné.

PAR M. DE LA HIRE.



PENDANT l'année 1704 l'eau qui est tombée a été distribuée assez également dans tous les mois, si l'on en excepte les deux de Juillet & d'Octobre où il a plu tres-peu. La sécheresse de ce dernier est fort utile pour faire commodément les semences. 1705. 10. Janvier.

Voici la quantité de l'eau pendant chaque mois.

Janvier.	15 lig.	May.	27 $\frac{1}{4}$	Septembre.	34
Fevrier.	15 $\frac{1}{2}$	Juin.	24 $\frac{1}{4}$	Octobre.	8 $\frac{3}{4}$
Mars.	19 $\frac{1}{4}$	Juillet.	9 $\frac{3}{4}$	Novembre.	19 $\frac{1}{4}$
Avril.	16	Aoust.	27	Decembre.	23

Somme de l'eau de toute l'année 238 $\frac{1}{2}$ lignes, ou bien 19 pouces 10 lignes, ce qui est fort proche des 19 pouces que nous avons déterminés pour la quantité moyenne de l'eau qui tombe chaque année.

Sur les Vents.

Dans tout le mois de Janvier le vent a regné vers le Nord, en tirant dans le commencement vers l'Est, & à la fin vers l'Oüest : Il n'a pas plu depuis le 10 jusqu'au 24.

Dans le mois de Fevrier le vent a été presque toûjours à l'Oüest, & quelquefois au Sud.

En Mars le vent a été presque toûjours au Sud : dans le commencement il tiroit à l'Oüest, & à la fin vers l'Est : Il n'a pas plû depuis le 15 jusqu'au 3 du mois suivant.

En Avril le vent a été de même, hormis dans les derniers jours où il s'est tourné vers le Nord.

En May il y a eu beaucoup d'inconstance dans le vent.

En Juin le vent étoit dans le commencement entre le Nord & l'Est, & à la fin vers l'Oüest.

En Juillet le vent d'Oüest a été le dominant, & il n'a plu que 4 lignes depuis le 27 Juin jusqu'au 28 de ce mois.

En Aoust le vent a passé de l'Est au Nord, & ensuite à l'Oüest.

En Septembre le vent a presque toûjours été au Sud-Oüest.

En Octobre le principal vent a été celui du Nord, tirant tantôt à l'Est, & tantôt à l'Oüest. Depuis le 4 de ce mois jusqu'au 27 il n'a plu qu'une ligne.

En Novembre le vent étoit au commencement vers le Nord, & au milieu & jusqu'à la fin vers le Sud-Oüest.

En Decembre le vent principal & dominant étoit le Sud-Oüest.

On voit par toutes ces observations que le vent qui a le plus regné a été celui de l'Oüest, comme il arrive presque toûjours dans ces païs-ci; & c'est aussi de ces sortes de vents qu'il pleut ordinairement. Mais les pluïes qui ont été les plus abondantes, mais qui n'ont pas passé un pouce de hauteur, sont venuës avec un vent du côté du Nord. Il n'y a pas eu d'orages considerables pendant cette année.

Sur le Barometre.

Ce qu'il y a de plus considerable dans le Barometre qui nous marque la pesanteur de l'air, ce sont les changemens qui lui arrivent en deux ou trois jours, où nous le voïons souvent descendre & monter de plus d'un pouce; ce qui nous fait connoître les grandes variations qui arrivent en peu de tems à la hauteur de l'atmosphere. Car pour rendre raison de ces differentes pesanteurs de l'air, il ne me paroît pas vrai-semblable de supposer, comme font quelques Philosophes, differens liquides & de differente pesanteur sur la surface de la terre, qui sont tantôt portés d'un côté & tantôt de l'autre; car ils devroient être ordinairement plus legers quand l'air est plus chargé de vapeurs, comme les observations nous le font connoître.

Il me semble qu'on peut fort bien expliquer, comme il suit, tout ce que nous observons de la pesanteur de l'air ou de l'atmosphere dans toutes ses circonstances. Nous sçavons par des observations tres-exactes que le Barometre s'éleve en general moins haut entre les Tropiques que dans les païs Septentrionaux; d'où l'on peut conjecturer que la figure de l'atmosphére est un spheroïde long dont l'axe est joint à celui de la terre, ce qui est assez facile à expliquer dans le systême de Copernic. Mais comme partout où il y a de l'air il peut y avoir des vents, si le même vent regne dans toute la masse de l'air & qu'il vienne du midy, il abbaissera la hauteur de l'atmosphere dans ces

païs-ci ; & au contraire s'il vient du Septentrion, il l'élevera. Mais aussi comme les vents du Midy nous apportent de la pluïe, en s'ensuivra qu'il doit pleuvoir quand l'air paroîtra leger : tout le contraire arrivera de l'autre côté.

C'est en general ce qui doit suivre de cette supposition ; mais si le vent de Midy ne regne que sur la surface de la terre, & qu'il y ait un vent de Nord dans la partie superieure, il pourra pleuvoir quoique l'air paroisse fort pesant, & par une raison contraire il pourra faire un tems fort serein avec un vent de Nord & le Barometre étant fort bas ; car nous ne pouvons observer que les vents qui sont fort proche de la terre.

Pendant cette année le Barometre est monté assez souvent au-delà de 28 pouces ; mais il est monté au plus haut le 25 Decembre au matin à 28 pouces 3 lignes $\frac{1}{6}$, & le plus bas a été le 25 Novembre à 26 pouces 11 lignes à la hauteur de la grande Salle de l'Observatoire où est placé mon Barometre. Toute la difference de hauteur entre le plus haut & le plus bas a donc été de 1 pouce 4 lignes $\frac{1}{6}$.

On ne peut rien conclure des vents qui ont regné dans les plus grandes ou moindres hauteurs du Barometre par les raisons que j'ay rapportées cy-dessus, puisque nous ne pouvons observer que les vents qui sont vers la surface de la terre. J'ay seulement remarqué qu'il n'a pas plu dans le tems où le Barometre a été au plus haut, & qu'il a plu beaucoup quand il a été au plus bas, & tantôt avec un vent de Nord, & tantôt avec un vent de Sud-Oüest.

Sur le Thermometre.

Mon Thermometre est descendu au plus bas le 23 Janvier à 14 degrés $\frac{2}{3}$. Son état moyen tel qu'il est dans le fond de la carriere de l'Observatoire à 14 toises au-dessous du Rez de chaussée étant à 48 degrés, & la gelée commençant quand il est à 32 degrés ; mais il est remonté aussitôt vers les 30 degrés. La chaleur a été la plus grande le 28 Juillet, le Thermometre ayant monté à 66 degrés $\frac{1}{4}$.

Ces obſervations du Thermometre ſont toûjours faites vers le lever du Soleil, qui eſt le tems de la journée où l'air eſt le plus froid.

On voit par-là que le froid a été à peu prés dans le même degré que la chaleur par rapport à un état moyen, ſi l'on en excepte le 23 Janvier. Auſſi pendant le jour & vers les 2 heures aprés midy la chaleur eſt beaucoup plus grande que le matin, & j'ay trouvé le Thermometre à 75 degrés à l'abri du Soleil; & par conſequent il a fait plus chaud que froid cette année en ces païs-cy.

Sur la declinaiſon de l'Aiguille aimantée.

J'ay obſervé la declinaiſon de l'Aiguille aimantée le 30 Octobre de 9 degrés 20 minutes vers le couchant, avec la même Aiguille de 8 pouces de longueur, & dans le même lieu où j'ay accoûtumé de l'obſerver.

COMPARAISON

Des Obſervations ſur la pluïe & ſur les vents, faites par M. de Pont-briant au Château du Pont-briant à deux lieuës de S. Malo, & vers le bord de la mer pendant l'année 1704; avec celles qui ont été faites à l'Obſervatoire au même tems.

PAR M. DE LA HIRE.

CEs Obſervations qui ont été faites en Bretagne avec beaucoup d'exactitude, ayant été communiquées à l'Academie par M. du Torar, à qui M. de Pont-briant les avoit envoyées; on a trouvé à propos de les comparer avec celles qui ont été faites à Paris au même tems, dont j'ay déja donné le Journal. On ne donne icy que la quantité de pluïe qui eſt tombée pendant chaque mois; mais 1705. 25. Fevrier.

on remarquera qu'il pleut fort souvent dans le même tems dans ces deux lieux éloignés d'environ 80 lieuës, dont l'un est à l'Occident de l'autre, & presque dans le même parallele : mais il arrive bien plus souvent des orages à S. Malo qu'à Paris.

	A Paris.	A Pont-briant.		A Paris.	A Pont-briant.
Janvier.	15 lig.	11 lig. $\frac{3}{4}$	Juillet.	9 lig. $\frac{1}{4}$	13 lig. $\frac{1}{2}$
Fevrier.	15 $\frac{1}{2}$	22 $\frac{1}{4}$	Aoust.	27	27 $\frac{1}{2}$
Mars.	19 $\frac{1}{4}$	25 $\frac{1}{4}$	Septembre.	34	51
Avril.	16	21 $\frac{3}{4}$	Octobre.	8 $\frac{1}{4}$	18 $\frac{1}{4}$
May.	27 $\frac{3}{4}$	17	Novembre.	19 $\frac{1}{4}$	57 $\frac{3}{4}$
Juin.	24 $\frac{1}{4}$	2	Decembre.	23	25 $\frac{1}{2}$

Somme de l'eau à Paris 238 l. $\frac{1}{2}$ ou bien 19 p. 10 l. $\frac{1}{2}$.
au Pont-briant 284 ou bien 23 8 $\frac{1}{4}$.

On voit par-là que la quantité de la pluïe dans chaque mois n'a pas été fort differente, si ce n'est en Septembre & en Novembre où il a plu beaucoup plus au Pont-briant qu'à Paris. Aussi dans le mois de Juin il a plu bien moins au Pont-briant qu'à Paris; mais l'un ne récompense pas l'autre, puisqu'il est tombé prés de 4 pouces plus d'eau au Pont-briant qu'à Paris, quoy qu'à Paris la quantité ait été à peu prés de même que dans les années moyennes.

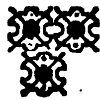
Il y a quelques années que M. le Maréchal de Vauban, qui est à present President de l'Academie, fit faire ces mêmes observations dans la Citadelle de l'Isle en Flandre. J'en fis alors la comparaison avec celles de Paris, & je trouvay qu'il pleuvoit ordinairement un peu plus en Flandre qu'à Paris.

Par les observations des vents faites à Paris & au Pont-briant, on remarque que le vent n'est pas ordinairement le même dans ces deux endroits, & qu'il tire toûjours plus au Sud à Paris qu'en ce lieu-là. Pour les pluïes qui accompagnent les vents, il y a beaucoup de varieté dans des tems & dans des années. Ce n'est pas qu'en general on trouve dans les observations de cette année, qu'au Pont-briant les grandes pluïes avec orage ont toûjours été ac-

compagnées d'un vent de Nord-Oüest, & quelquefois de Nord & rarement de Nord-Est. A Paris elles viennent presque toûjours du Sud-Oüest. Le voisinage de la mer à S. Malo, & la disposition de la Manche à l'égard de cette côte de Bretagne peuvent causer cette difference, tant pour la direction des vents, que pour la pluïe.

On ne doit pas s'étonner que les vents soient differens en des lieux peu éloignés par rapport à toute la surface de la terre, puisque nous voyons assez souvent que dans le même lieu il y a des vents differens qui regnent dans l'air, & quelquefois entierement opposés, ce qu'on observe par le mouvement des nuées. Un des vents peut avoir son origine dans un endroit & l'autre dans un autre, ou plus ou moins éloigné d'un même lieu. Ces vents se mêlent enfin & n'en font qu'un moyen, ou l'un prend le dessus & l'emporte sur l'autre; & il peut arriver que le combat de ces vents contraires, quand ils sont tres-violents, causent des orages & des houragans.

M. du Pont-briant remarque dans sa Lettre écrite à M. du Torar, qu'il gêle bien moins à S. Malo qu'à Rennes; mais on n'en doit attribuer la cause qu'à la proximité de la mer: car la grande quantité de vapeurs qui s'élevent de l'eau de la mer, & qui peuvent retenir quelques sels marins, peuvent empêcher la gêlée, puisqu'on connoît par experience que l'eau de la mer ne gêle pas si facilement que l'eau douce, & que l'eau dans laquelle on a dissout un peu de sel marin ne se gêle pas facilement. J'ay aussi remarqué autrefois à Brest qu'on y avoit conservé en pleine terre des Ananas pendant tout l'hyver, quoyqu'ils fussent exposés à l'air.



REFLEXIONS

Sur les Observations de la variation de l'Aiman, faites dans le voyage du Legat du Pape à la Chine l'an 1703.

PAR M. CASSINI le fils.

1705. 10. Janvier. NOus avons reçû depuis quelques jours une Carte réduite qui nous a été envoyée de Pondichery par M. de May Missionnaire, qui est allé avec M. de Tournon Legat du Pape à la Chine.

Il a marqué dans cette Carte par des lignes ponctuées la route que le Vaisseau le Maurepas a faite jour par jour depuis les Canaries, d'où ils partirent le 1 May 1703, jusqu'à Pondichery où ils arriverent le 6 de Novembre aprés une navigation de plus de 6 mois, dans laquelle ils ne s'arrêterent que 18 jours dans l'Isle de Mascaregne ou de Bourbon.

Ils ont observé pendant ce voyage en plusieurs endroits la variation de l'éguille aimantée par le lever & le coucher du Soleil, & ils ont eu soin de le marquer sur la Carte le long de la route au jour que l'observation a été faite.

Comme la nouvelle Carte des variations de M. Halley dressée pour l'année 1700 comprend tous les endroits qui sont marqués sur cette route, cela nous a donné occasion d'examiner si elle s'accordoit avec ces nouvelles observations, & l'on a placé sur la Carte de M. Halley tous les endroits où M. de May marque que l'on a observé les variations, ayant égard aux differentes longitudes qui sont marquées sur ces deux Cartes ; la difference entre les Meridiens de l'Isle de Fer & de Pondichery suivant M. Halley étant de 99 degrés, & selon la nouvelle Carte, de 101 $\frac{1}{2}$.

Le

Le 18 May 1703 à 358 degrés de longitude, & 5 degrés 40 minutes de latitude Septentrionale, la variation fut observée par le coucher du Soleil de 1ᵈ ½ du Nord vers l'Oüest.

Le lieu où cette observation a été faite étant placé sur la Carte de M. Halley, se trouve un peu à l'Occident de la ligne où il marque qu'il n'y a point de variation, du côté que la variation commence à être Orientale; de sorte que suivant la comparaison de ces observations cette ligne devroit être à l'Occident de l'endroit où elle est marquée dans la Carte de M. Halley, ce qui s'accorde à ce que j'ay déja marqué dans un Memoire du 6 Decembre 1704.

Le 6 Juin à 356ᵈ de longitude & 5ᵈ 20′ de latitude Meridionale, la variation fut observée par le lever du Soleil de 1ᵈ Nord-Est, ce qui s'accorde assez bien à la Carte de M. Halley, où ce lieu est placé entre un & deux degrés de variation Orientale.

Le 11 Juin à 352ᵈ 40′ de longitude & 11ᵈ 15′ de latitude meridionale, la variation fut observée de 1ᵈ ½ Nord-Est. Elle est marquée dans cet endroit sur la Carte des variations un peu plus de 3 degrés.

Le 19 Juin à 1 degré environ au Sud de l'Isle la plus meridionale de l'Ascension à 350ᵈ de longitude & 21ᵈ 0′ de latitude meridionale, la variation fut observée de 6ᵈ ⅔ Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte de M. Halley de 7ᵈ ½.

Le 3 Juillet à 7ᵈ 45′ de longitude & 34ᵈ 40′ de latitude meridionale, la variation fut observée de 3ᵈ ¾ Nord-Est, à peu prés la même que celle de M. Halley.

Le 8 Juillet à 24ᵈ 10′ de longitude & 36 degrés de latitude meridionale, la variation fut observée de 3ᵈ Nord-Oüest. Elle est marquée dans cet endroit sur la Carte de M. Halley entre 3 & 4 degrés.

Suivant ces deux dernieres observations dans l'une desquelles la variation a été trouvée du Nord vers l'Est, & dans l'autre du Nord vers l'Oüest, & qui s'accordent assez

bien à celle qui eſt marquée dans la Carte de M. Halley ; la ligne où il n'y a point de variation traverſe la route de M. de May à peu prés dans le même endroit où M. Halley fait paſſer cette ligne.

Le 13 Juillet dans le banc des Aiguilles un degré au Sud du Cap de bonne Eſperance à 41^d de longitude & 36^d 20′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 13^d Nord-Oüeſt. Elle eſt marquée de 11 degrés dans la Carte de M. Halley.

Le 19 Juillet à 53^d 30′ de longitude & 35^d 35′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 19 degrés Nord-Oüeſt, de même que celle qui eſt marquée dans la Carte de M. Halley.

Le 25 Juillet à 69^d de longitude & 32^d 50′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 25^d $\frac{1}{2}$ Nord-Oüeſt. Elle eſt marquée dans la Carte de M. Halley entre 24 & 25.

Le 12 Septembre à 98^d 30′ de longitude & 28^d de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 19 degrés Nord-Oüeſt, preciſément de même que celle qui eſt marquée dans la Carte de M. Halley.

Le 17 Septembre à 96^d 35′ de longitude & 22^d 40′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 15 degrés Nord-Oüeſt. Elle eſt marquée dans la Carte de M. Halley entre 15 & 16.

Le 2 Octobre à 106^d 40′ de longitude & 1^d 20′ de latitude Meridionale, la variation fut obſervée de 4^d Nord-Oüeſt. Elle eſt marquée dans la Carte de M. Halley entre 5 & 6 degrés.

Enfin le 2 Novembre à 105^d 20′ de longitude & 14^d 40′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 4^d 45′, preciſément de même qu'elle eſt marquée dans la Carte de M. Halley.

L'on voit par cette comparaiſon que quelques-unes de ces obſervations s'accordent à déterminer la variation preciſément de même qu'elle eſt marquée dans la Carte de M. Halley ; que la plûpart ne s'en écartent pas d'un

degré entier, & que les plus éloignées ne le sont que de deux degrés. Cet accord avec si peu de difference doit paroître considerable, si l'on fait attention à la difficulté qu'il y a sur mer d'observer avec précision la variation de l'aiman, & aux changemens qui peuvent y être arrivés depuis 3 ans qui se sont écoulés entre la construction de la Carte de M. Halley & le voyage de M. de May.

L'on ne sçait pas si M. Halley a eu d'autres vûës dans la construction de sa Carte, que celle de déterminer la variation de l'aiman pour la commodité des Navigateurs: mais il paroît que si dans l'examen des observations faites dans plusieurs autres routes l'on trouvoit une conformité pareille à celle que l'on vient de trouver dans celle-cy, l'on pourroit aussi en faire quelque usage pour la détermination des longitudes, principalement dans les mers qui sont au-delà de l'Equateur; car les lignes qui marquent les variations de degré en degré coupent les paralleles en ces endroits assez directement, & elles sont fort proches les unes des autres, comme il paroît dans cette route depuis la ligne où il n'y a point de variation jusqu'à celle où elle est de 25^d, qui répondent icy à 34 degrés de difference de longitude.

L'on peut effectivement placer sur la Carte de M. Halley presque tous les lieux où M. de May a observé la variation par l'intersection des paralleles avec les lignes qui marquent la variation observée, sans qu'il y ait d'autres differences que celles que l'on peut attribuer ordinairement à la difficulté qu'il y a de déterminer sur mer la longitude du lieu où l'on se trouve.

Il seroit à souhaiter que la variation de l'aiman étant une fois bien établie, l'on pût trouver une regle des changemens qui y arrivent dans la suite des temps. Il faudroit pour y parvenir avoir un grand nombre d'observations faites avec beaucoup de soin par des Observateurs exacts dans des intervalles de temps considerables, & c'est un secours dont a été privé jusqu'à present; car quoyque le P. Riccioli ait fait un grand recueil de ces sortes d'obser-

vations, comme il n'a pas marqué dans la plûpart le nom des Observateurs, ni le temps que les observations ont été faites, on ne peut pas en tirer cet avantage.

On le peut mieux tirer de quelques observations qui ont été faites par les PP. Jesuites dans leur voyage aux Indes Orientales, & qui sont rapportées par le P. Gouye dans les Observations Physiques de 1692, qui pourront servir à faire connoître quelques changemens qui sont arrivés dans la variation de l'aiman.

Le P. Noël en allant à la Chine en 1684, remarqua qu'à 215 lieuës à l'Oüest du Cap de bonne Esperance l'éguille n'avoit aucune declinaison.

Suivant cette observation la ligne où il n'y avoit point de variation étoit considerablement à l'Orient de l'endroit où elle est marquée dans la Carte de M. Halley, & où elle doit être placée suivant les observations de M. de May, puisqu'il trouva vers cet endroit-là en 1703 la variation de 3^{d} Nord-Oüest.

Le Pere Noël observa aussi en 1684 au Cap des Eguilles la declinaison de 10 degrés Nord-Oüest, qui dans la Carte de M. de May est marquée de 13 degrés, ce qui s'accorde à la difference qui a été trouvée par l'observation précedente, & donne trois degrés d'augmentation en 19 années, ce qui est en raison de 10 minutes par an.

Le P. Riccioli dans le recueil qu'il a fait des observations de la declinaison de l'aiman ne donne aucune declinaison à ce Cap, & il y a apparence qu'il n'y en avoit point lorsqu'on lui donna le nom de Cap des Eguilles. Il rapporte au Livre 8 de sa Geographie plusieurs observations qui ont été faites aux environs de ce Cap, & entr'autres une de Gerard de Dieppe, qui observa en l'an 1639 à 14 lieuës au-delà du Cap de bonne Esperance, c'est à dire prés du Cap des Eguilles, la declinaison Occidentale de 1$^{d}\frac{1}{2}$.

En comparant cette declinaison à celle qui est marquée dans la nouvelle Carte de M. Halley, il y a eu en 64 ans 11$^{d}\frac{1}{2}$ de variation du Nord vers l'Oüest, ce qui est en rai-

ſon d'un peu moins de 11 minutes par an, à peu prés de même que l'on a trouvé par la comparaiſon des obſervations précedentes.

Le P. Noël remarque auſſi que les Pilotes Portugais diſent que depuis le Cap des Eguilles juſqu'à Madagaſcar la declinaiſon au Nord-Oüeſt croît de 13 degrés; enſorte que ſi elle eſt de 2 degrés au Cap, elle ſera de 15 degrés à la vûë de Madagaſcar. Cela s'accorde auſſi à la variation marquée dans la nouvelle Carte qui eſt de 13 degrés au Cap des Eguilles, & de 25½ ſous le Meridien de Madagaſcar.

Depuis Madagaſcar juſqu'à Pondichery la declinaiſon de l'aiman va en diminuant, & elle eſt marquée dans la Carte de M. de May un peu à l'Orient de Pondichery de $4^d 45''$ Nord-Oüeſt. Elle fut obſervée à Pondichery par le P. Richaud en 1689 de $7^d 0''$; ainſi ſi l'on ſuppoſe qu'elle ait été à Pondichery en 1703, de même qu'on l'obſerva un peu à l'Orient de cette Ville, l'on aura pour 14 ans une diminution de declinaiſon de 2 degrés¼, ce qui eſt à raiſon de 10 minutes par an, au lieu qu'au Cap des Eguilles l'on y a trouvé une augmentation à peu prés ſemblable. Le P. Richaud trouva à Louvo par l'intervalle de deux années une diminution pareille à celle que l'on a trouvée à Pondichery, ce qui pourroit faire conjecturer, que dans les Indes Orientales depuis le Meridien de l'Iſle de Madagaſcar vers l'Orient la declinaiſon Occidentale diminuë tous les ans dans la même proportion, qu'elle augmente depuis cette Iſle vers le Cap de bonne Eſperance. Voilà les regles qu'on peut tirer de ces comparaiſons.



REFLEXIONS

Sur les Observations des Satellites de Saturne & de son Anneau.

PAR M. CASSINI.

1705. 14. Janvier. LEs Satellites de Saturne ne sont pas si faciles à être observez que ceux de Jupiter. Leur éloignement du Soleil, environ double de l'éloignement de ceux de Jupiter, diminuë trop la lumiere qu'ils en reçoivent & qu'ils nous reflechissent, & leur plus grand éloignement de la terre diminuë beaucoup plus leur grandeur apparente.

Les deux Satellites plus proches de Saturne, dont les révolutions sont plus courtes, ont leurs cercles si pressez ensemble, qu'il n'est pas toûjours facile de distinguer l'un de l'autre; & ils sont si souvent joints à Saturne qui occupe une grande partie de ces cercles, qu'à proportion de leurs tems periodiques il est plus rare qu'à nôtre égard ils sortent des rayons de Saturne, qu'il n'est rare que Mercure sorte des rayons du Soleil.

Le Satellite superieur de Saturne, qui est le cinquiéme suivant l'ordre de la distance à cet astre, & le premier de ceux que nous avons découvert à l'Observatoire Royal, a une proprieté surprenante d'augmenter & de diminuer en grandeur apparente sans aucun rapport à sa vraie distance de Saturne, à celle du Soleil & à celle de la terre. Il demeure en chaque révolution, qui est de 80 jours, long-tems caché vers sa plus grande digression Orientale, qui est comme le Latium de cette Planete Saturnienne, quoique les autres Satellites ne se voient jamais plus clairement que dans leurs plus grandes digressions.

Jusqu'à present on n'a pû trouver une cause assez évidente d'une proprieté si extraordinaire. On conjecture seulement que toute la surface de ce Satellite n'est pas

également propre à reflechir la lumiere du Soleil, & que tournant autour de son axe par une révolution en longueur peu differente de la periodique autour de Saturne, il tourne à la terre son hemisphere moins lumineux lorsqu'il n'est point visible, & l'hemisphere plus éclairé lorsqu'on le voit plus distinctement.

C'est une apparence semblable à celle que la Lune pourroit faire à Saturne, d'où elle seroit vûë faire une révolution autour de son axe aussi-bien qu'autour de la terre à peu prés en un mois, pendant que les grandes taches de la Lune qu'on appelle mers, ou d'autres plus grandes qui pourroient être du côté que nous ne voyons jamais, seroient tournées à Saturne.

Nous avons eu l'année précedente 1704 le tems favorable pour observer ce cinquiéme Satellite dans son demicercle Occidental pendant 30 jours, depuis le 12 Aoust jusqu'au 11 Septembre 1704. Depuis ce tems-là quelques recherches que nous en ayons faites avec M. Maraldi, nous ne l'avons pû voir qu'au 19 Octobre, onze jours aprés qu'il eut passé sa digression Orientale, quand il étoit encore d'une petitesse extrême. Il augmenta peu à peu de grandeur apparente, de sorte qu'on pût l'observer commodément le 28 d'Octobre dans sa conjonction avec Saturne dans la partie inferieure de son cercle. Depuis ce tems-là il s'est fait voir avec plus de facilité, quoyqu'il s'éloigne plus du Soleil & de la terre allant vers sa digression Occidentale, où il arriva le 17 du mois de Novembre. Il diminua dans la suite, de sorte qu'il n'a pas été visible pendant tout le mois de Novembre; mais il se voit presentement depuis le 15 de ce mois de Janvier aprés sa conjonction avec Saturne dans la partie inferieure de son cercle, & il continuëra de paroître pendant un mois.

Il est tres-difficile d'assigner presentement les termes où il disparoît à la vûë, & où il recommence de paroître. Ces termes s'abregent & se prolongent par diverses causes qui apportent des variations considerables à ces apparences.

Nous avons un grand ſoin de diſtinguer les variations veritables qui arrivent à ces aſtres par leurs conſtitutions particulieres, des variations apparentes qu'on doit attribuer à la diverſité de leurs éloignemens du Soleil & de la terre, & même aux diverſes conſtitutions de l'air & à la qualité des verres au travers deſquels on les obſerve; la lumiere que ces aſtres reçoivent du Soleil & qu'ils nous reflechiſſent de ſi loin, étant plus aiſément troublée en paſſant par ces milieux differens, que celles des autres Planetes proches du Soleil & de la terre.

On ſçait combien les apparences de Saturne, qui eſt le centre du mouvement de ſes Satellites, ont impoſé à tous les Aſtronomes durant l'eſpace de 40 ans aprés l'invention de la Lunete. Cet aſtre ſe preſenta d'abord aux Lunetes de Galilée, comme diviſé en trois corps deſunis, diſpoſez en ligne droite. On prit les deux parties extrêmes pour deux gros Satellites, qui ne partoient jamais de ſon côté.

M. Deſcartes crut que dans ſon ſyſtême il étoit aiſé de comprendre pourquoy ces prétendus Satellites ne faiſoient pas une révolution autour de Saturne, comme ceux de Jupiter la font autour de cet aſtre, qui eſt beaucoup plus proche du Soleil.

Mais on fut bien ſurpris quand on vit que d'une année à l'autre le diametre de chacun de ces prétendus Satellites ſembloit augmenter de ſorte qu'en ſept années il ſurpaſſoit le diametre de Saturne, & qu'en même tems ils ſe transformoient en deux croiſſants, dont les pointes émouſſées ſembloient toucher à Saturne, & y former comme deux anſes qui ſe joignoient à ſon globe, & l'envelopoient entierement. On voyoit diminuer ces anſes pendant ſept autres années par les mêmes degrés qu'elles étoient augmentées, & ſe réduire à deux petits globes qui évanouiſſoient la quinziéme année, laiſſant Saturne tout ſeul, & auſſi rond que Jupiter. On avoit beau les chercher autour de Saturne, on ne les trouvoit nulle part, & l'année ſuivante ils paroiſſoient de nouveau dans la même forme qu'ils

qu'ils avoient paru dernierement & quinze ans auparavant, & recommençoient la même vicissitude d'augmentation, de diminution & de transformation qu'aux années précedentes.

Plus de 40 ans s'étoient passez dans l'admiration de ce Protée celeste, sans qu'il y eut un Aristée qui en pût venir à bout: quand l'illustre M. Hugens qui fut depuis un des principaux sujets de cette Academie Royale, par le moyen d'un Telescope excellent auquel il avoit travaillé lui-même, & beaucoup plus par la subtilité & sublimité de son esprit en découvrit le mystere. Il trouva un veritable Satellite qui fait sa révolution autour de Saturne en 16 jours, qui, comme il témoigne, étoit pris par d'autres pour une de ces étoiles fixes que Saturne rencontre souvent dans son chemin. Il remarqua que la trace de son mouvement journalier imitoit la figure des anses de Saturne prises ensemble; ce qui lui fit comprendre que ce qui forme les anses pourroit de même enveloper cet astre.

Il forma de ces anses & de ces globes qui avoient été pris pour des Satellites, un anneau plat & mince qui l'environne, comme un horizon environne le globe artificiel, mais à une distance à proportion plus grande.

Il lui donna une situation presque parallele à l'Equinoxial, & par consequent fort oblique au plan de l'orbite de Saturne, qu'il coupoit dans une ligne qui passe par le Soleil deux fois en une révolution de Saturne. Il montra que Saturne se trouvant dans cette ligne, le plan de cet anneau n'en pouvoit pas alors être éclairé suffisamment pour pouvoir être vû de la terre; que quelque tems avant & aprés le Soleil pouvoit éclairer suffisamment le plan de cet anneau qui n'étoit pas exposé à la terre, ce qui l'auroit aussi laissé invisible à la terre; qu'aux autres tems le Soleil éclairant suffisamment le plan de l'anneau exposé à la terre, l'anneau lui devoit paroître d'autant plus large qu'il lui seroit exposé plus directement.

Cette hypothese fut trouvée admirable, & tres-propre pour expliquer les differentes phases de Saturne, quoy-

qu'elle ne fut pas reçûë de tous ceux qui étoient prévenus par d'autres hypotheses. Nous n'osâmes pas y comparer une pensée qui nous étoit venuë, que cet anneau pourroit être formé comme d'un essain de petits Satellites qui pourroient faire à Saturne une apparence analogue à celle que la voie de lait fait à la terre par une infinité de petites étoiles dont elle est formée ; mais avec cette difference qu'elle ne fait point de parallaxe à la terre, au lieu que cette trace en fait une tres-grande à Saturne.

Il est vrai que par les observations des années suivantes il fallut augmenter d'un tiers l'obliquité qui avoit été assignée à l'anneau, & rétrecir de la moitié l'intervalle entre les termes assignez à la phase ronde.

M. Hugens avoit prédit dans son systême qu'au mois de Juillet & d'Aoust de l'année 1671 Saturne perdroit ses anses, & qu'on le verroit continuellement rond jusqu'au mois de Juillet & d'Aoust de l'année 1672, c'est à dire, pendant une année. Nous observâmes que Saturne perdit ses anses presque au tems prédit par M. Hugens ; mais nous observâmes aussi que quelques jours aprés les anses revinrent, & ne se perdirent que le huitiéme de Decembre de la même année, avec quelque variation qui nous fit juger que l'anneau n'est pas si plat ni si continu qu'on le suppose. Car avant que Saturne perdit ses anses la seconde fois au mois de Decembre, nous les vîmes s'émousser peu à peu inégalement ; de sorte que quelquefois on en voyoit encore le reste d'une d'un côté, sans qu'il en parut rien de l'autre, & la partie qui paroissoit n'étoit pas toûjours du même côté, ce qui sembloit s'accommoder à nôtre premiere hypothese, qui étoit que l'apparence de l'anneau est causée par un amas de tres-petits Satellites de differens mouvemens qu'on ne voit point separément, de la maniere qu'on ne voit point distinctement à l'œil les petites étoiles qui composent les étoiles nebuleuses, mais se voient toutes ensemble en forme d'un petit nuage clair.

On jugea aussi que les Satellites, qui peuvent composer la partie de l'anneau plus proche de Saturne, sont en plus

grand nombre à proportion de l'espace qu'ils occupent, que ceux qui forment la partie la plus éloignée. Cette pensée fut depuis appuïée par les observations faites aux années que l'anneau de Saturne paroissoit plus large & plus ouvert; car la largeur de l'anneau se voyoit divisée en deux par une ligne elliptique obscure, dont la partie plus proche du globe étoit plus claire que la plus éloignée. Cette ligne marquoit comme un petit intervalle entre ces deux parties, de la maniere que la distance du globe à l'anneau est marquée par la grande obscurité qui est entre deux.

M. Hugens qui ne cherchoit rien plus que la verité, voulut bien lui-même communiquer au public les observations que nous venions de faire du retour des anses un peu aprés qu'elles avoient disparu, marquant en même tems qu'elles se perdroient de nouveau la même année, comme il arriva, & en rendit la raison qui servit à une plus grande perfection de son systême. Nous observâmes aussi l'année suivante le retour des anses au mois d'Avril, plusieurs mois avant la prédiction qui en avoit été faite.

L'attention continuelle à ces observations me fit appercevoir le premier des quatre Satellites que j'ay découverts en divers tems autour de Saturne, qui est presentement le cinquiéme par ordre de leur distance à Saturne; je remarquois la configuration de plusieurs petites étoiles que Saturne rencontroit dans sa route, d'une maniere à pouvoir reconnoître s'il n'y en avoit point quelqu'une qui changeât de configuration avec les autres.

Pendant les vacances de la même année 1671 j'en observay une tres-petite, qui le 25 d'Octobre étoit presque en ligne droite avec les anses de Saturne à l'Occident vers où alloit cette Planete, qui pour lors étoit retrograde en 13 degrés du signe des Poissons. Aprés l'avoir comparée pendant 12 jours à Saturne, à son ancien Satellite, & aux étoiles fixes prochaines, je fus entierement convaincu, 1°. Que c'étoit une veritable Planete, ce que je connus par son mouvement journalier parmi les étoiles fixes, qui

étoit tres-évident d'un jour à l'autre. 2°. Qu'elle pouvoit être un Satellite de Saturne, puisqu'elle se trouva pendant tout ce tems presque dans la ligne de ses anses comme l'autre Satellite avec un peu de declinaison, & que son mouvement à l'égard de Saturne étoit moins sensible qu'en le comparant aux étoiles fixes, comme il arrive le plus souvent aux autres Satellites. 3°. Qu'elle fut dans sa plus grande digression de Saturne à la fin d'Octobre & au commencement de Novembre de la même année 1671, ce que je trouvay en comparant les premieres observations avec les dernieres. 4°. Que sa plus grande digression à l'égard de Saturne étoit environ triple de la plus grande digression de l'ancien Satellite. 5°. Que la periode de sa révolution autour de Saturne étoit environ quintuple de la periode du second, ce qui résultoit de la regle des proportions ordinaires des distances aux révolutions des Planetes autour du Soleil trouvées par Kepler, & appliquées à ces deux Satellites à l'égard de Saturne, qui s'accordent assez bien aux observations ; ainsi puisque la periode de l'ancien Satellite, aprés en avoir observé un assez grand nombre, avoit été determinée environ de 16 jours, il s'ensuivoit que celle du nouveau Satellite devoit être environ de 80 jours. Voilà ce que nous pûmes pour lors tirer des observations de 12 jours, & qui pouvoit suffire pour nous preparer aux observations suivantes.

Mais nous fûmes fort surpris, quand aprés plusieurs jours de mauvais tems, nous ne trouvâmes aucun vestige de cette Planete. Nous ne pouvions pas nous imaginer qu'elle eût cette proprieté admirable que nous découvrîmes long-tems aprés, d'être invisible pendant environ la moitié de sa révolution vers sa plus grande digression Orientale. Nous doutâmes fort qu'elle ne fût de la nature des Cometes, qui suivant la theorie que nous en avions donnée l'an 1664, ne se voient non-plus que pendant une partie de leurs révolutions.

Cette proprieté admirable qui s'est toûjours verifiée en 59 révolutions que cette étoile a faites depuis jusqu'à pre-

ſent autour de Saturne, étant comparée à la proprieté de quelques étoiles fixes qui ceſſent de paroître pendant quelque tems, quoyque leur place ſoit expoſée à nôtre vûë, nous avertit à ne pas ſuppoſer qu'un Phenomene qui ceſſe de paroître dans le ciel aprés avoir paru quelque tems, ſoit diſſipé de ſorte qu'il ne puiſſe encore paroître en d'autres tems; Et qu'il ſoit inutile d'obſerver ſi un Phenomene qui ſe voit aprés quelque tems au même endroit du ciel, n'a pas le même mouvement que celui qu'on y a obſervé, pour pouvoir juger s'il ne ſeroit pas le même qui a paru autrefois au même endroit; comme nous jugeons que ce Satellite eſt le même quand il paroît de nouveau autour de Saturne avec les mêmes degrés de viteſſe apparente à pareille diſtance de cet aſtre.

Nous donnâmes part à la premiere Aſſemblée qui ſe tint aprés les vacances de la découverte que nous venions de faire, & de la perte de nôtre objet. On jugea qu'il en falloit ſuivre la trace par des Lunetes d'une plus grande portée. Celle qui nous avoit ſervi tant à la découverte de la nouvelle Phaſe de Saturne qu'à celle de ce Satellite étoit de 17 pieds, & nous avoit été donnée comme tres-excellente par M. Campani. C'étoit la même Lunete qui nous avoit ſervi à découvrir les révolutions de Jupiter & de Mars autour de leurs axes, & les Eclipſes du Soleil dans Jupiter faites par l'interpoſition des Satellites.

On jugea que par des Lunetes d'une plus grande portée on auroit pû voir cette Planete, quand on ceſſoit de la voir par celle dont nous nous étions ſervis. C'eſt pourquoy M. Colbert donna ordre à M. Campani d'envoyer au plutôt la plus grande & la plus excellente qu'il eût, & de travailler en même tems à perfectionner ſon art, pour en pouvoir faire d'une plus longue portée. Il envoya celle de 34 pieds qui eſt preſentement expoſée dans la terraſſe de l'Obſervatoire, où elle fut placée au mois de Decembre 1672. Elle ne fut pas plutôt dreſſée à Saturne le 13 Decembre, que je vis la nouvelle Planete que j'avois perduë de vûë l'année précedente. Je reconnus qu'elle étoit la même,

parce qu'elle étoit à peu prés à la même distance de Saturne du côté d'Occident, qu'elle devoit être aprés 5 révolutions de 80 jours que j'avois attribuez à cette Planete aprés sa premiere découverte. Cette hypothese se verifia le 17 Decembre, lorsque nous trouvâmes cette étoile plus proche de Saturne que le 13, comme il falloit suivant la theorie que j'en avois ébauchée. J'ay depuis observé des inégalitez dans ces révolutions semblables à celles qui s'observent dans les autres Planetes, & j'ay déterminé la moyenne entre les plus longues & les plus courtes de 79 jours 22 heures & 4 minutes, ce que j'ay confirmé par les observations de 1704 & de cette année 1705 comparées avec les plus certaines des premieres observations.

Les Mathematiciens de l'Academie Royale, ausquels je fis aussi-tôt part de ces observations, venoient à l'Observatoire aux jours de beau tems pour prendre part à cette découverte ; mais le ciel ne fut favorable que le 23 Decembre, & alors nous vîmes une étoile entre l'ancien Satellite & Saturne du côté d'Occident où j'avois fait esperer que l'on trouveroit le nouveau Satellite. Tous ces Messieurs en furent plus satisfaits que moy, qui m'attendois à voir ce Satellite plus prés de Saturne que n'étoit cette étoile. Ceux qui comparerent sa situation à celle que j'avois marquée les jours précedens, jugerent son mouvement beaucoup plus lent qu'il n'est, & l'on donna même un billet cacheté à l'Academie, où l'on y attribuoit une révolution fort approchante de l'annuelle. Pour moy je doutois que le Satellite vû depuis peu ne fut si prés de Saturne qu'il l'empêchât de le voir, & que cette étoile ne fut un nouveau Phenomene. La verité est que le Satellite que nous poursuivions éluda cette grande & excellente Lunete pendant plus d'un mois, ce qu'il a depuis fait en toutes ses révolutions, & que l'étoile qui avoit pris sa place le 23 Decembre étoit un autre Satellite qui fait sa révolution autour de Saturne en 4 jours & demi, que pour lors nous appellâmes le premier, & qui est presentement le troisiéme. Aprés que nous en eûmes ébauché la theorie,

celui que nous avions découvert le premier se montra pendant 15 jours, comme pour nous donner le tems de travailler à le suivre avant que Saturne entrât dans les rayons du Soleil.

Nous donnâmes la même année au public un abregé fort succint de la découverte & de la theorie de ces Satellites, pour pouvoir servir de guide & de préparation aux Observateurs qui en voudroient faire des observations.

Cependant M. Campani nous ayant envoyé à essayer quatre Objectifs de 80, de 90, de 100 & de 136 pieds, que M. Colbert prévenu de la mort n'eût pas le tems d'essayer au ciel; l'année suivante nous découvrîmes encore autour de Saturne deux autres Satellites qui en sont plus proches que les autres, & font leurs révolutions beaucoup plus courtes. Nous nous servions de ces verres sans tuyau, les plaçant à la fente Septentrionale de la Tour Orientale de l'Observatoire, que nous y avions fait laisser dans sa construction pour des observations semblables. Ce sont les premieres observations qui ayent été faites au ciel par de si grands verres sans tuyau, quoyqu'on eût proposé quelque maniere beaucoup plus pénible & plus composée. La découverte de ces deux Satellites avoit été faite de cette maniere, quand M. Hugens publia son Astroscopie, où il propose une methode bien plus difficile à pratiquer que la nôtre, dont il n'avoit point encore entendu parler.

Mais comme les verres d'une portée plus longue que de 100 pieds placez sur l'Observatoire ne pouvoient plus servir commodément à toutes les hauteurs apparentes des Astres, M. de Louvois obtint du Roy de faire transporter la Tour de bois qui étoit à Marly, & d'y faire des fondemens solides qui l'élevent encore plus sur la terrasse de l'Observatoire. Les observations que nous fîmes par de grands verres placez sur cette Tour préparez à cet effet, nous servirent à ébaucher la theorie de ces Satellites, dont nous donnâmes l'abregé dans le Journal du 22 Avril 1686. Les observations que nous avons continué de faire de-

puis ce tems-là, nous ont obligé d'y faire quelque changement que nous avons observé dans la construction des Tables provisionnelles des cinq Satellites que nous avons achevées.

On ne s'étonnera pas de la longueur du tems qu'il a fallu emploïer à trouver les regles des mouvemens de ces nouvelles Planetes, si l'on fait reflexion aux peines que les anciens ont euës & ont encore laissé aux modernes, de trouver les regles des Planetes observées depuis le commencement du monde. Nous n'avons pas encore emploïé autant d'années à regler les mouvemens des Planetes que nous avons découvertes, que les anciens ont emploïé de siecles à regler ceux du Soleil. A proportion du tems que nous avons eu d'y travailler, nous sommes allez par des degrés de corrections semblables à celles qui ont été pratiquées en divers siecles par les anciens.

Dans la premiere publication de leurs découvertes l'an 1673, nous nous contentâmes de déterminer la periode de la révolution du Satellite superieur autour de Saturne en 80 jours, sans déterminer les heures & sans distinguer les révolutions moyennes des veritables.

Dans la seconde de l'an 1683, nous réduisîmes sa révolution moyenne à 79 jours 22 heures.

Presentement aprés les observations de 150 révolutions, nous avons limité cette révolution moyenne à 79 jours 22 heures & 4 minutes.

Nous laisserons à la posterité les observations les plus exactes qu'il nous a été permis de faire jusqu'à present, qu'elle pourra comparer à celles qu'il lui sera facile de faire par le moyen des periodes moyennes que nous avons ébauchées, & des Tables que nous avons construites, qui montrent le tems propre pour observer ces Satellites, afin de parvenir à une plus grande précision dans la détermination de leurs mouvemens.

DE

DE L'INVERSE DES TANGENTES.

PAR M. ROLLE.

Pour former toutes les methodes des Tangentes, il faudroit avoir une définition exacte & positive de toutes les Courbes; & comme l'on n'a point cette définition, l'on ne peut pas dire que l'on ait toutes ces methodes, ni assurer par consequent que l'on ait toutes les Inverses des Tangentes. Mais de sçavans Geometres ont donné le moyen de former ou de concevoir des Courbes de differens ordres par des équations d'Algebre, par la projection des corps, par des mouvemens composez, & en bien d'autres manieres. Ils ont aussi donné des methodes pour déterminer des Tangentes de ces Courbes; & il suffit d'en avoir bien conçû une ou deux pour voir jusqu'où les autres methodes se peuvent étendre. 1705. 21. & 24. Janvier.

Comme la même Analyse & le même esprit doivent regner dans toutes ces methodes, il est vrai de dire aussi que l'on doit suivre le même esprit & la même Analyse dans leurs Inverses. C'est en cela que l'on reconnoît les voies generales dans les recherches de la Geometrie; & c'est aussi ce caractere d'universalité que l'on peut voir dans les quatre Memoires que je donnay à l'Academie l'année derniere 1704 sur l'Inverse des Tangentes, & qui ont été imprimez la même année chez le sieur Boudot Libraire de la Compagnie. Mais on le verra encore d'une autre maniere icy par l'application que j'en feray à des methodes, qui sont differentes de celle que j'avois prise pour exemple dans ces quatre Memoires.

Comme les operations varient dans les methodes des Tangentes à mesure que l'on fait varier les conditions qui déterminent les Courbes, il faut aussi que les operations

varient dans une Inverſe, ſelon les changemens que l'on fait dans les methodes dont elle eſt l'Inverſe, & l'on verra qu'en cela il ne ſe trouve point de difficulté conſiderable, ſi l'on compare ce que j'ay dit dans ces quatre Memoires à l'application que j'en vais faire icy.

Déja l'on ſçait que pour déterminer les Tangentes d'une Courbe, il faut que le nombre des formules qui ſervent à les déterminer ſoit proportionné au nombre des conditions qui conſtituënt la Courbe ; de maniere que l'Inverſe d'une methode de Tangentes eſt ſouvent le retour de pluſieurs formules à une égalité generatrice. Mais parmi ces formules il y en a une que l'on conſidere comme la principale, & qui l'eſt en effet. C'eſt la formule dont les conditions changent toûjours à meſure que l'on fait varier les conditions de l'égalité generatrice, & cette formule eſt encore capable d'une infinité de changemens dans ſa forme. Les autres formules peuvent varier dans leur forme, mais elles ſont comme immuables pour les conditions : & ce n'eſt point dans ces formules auſſi où ſe trouvent les difficultés de l'Inverſe. Il arrive neanmoins que ces formules entrent dans cette Inverſe, & que quelques-unes y entrent neceſſairement, comme on le va voir icy.

ARTICLE I. Soit pour le premier exemple d'une methode de Tangentes dont on veut faire le retour, celle qu'on a donnée dans la ſeconde Section de l'Analyſe des Infiniment petits, Propoſition 4. page 18. & que la formule principale propoſée ſoit celle que l'on voit icy en *A*.

$$A \ldots \quad xxdz + yydx = 2xydy.$$

Pour trouver l'égalité generatrice de cette formule & ſe ſervir des Regles que j'ay données pour cette recherche dans les Memoires dont j'ay parlé icy, il faut ſuppoſer une égalité indéterminée ; & ſi l'on conſulte ſur cela les Memoires que je donnay à l'Academie le 1 & le 8 Mars 1704, on trouvera parmi les égalités qu'ils fourniſſent, celle qui eſt marquée icy en *B*.

$$B \ldots \quad hyy = lxz.$$

Suivant le ſecond Memoire & ce que j'avois dit ſur ce

sujet dans le Journal du 28 May 1694, on trouvera que la premiere formule de cette égalité B est celle qu'on voit icy en C.

$$C \ldots\ 2hydy = lxdz + lzdx.$$

Comme il y a trois inconnuës relatives, & qu'en pareil cas elles gardent toûjours entr'elles la loy des homogenes, il faut autant d'égalités qu'il y a de ces inconnuës pour les faire évanoüir. Mais l'on n'a que les égalités A & C pour les trois relatives dy, dz, dx. Ainsi il faut une troisiéme égalité ou une troisiéme Analogie, & cette Analogie ou cette égalité doit être prise parmi celles de la methode dont on veut faire le retour, que j'ay nommées *égalités immuables*. La plus commode est celle qu'on voit icy en D.

$$D.\ tx : zs :: dx : dz. \text{ Donc } txdz = zsdx.$$

Ayant fait évanoüir les trois inconnuës relatives dz, dx, dy par le moyen des trois égalités A, C, D, on aura la réduite marquée E.

$$E.\ htyy - xtlz + hzsx - xzls = 0.$$

Divisant cette réduite par la supposée B, comme je l'ay dit dans la Regle du 8 Mars 1704; & prenant l'inconnuë y pour la directrice de la division, le reste donnera l'égalité auxiliaire marquée F.

$$F \ldots\ xzsl - xzsh = 0.$$

Ainsi l'on aura $h = l$ pour la résolution de cette égalité; & comme elle est seule dans le Problême auxiliaire que prescrit la methode Inverse, il reste seulement à substituer l au lieu de h, ou h au lieu de l dans l'égalité supposée en B, & l'on aura la résultante G.

$$G \ldots\ yy = xz.$$

De maniere que selon cette methode Inverse, l'égalité G est l'égalité generatrice dont on s'étoit proposé la recherche.

Observation. Quoyqu'au lieu de $-dz$ de l'Analyse des Infiniment petits j'aye mis icy $+dz$, cela ne change rien pour les effets dans cette occasion, & je n'ay fait ce changement de signe que pour me conformer aux principes

dont je me ſers. Ce qui ſera plus amplement expliqué dans un autre Memoire, quand on fera l'Inverſe des ſecondes formules, & des formules d'un ordre plus élevé.

ARTICLE II. Comme l'expreſſion de la ſoûtangente ne ſe trouve point dans l'exemple de l'article précedent, & qu'il n'y a dans cet exemple que trois inconnuës relatives; j'ay crû qu'il étoit bon de propoſer un autre exemple où ſe trouve cette expreſſion de ſoûtangente, & dans lequel il y ait auſſi un plus grand nombre de ces inconnuës relatives.

Pour cela je prendray la 12ᵉ propoſition, ou la methode des Tangentes qu'on a donnée dans l'Analyſe des Infiniment petits article 37. page 34. Mais je me ſerviray des expreſſions ordinaires dans le détail du calcul, pour des raiſons que je marqueray dans la ſuite.

Dans cette 12ᵉ propoſition toutes les inconnuës qui peuvent entrer dans l'égalité generatrice ſont celles que l'on voit icy dans la colomne P, & leurs relatives ſont dans la colomne R, à côté de laquelle ſe trouve auſſi une autre colomne où je marque ces relatives à la maniere de M. de Leibniz, & c'eſt auſſi de la même maniere qu'on les a marquées dans l'Analyſe des Infiniment petits.

P	R		
s	m	ou	ds.
z	e	ou	dz.
t	p	ou	dt.
v	l	ou	$-dv$.
x	h	ou	dx.
y	r	ou	$-dy$.

L'expreſſion de la ſoûtangente eſt marquée par PT dans cette Analyſe, mais cette expreſſion ſeroit tres-incommode pour l'Inverſe. Ce qui m'a obligé de marquer cette ſoûtangente par une autre lettre. Cette lettre eſt f.

Cela poſé, les formules immuables de la propoſition dont on demande l'Inverſe, ſe peuvent concevoir ſous la forme que l'on voit icy dans la colomne S.

S.

$m = \frac{hyz}{f}$ . . . ou . . $mf = hyz$.

$e = \frac{hyz}{bf}$ . . . ou . . $ebf = hyz$.

$p = hv$.

$l = \frac{hv}{a}$ . . . ou . . $al = hv$.

$h = h$ . . . ou . . $h =$ à soy-même.

$r = \frac{hy}{f}$ . . . ou . . $fr = hy$.

Pour la formule principale dont il faut trouver l'égalité generatrice, je prends celle qui est marquée icy en *A*.

$$A.\ 2ezv + vm - pv + sl + zzl - vvh - lt = 0.$$

Les Regles que j'ay proposées à l'Academie dans les Memoires du premier & du 8e Mars 1704, fournissent une suite de generatrices supposées entre des limites; parmi lesquelles generatrices on trouvera celle qui est marquée icy en *B*.

$$B \ldots\ cs + dzz = gt + qvx.$$

Si l'on prend la premiere formule de cette generatrice *B* selon le Memoire du 8e Mars 1704, on trouvera cette formule comme elle est icy en *C*.

$$C \ldots\ cm + 2dze = pg + qvh - qxl.$$

Comparant les deux formules *A* & *C* avec les autres formules qui sont en *S* pour faire évanoüir les inconnuës relatives, suivant ce que j'ay dit dans ce Memoire du 8e Mars, il ne restera plus qu'à faire évanoüir l'expression de la soûtangente, & cela est aisé; parceque le calcul conduit aux deux égalités marquées *D*.

$$D. \begin{cases} f = \frac{cabyz + 2adzzy}{gabv - qbxv + qabv}. \\ f = \frac{abyz + 2ayzz}{bt - bzz - bs + 2abv}. \end{cases}$$

Comparant ces deux valeurs de *f* pour la faire évanoüir on trouvera, en délivrant de fractions, que la réduite est comme on la voit icy en *E*. Où il faut observer que j'ay supposé $q + g = n$, pour abreger le calcul.

$$E.\quad \left.\begin{array}{r} +2dzzt-2dz^4-2dszz+bqxvz \\ +cbzt-cbz^3+2qxvzz-nabvz \\ +4advzz+2abcvz \\ -2anvzz-bcsz \end{array}\right\}=0.$$

Suivant le Memoire du 8ᵉ Mars 1704, il faut diviſer cette réduite par la ſuppoſée *B*; & ſi l'on prend t pour l'inconnuë directrice, on trouvera le reſte marqué *F*.

$$F.\quad \begin{array}{r} +2ddz^4+bcdz^3-2qdvxzz-bcqvxz. \\ -2gdz^4-bcgz^3+2qgvxzz-ganbvz. \\ +2cdszz+2abcgvz. \\ -2gdszz+ccbsz. \\ -2ganvzz-bcgsz. \\ +4adgvzz+qbgvxz. \end{array}$$

Par la même Regle du 8ᵉ Mars 1704, il faut diſtribuer ce reſte pour en tirer un Problême auxiliaire, & il faut encore ſelon cette regle diſtinguer en *F* tous les termes que marquent les monomes qui ſont icy en *G*,

$$G\ldots\ z^4.\ z^3.\ vxzz.\ szz.\ vzz.\ vxz.\ vz.\ sz.$$

De maniere que le Problême auxiliaire ſera composé de huit égalités fort ſimples qu'il faut réſoudre. Mais avant que d'operer, ou bien dans l'operation, on ſe ſouviendra de ſubſtituer n au lieu de $q+g$, ſelon la ſuppoſition abregeante dont il a été parlé cy-deſſus, & l'on trouvera pour la réſolution de ce Problême, $d=c$. $g=c$. $q=c$.

Ces valeurs étant ſubſtituées dans la ſuppoſée *B*, on aura la réſultante *H*.

$$H\ldots\ s+zz=t+vx.$$

Enſorte que cette égalité *H* eſt la generatrice de la formule propoſée *A*. *Ce qu'il falloit trouver.*

Remarque. Lorſque d'habiles Geometres ſe ſont propoſés l'Inverſe des Tangentes, ils n'ont d'abord enviſagé que les lignes Geometriques qui ſe forment ſur un axe, & c'eſt auſſi ce qu'il y a de plus conſiderable dans ce projet. Mais ils ne croyoient peut-être pas qu'une même formule pût

avoir plusieurs generatrices, ou qu'une même égalité differentielle eût differentes integrales. Cependant l'on a pû voir dans le Memoire que je donnay à l'Academie le 8e Mars, qu'une même formule convient à une parabole & à une hyperbole, à un cercle & à une ellipse, & que l'ellipse & l'hyperbole peuvent varier en une infinité de manieres. Voicy un autre exemple des Courbes formées sur un axe, où l'on verra qu'une même égalité differentielle peut avoir des integrales de differens genres.

ARTICLE III. Il y a des égalités differentielles qui ont des integrales de divers genres. J'en ay averti dans le quatriéme Memoire que je donnay à l'Academie en 1704 sur l'Inverse des Tangentes page 19, & l'on peut aussi s'en assurer aisément par les regles abregeantes que j'ay proposées dans ce quatriéme Memoire.

Soit pour exemple l'égalité differentielle qui est marquée icy en A.

$$A \ldots \quad 2x^3dy - 2axydy + yxxdy - ayydx = 0.$$

Et que la supposée soit $sy = hx^c$. Alors sa difference sera $dy = \frac{chx^{c-1}dx}{s}$. Et comparant ces trois égalités pour faire évanoüir y & dy, on aura la réduite D.

$$D \ldots \quad 2csx^{c+2} - 2cahx^{2c} + sx^{c+2} - ahx^{2c} = 0.$$

Cette réduite se distribuë en deux manieres, selon ce qui a été dit dans le quatriéme Memoire pages 18 & 19.

Pour la premiere distribution je compare le premier terme au second, & le troisiéme au quatriéme. Ce qui donne les deux Problêmes auxiliaires F & G.

$$F \begin{cases} c + 2 = 2c. \\ 2cs = 2cah. \\ sy = hx^c. \end{cases} \qquad G \begin{cases} c + 2 = 2c. \\ s - ah = 0. \\ sy = hx^c. \end{cases}$$

Chacun de ces Problêmes donne $c = 2$, $s = ah$; & substituant ces deux valeurs dans la supposée $sy = hx^c$, on aura $ay = xx$ pour une des integrales de la differentielle proposée A.

Dans la seconde distribution de la réduite D, je prends

le premier terme avec le troiſiéme, & le ſecond avec le quatriéme. Ce qui donne les deux Problêmes auxiliaires *K* & *M*.

$$K \begin{cases} c+2=c+2. \\ 2cs+1s=0. \\ sy=hx^c. \end{cases} \qquad M \begin{cases} 2c=2c. \\ -2ach-2ah=0. \\ sy=hx^c. \end{cases}$$

L'un & l'autre donne $c=-\frac{1}{2}$, & cette valeur ſubſtituée dans l'égalité ſuppoſée, on trouve $sy=hx^{-\frac{1}{2}}$. Donc $ssyy=hhx^{-1}$. Donc $ssyyx=hh$, qui eſt la ſeconde integrale Geometrique de la propoſée. Et comme cette integrale eſt une hyperbole du ſecond genre dont le parametre eſt indéterminé, on voit qu'elle peut varier en une infinité de manieres. Ainſi l'on peut voir de ce qui a été dit dans ce troiſiéme Article, que non-ſeulement il ſe trouve deux integrales de differens genres pour l'égalité differentielle *A*; mais auſſi qu'une de ces integrales eſt indéterminée. Ce qui peut donner occaſion de faire des remarques fort conſiderables ſur l'uſage du calcul integral.

OBSERVATIONS
SUR
DES PLAYES DE VENTRE.

PAR M. LITTRE.

1705. 4. Fevrier. UN homme âgé de 34 ans, d'une bonne conſtitution, mais foible d'eſprit depuis cinq ans, tomba dans un violent accés de folie, pendant lequel étant au lit couché ſur le dos, il ſe donna dix-huit coups de coûteau dans le ventre, ſans ſentir, à ce qu'il me dit, aucune douleur, s'imaginant ſeulement qu'il enfonçoit le coûteau dans une motte de beurre. La lame de ce coûteau étoit longue de cinq pouces, & avoit ſept lignes de largeur prés du manche; elle alloit toûjours en diminuant juſqu'à la pointe.

Dix

Dix de ces plaïes n'interressoient que quelques-uns des tegumens du ventre. Les huit autres penetroient dans la capacité avec lesion de quelques-unes des parties qui y sont contenuës. La sonde m'assura de la penetration de ces plaïes, les accidens qui y survinrent me firent comprendre que quelques-unes des parties contenuës étoient blessées. Ces accidens furent la fiévre, la tension du ventre, la respiration difficile & douloureuse, des nausées, le vomissement, le cours de ventre, &c.

Parmi les matieres que le malade rendoit par la bouche en vomissant, il y avoit des filets de sang, dont les uns étoient noirs, & les autres d'un rouge foncé. On remarquoit dans les matieres qui sortoient par le siege, de petits caillots & des filets de sang. Les caillots étoient noirs, & les filets d'un rouge clair. La diversité de ces couleurs de sang venoit vrai-semblablement du plus ou du moins de séjour qu'il avoit fait dans la cavité de l'estomach & des intestins.

Quoique cette maladie parut incurable par le grand nombre des plaïes, par la nature & la situation des parties blessées, & par les accidens dont elles furent suivies, le malade ne laissa pas d'en guerir dans l'espace de deux mois, de la maniere qui suit.

Cet homme fut saigné sept fois des bras les quatre premiers jours; sçavoir, trois le premier jour, deux le second, & une fois seulement le troisiéme & le quatriéme. On lui tira à chaque saignée quatre palettes de sang. Il observa durant le cours de la maladie un regime de vivre tres tenu & tres-exact. Son boüillon étoit fait avec le veau, la volaille & les écrevisses, & on y ajoûtoit de temps en temps de la laituë, du pourpier & de la chicorée douce. On faisoit sa tisanne avec les fleurs de pas-d'âne, la racine de grande consoude, les capillaires & les feüilles de coquelicoc. Il prenoit quelquefois le soir des émulsions, du sirop de pavot blanc, ou du laudanum.

Je me proposois par tous ces moyens de calmer l'agitation des esprits, de donner de la consistance au sang, de

faire cesser les nausées, le vomissement & le cours de ventre, de prévenir le hoquet & la toux, & d'arrêter l'écoulement du sang des plaïes penetrantes dans la capacité, dont l'épanchement pouvoit avoir de fâcheuses suites.

Je fis tenir le malade couché sur le dos, parce qu'étant dans cette situation lorsqu'il se blessa, j'esperois qu'il s'épancheroit dans la capacité du ventre moins des matieres contenuës dans la cavité des intestins, que je conjecturois être percés, par la situation des plaïes & par le sang, qu'il rendoit par la bouche & par le fondement.

On pensoit le malade une fois le jour au commencement de la maladie, & dans la suite de deux, trois, ou quatre jours l'un seulement. On mit les six premiers jours, dans la plaïe la plus grande & la plus basse de celles qui penetroient dans la capacité, une tente de charpie, mollette, mousse par le petit bout, & chargée de baume d'Arceus, pour conserver une issuë aux matieres qui pouvoient être épanchées ou s'épancher dans la capacité du ventre. Mais voyant qu'il en sortoit peu de chose, & que la tente empêchoit la réünion de cette plaïe, je la fis supprimer, me contentant d'y faire mettre, comme aux autres, un simple plumaceau chargé du même baume.

Au milieu du traitement, on se servit de baume verd à la place de celui d'Arceus. Sur la fin on trempa les plumaceaux dans l'eau vulneraire. Enfin dans tous les pansemens, on essuïa peu & tres-doucement les plaïes, & on les laissa exposées à l'air le moins qu'il fut possible.

Le malade, étant ainsi gueri de ses blessures, se porta mieux qu'il n'avoit encore fait: son esprit reprit son assiette naturelle, & sa conduite fut plus reguliere qu'auparavant. Je présumois que ce nouvel état seroit de longue durée, fondé sur les bons effets de quantité de remedes qu'on lui avoit faits, & sur la diete exacte qu'il avoit observée durant le cours de la maladie, & qu'il promettoit de continuer à l'avenir. Ma conjecture par malheur se trouva fausse, car dix-sept mois aprés, cet homme étant tombé dans un nouvel accés de folie, se jetta dans la ruë par une fenêtre d'un troisiéme étage, & mourut sur le champ.

Je visitai le cadavre; mais avant que d'en ouvrir le ventre, j'examinai plus exactement que je n'avois fait les cicatrices des dix-huit plaïes, dont il a été parlé. Je remarquai, que toutes ces cicatrices étoient fermes & à peu prés de niveau à la surface du reste de la peau, à la réserve d'une, où la peau étoit enfoncée d'environ deux lignes, & qui cedoit au doigt, quand je la pressois un peu fortement.

En ouvrant le ventre, je pris toutes les précations, dont je me pûs aviser, pour ne couper, ni déranger aucune des parties renfermées dans la capacité, afin de voir exactement celles qui avoient été blessées, & de quelle maniere la réünion s'en étoit faite. Voici ce que j'y observai.

Premiere Observation. Le lobe moïen du foïe, au-dessous du muscle droit de l'épigastre du côté droit, tenoit fortement au peritoine par un petit endroit. Cette adherance étoit formée par une cicatrice commune à ces deux parties. Il y avoit une autre cicatrice à la peau qui répondoit à celle-là. Ces deux cicatrices avoient chacune trois lignes de longueur sur une demie de largeur.

Seconde Observation. Deux parties de l'intestin jejunum, situées au-dessous de l'estomach à un pouce du muscle droit, étoient colées ensemble par le côté où elles se touchoient. Ayant separé ces deux parties, j'observai dans celle qui étoit placée du côté gauche une cicatrice de trois lignes & demie de longueur sur deux tiers de ligne de largeur, & dont la direction étoit transverse par rapport à la longueur du corps, de même que celle de la cicatrice de la peau qui étoit vis à vis. Je ne trouvai point de cicatrice à la partie droite de ce boyau à laquelle celle du côté gauche étoit adherante; ainsi il y avoit eu une plaïe à la premiere partie, & il n'y en avoit pas eu à la seconde.

Troisiéme Observation. Je remarquai à la partie anterieure du colon prés du rein droit, une cicatrice fort oblique de cinq lignes de longueur, & d'une & demie de largeur. Il s'élevoit le long de cette cicatrice dix-huit à vingt filets,

dont les uns étoient blancs & aussi déliés que des cheveux fort fins, & les autres avoient une legere teinture de rouge & étoient plus gros que les blancs. Tous ces filets sortoient dans le même ordre de la capacité du ventre par une fente qui répondoit à la cicatrice, longue de six lignes & large de deux & demie, & qui étoit restée au peritoine, aux muscles transverses & obliques de la plaïe que le malade s'étoit faite en cet endroit, & ils s'alloient attacher à une cicatrice qui étoit commune à la graisse & à la peau, & dont la direction étoit la même que celle de la fente & de la cicatrice du boyau.

Les filets élevés de la cicatrice du colon n'étoient vraisemblablement que quelques-unes des fibres coupées des tuniques de cet intestin ; sçavoir, les rouges de la tunique charnuë, & les blanches de la membraneuse. Les unes & les autres avoient insensiblement crû, & s'étoient avancées jusqu'à la graisse, n'ayant trouvé dans leur chemin aucun obstacle ni aucune partie où elles eussent pû se coler, parceque les levres de la plaïe du peritoine & des muscles s'étoient cicatrisées séparément, & ne s'étoient pas jointes ensemble par une même cicatrice comme dans les autres plaïes.

Quatre choses pouvoient avoir donné lieu à cette fente ; sçavoir, la tente, la longueur de la plaïe, sa grande obliquité & sa situation. La tente, en tenant écartées les levres de la plaïe ; la longueur de la plaïe, par l'incision de quantité de fibres des muscles du ventre ; la grande obliquité, en coupant dans son trajet les fibres de tous les muscles, quoiqu'elles aïent dans chacun des directions fort differentes ; enfin la situation de la plaïe pouvoit avoir donné lieu à la fente, parcequ'elle étoit toute entiere dans la partie charnuë des muscles, dont il a été parlé.

Or, de ce que les fibres charnuës de tous ces muscles ont été coupées à l'endroit de la plaïe, il s'ensuit, 1°. Que chaque portion des fibres coupées a dû se retirer de son côté, comme l'experience le fait voir. 2°. Que les deux

levres de la plaïe ont dû se cicatriser séparément & former une fente; parceque le muscle transverse étant fortement attaché au peritoine, ses fibres charnuës n'ont pû se retirer sans entraîner avec elles de part & d'autre les parties coupées de cette membrane. La même chose n'est pas arrivée à la graisse & au muscle oblique descendant de l'épigastre, parceque la graisse n'est pas si adherante à ce muscle, que le peritoine l'est au muscle transverse, & qu'elle est fort étroitement unie à la peau.

Enfin les deux levres de cette plaïe se sont réünies dans la graisse & dans la peau par une seule & même cicatrice, parcequ'il y a naturellement une liaison tres-étroite entre ces deux tegumens, comme je viens de dire, & que d'ailleurs n'ayant ni l'un ni l'autre des fibres charnuës, ils n'ont pû, quoique coupés, se retirer de part & d'autre, ni se cicatriser séparément comme les muscles.

Voici à present quelques observations que je fis dans la tête de cet homme, dont on pourra peut-être tirer quelques conjectures sur sa folie.

1°. Les os, qui composoient le crane, étoient fort durs & fort épais; il y avoit tres-peu de pores entre leurs deux tables, & les structures en étoient presque effacées, quoique cet homme n'eût encore que trente-quatre ans.

2°. La dure & la pie-meres étoient fort dures, & d'un tissu tres-serré.

3°. La substance du cerveau avoit beaucoup de consistance, celle du cervelet avoit à peu prés sa mollesse naturelle.

4°. Le plexus choroïde qui est dans le cerveau, étoit sec & mince; on y observoit peu de vaisseaux sanguins & qui étoient fort déliés; ses glandes étoient imperceptibles.

5°. Je ne trouvai point de lymphe dans la cavité des ventricules du cerveau, ni dans celle du ventricule du cervelet.

Enfin la glande pituitaire étoit fort petite & extrêmement dure.

DU CAMPHRE.

PAR M. LEMERY.

1705. 7. Fevrier. LE soin que prennent les Hollandois de se faire apporter le Camphre brut pour le rafiner, est cause que nous en voyons assez rarement en France. Il m'en est tombé entre les mains quelque quantité, qui m'a donné occasion de faire des experiences, dont je vais parler aprés que j'auray dit quelque chose de l'Histoire de ce mixte.

Le Camphre est appellé en Latin *Camphora* & *Caphura*, noms qui viennent apparemment des mots Arabes *Capur* & *Caphur*, qui signifient la même chose. C'est une espece de résine legere, blanche, fort volatile, & si combustible qu'elle brûle & conserve sa flamme même sur l'eau où elle nage, se consumant tout à fait, d'une odeur forte & penetrante, d'un goût âcre tirant sur l'amer, & échauffant beaucoup la bouche ; ce qui fait croire que ce n'est qu'un mélange naturel d'un soufre & d'un sel volatile unis & liez étroitement ensemble. Cette résine découle du tronc & des grosses branches d'un arbre qu'on dit ressembler au noyer, & qui croît dans l'Isle de Borneo en Asie & en la Chine. On la trouve au pied de l'arbre, où elle est figée en petits grains de differentes grosseurs & figures, secs, friables, legers, blancs, transparens, de l'odeur & du goût qui a été dit. Ces petits grains tombant les uns sur les autres s'agglutinent legerement, & font des masses plus ou moins grosses, lesquelles étant un peu pressées entre les doigts se séparent & s'égrainent en forme à peu prés de grains de sel, ou de gros grains de sable. C'est cette matiere qu'on appelle Camphre brut. On la ramasse doucement, prenant garde autant qu'on peut qu'il ne s'y mêle de la terre, du sable, ou quelqu'autre ordure ; car elle est plus ou moins estimée suivant qu'elle est plus ou moins pure. On en rencontre en Hollande de fort sale : celle

qui vient de la Chine n'eſt pas ſi bonne que celle qui naît en l'Iſle de Borneo.

On tire par inciſion de la racine de l'arbre qui porte la canelle, une liqueur qui a une forte odeur de Camphre; ce qui a fait croire autrefois à quelques Naturaliſtes mal informez, que tout le Camphre venoit de cet arbre : mais une connoiſſance plus exacte de l'origine du Camphre a fait rejetter cette opinion.

On trouve une odeur de Camphre dans pluſieurs plantes, comme dans celle qui à cauſe de cette odeur eſt appellée Camphorata, dans l'Abrotanum, dans l'Aſpic ou grande Lavande, dans le Romarin.

Les Hollandois pour rafiner le Camphre brut, le mettent ſublimer par un petit feu dans des pots ſublimatoires; il ne s'en éleve que la partie pure, la terre & les autres impuretez demeurent au fonds, enſuite ils le liquefient par une douce chaleur & le jettent dans des moules pour lui donner la forme qu'ils veulent. On nous l'apporte en pains plats & orbiculaires, ayant à peu prés la figure d'un couvercle de pot. C'eſt celui dont nous nous ſervons en Medecine; il doit être choiſi blanc tranſparent, net, leger. Les Marchands l'envelopent ordinairement dans de la graine de lin, afin que cette ſemence par ſa viſcoſité retienne les parties du Camphre, & les empêche de ſe diſſiper ſi aiſément; car ils s'apperçoivent que cette drogue diminuë étant gardée.

Il ſeroit inutile que je rapportaſſe ici les uſages du Camphre pour la Medecine, ils ne ſont ignorez d'aucun Medecin, & les Livres en parlent aſſez. Je remarqueray ſeulement que les Indiens aux Indes Orientales le font entrer dans une eſpece de trochiſques qu'ils compoſent avec le Chofool ou fruit de l'Areca, la feüille de Betle, les Huitres calcinées, les Girofles, le bois d'Aloës, & quelques autres drogues dont ils s'aviſent. Ils machent ces trochiſques quand ils veulent ſe faire cracher & décharger le cerveau.

Le Camphre eſt auſſi employé dans la matiere des feux d'artifice, & dans les vernis.

C'est là ce que j'avois à dire du Camphre en general. Je passeray presentement aux experiences. Je les ay faites avec le Camphre brut; & il est bon d'avertir que celui que j'ay employé étoit du plus net & du plus beau qu'on puisse trouver.

J'ay mis deux onces de Camphre brut dans une cucurbite de verre; je l'ay couverte d'un chapiteau aveugle, & j'ay lutté exactement les jointures. J'en ay mis deux autres onces dans un matras, que j'ay bouché d'un simple papier; j'ay placé mes deux vaisseaux sur le sable, & j'ay donné dessous un petit feu que j'ay continué pendant une heure & demie. Le Camphre s'est fondu en liqueur fort claire, & il s'en est élevé beaucoup de fleurs. J'ay laissé refroidir les vaisseaux, & j'ay cassé le matras pour en séparer plus commodément ces fleurs; j'en ay tiré une once trois dragmes: elles sont belles, blanches comme de la nége, argentines, & ressemblant beaucoup au plus beau Spermaceti, d'une odeur qui a du rapport avec celle du Romarin, mais plus forte & plus penetrante. Ces fleurs étoient attachées à toutes les parois internes du matras, & même au coû: celles d'embas qui avoient le plus chauffé s'étoient rendurcies & renduës transparentes comme le Camphre ordinaire. J'ay trouvé au fond du matras une petite masse ressemblant beaucoup à de la cire, plus legere, un peu moins jaune, mais aussi dure, d'une odeur & d'un goût de Camphre, se fondant aisément sur le feu: cette petite masse pese demi-once & dix-huit grains. Il s'est donc dissipé dans l'operation cinquante-quatre grains des deux onces de Camphre que j'avois employées dans le matras.

Quant à la cucurbite il n'a pas été besoin que je l'aye cassée pour en retirer les fleurs, je les ay détachées facilement de ses parois & de celles du chapiteau: elles ont été toutes semblables à celles du matras & en pareille quantité. J'ay trouvé aussi au fond de la cucurbite une masse dure semblable à l'autre, fort adherante au verre; je l'en aurois détachée facilement en la chauffant un peu, mais j'ay trouvé plus à propos d'essayer si j'en tirerois encore

quelques

quelques fleurs. J'ay donc readapté le chapiteau à la cucurbite, & je l'ay mise sur un petit feu comme devant; il s'en est élevé trois dragmes & demie de fleurs pareilles aux premieres, & il n'est resté au fond qu'environ une dragme de matiere dure, grasse, terrestre, de couleur rouge brune, d'une odeur de Camphre, ayant tres-peu de goût. Je l'ay mis tremper dans de l'esprit de vin; il s'en est dissout une portion, & l'autre est demeurée en sable gris: c'est tout ce que les deux onces de Camphre avoient pris de saleté au pied de l'arbre.

Toutes ces fleurs, par les experiences que j'en ay faites, m'ont paru ne differer que dans la forme du Camphre rafiné qu'on nous envoye d'Hollande: si on les liquefie par un peu de feu, on les réduira en morceaux blancs & transparens comme lui.

On voit par ce que je viens de rapporter, que rien n'est plus aisé que de purifier le Camphre en tous païs, & qu'il n'est pas necessaire d'envoyer le Camphre brut en Hollande pour le rafiner, comme font nos Marchands de France quand ils en ont. On se prévient aisément en faveur des Hollandois pour la perfection de certains ouvrages, & faute d'experience on s'imagine qu'il est trop difficile d'y atteindre aussi-bien qu'eux.

Des dissolvans du Camphre.

Les liqueurs aqueuses ou phlegmatiques ne dissolvent point le Camphre. Il est bien vrai qu'en plongeant un morceau de Camphre allumé plusieurs fois dans de l'eau, l'on fait recevoir à la liqueur une legere impression & une odeur du Camphre: mais cette odeur vient principalement d'une pellicule qui se fait à la surface de l'eau, & qui a été produite par une petite portion du Camphre même liquefiée par le feu, & condensée par la fraîcheur de l'eau. On fait avaler de cette eau camphrée aux femmes hysteriques pour calmer leurs vapeurs. L'esprit de vin, les huiles & les graisses dissolvent facilement & prompte-

ment le Camphre. On fait ordinairement l'esprit de vin camphré, en mêlant dans chaque once d'esprit de vin demie dragme de Camphre : mais j'ay voulu voir combien l'esprit de vin en pourroit recevoir pour en être entierement saoulé. J'en ay donc dissout jusqu'à ce qu'il n'en prît plus ; j'ay trouvé qu'il étoit entré dans chaque once d'esprit de vin demie once de Camphre. Cette dissolution a une odeur forte de Camphre, & un goût âcre & brûlant, mais passant vîte.

J'ay mis le feu à une cuillerée de la même dissolution de Camphre : l'esprit de vin a brûlé le premier, rendant une flamme bleuâtre à son ordinaire, & à mesure qu'il s'est consommé le Camphre a paru comme en masse, la flamme n'a pourtant pas discontinué ; mais dés qu'il n'y a plus eu d'esprit de vin, elle est devenuë blanche, & tout le Camphre a brûlé en sa maniere ordinaire.

J'ay versé dans de l'eau une portion de la même dissolution, le Camphre s'est revivifié en une maniere de beurre liquide tres-blanc ; je l'ay séparé de l'eau, il a pris la solidité du Camphre. J'ay mêlé une autre portion de la dissolution avec autant d'esprit de Nitre, il s'est fait d'abord une tres-petite chaleur, mais sans ébulition sensible. J'ay laissé la liqueur trois jours en digestion, la remuant souvent, puis je l'ay mise circuler dans un vaisseau de rencontre par le moyen d'une douce chaleur, il ne s'y est fait aucune effervescence, il faut que le Camphre ait empêché la fermentation ; car on sçait que les esprits de vin & de nitre mêlez ensemble boüillonnent & s'échauffent violemment. J'ay versé sur une partie de la liqueur circulée un peu d'huile de tartre faite par défaillance, il s'est fait ébulition avec chaleur, & incontinent aprés coagulation de presque toute la liqueur en une maniere de beurre tres-blanc.

J'ay versé sur une autre partie de la même liqueur un peu d'esprit volatile de sel armoniac, il s'est fait pareille ébulition & congelation ; mais il y a eu moins de matiere butireuse, & il s'est séparé beaucoup de serum.

J'ay versé sur une autre portion de la même liqueur un peu d'esprit de sel, le mêlange a jetté une legere fumée, & est devenu blanchâtre d'abord, puis il s'est éclairci.

J'ay versé beaucoup d'eau sur une autre partie de la même liqueur, il s'est fait un coagulum tres-blanc qui a nagé dessus.

Je reviens à ma dissolution de Camphre faite dans l'esprit de vin; j'en ay mêlé une portion avec un peu d'esprit volatile de sel armoniac fait avec le sel de tartre, il s'est fait à l'instant un caillé fort blanc & d'une odeur tres-forte: ce caillé étoit le Camphre qui avoit quitté l'esprit de vin; il s'en étoit séparé aussi un serum.

J'ay versé sur une autre partie de la dissolution de l'huile de tartre faite par défaillance, il ne s'est point fait de coagulum ni d'autre changement apparent dans la liqueur. Il semble étonnant que deux alcali agissent si differemment sur la dissolution de Camphre: la raison que j'en puis apporter est que l'esprit de vin & l'esprit de sel armoniac mêlangez ensemble se coagulent naturellement, comme tout le monde le sçait. Or le Camphre y étant ajoûté ne peut qu'augmenter la coagulation, au lieu que l'huile de tartre ne se coagule jamais avec l'esprit de vin: mais comme l'esprit de sel armoniac fait avec la chaux ne se coagule point avec l'esprit de vin, j'ay voulu voir s'il feroit quelque coagulation sur nôtre dissolution de Camphre; j'ay donc mêlé ensemble parties égales des deux liqueurs, le mêlange ne s'est point congelé; mais il s'est fait d'abord précipitation des parties du Camphre en maniere de nuages blancs: ce précipité s'est en peu de tems dissout, ensorte qu'il n'a plus paru, & la liqueur est devenuë claire.

J'ay voulu voir si par la distillation le Camphre monteroit en liqueur avec l'esprit de vin, ou lequel des deux seroit le plus leger. J'ay mis en distillation par un alembic de verre environ une livre d'esprit de vin camphré ordinaire: l'esprit de vin a distillé pur, & l'on a vû le Camphre coagulé au fond de la cucurbite: j'ay continué un

petit feu, ce Camphre s'est entierement sublimé sans avoir été alteré en aucune maniere; je n'ay même pas reconnu que l'esprit de vin eût retenu une odeur considerable du Camphre. Cette operation montre donc que le Camphre dissout dans de l'esprit de vin ne passe point en liqueur par la distillation, & que l'esprit de vin est plus leger que le Camphre.

J'ay mis en dissolution du Camphre dans de l'esprit ou huile ætherée de terebentine bien claire: ce dissolvant n'en a pû recevoir que le quart de son poids; car à peine une once d'esprit de terebentine a-t-il dissout deux dragmes de Camphre, quoyque je les aye laissez ensemble en digestion chaudement pendant quelques heures. J'ay versé beaucoup d'eau sur une partie de la dissolution: elle s'est toute élevée sur l'eau sans aucun changement, & le Camphre ne s'en est point séparé.

J'ay mis en distillation par un petit feu dix dragmes de la dissolution de Camphre faite dans l'esprit de terebentine: elles ont tout à fait distillé en une liqueur un peu trouble, d'un blanchâtre tirant sur le jaune, d'une odeur beaucoup plus forte & plus puante que celle de l'esprit de terebentine; j'ay pesé cette liqueur distillée, il y en a eu dix dragmes, ce qui est justement le même poids de la dissolution que j'avois employée, il ne s'étoit séparé ni sublimé dans la cornuë aucune partie du Camphre. On voit donc par cette operation que le Camphre dissout dans une huile ætherée telle qu'est l'esprit de terebentine, peut être distillé en liqueur; ce que je n'ay point vû arriver quand il a été dissout avec les huiles communes, il faut que le Camphre & l'esprit de terebentine soient de même pesanteur. J'ay essayé de faire séparer le Camphre de la liqueur distillée, j'en ay versé une partie dans beaucoup d'eau bien froide, il s'est élevé à la surface de l'eau une huile blanchâtre, qui n'est autre chose que la dissolution de Camphre un peu plus condensée qu'elle n'étoit avant la distillation, mais il ne s'est fait aucune séparation.

J'ay mis en dissolution du Camphre dans de l'huile d'olive : une once d'huile n'a pû dissoudre que deux dragmes de Camphre. J'ay mis distiller la dissolution : mais le Camphre s'est sublimé tout à fait avant que l'huile ait distillé, ce qui montre que le Camphre est plus leger que l'huile commune.

Aprés avoir fait des dissolutions du Camphre dans des liqueurs sulfureuses, j'ay examiné celles qu'on pouvoit faire avec des esprits acides.

J'ay mis dans un petit matras une once de Camphre brut & deux onces d'esprit de Nitre, le Camphre s'est résout en huile en moins de demie-heure sans aucune chaleur, & plus aisément que n'a coûtume de faire le Camphre ordinaire : mais l'huile a été jaune, au lieu que celle qui se fait avec du Camphre rafiné n'a point de couleur. Cette huile jaune a pesé une once trois dragmes & demie : elle contient donc trois dragmes & demie d'esprit de Nitre. C'est ce dissolvant qui ayant penetré ses parties les a résoutes en liqueur : le Camphre ordinaire qu'on résout en huile de la même maniere, reçoit moins d'esprit de Nitre ; car d'une once de ce Camphre je n'ay tiré qu'une once deux dragmes & demie d'huile. Cette circonstance fait que l'huile de Camphre brut est plus âcre que l'huile de Camphre rafiné.

Il s'est trouvé une tres-petite quantité de crasse brune au fond de l'huile du Camphre brut nageant sur l'esprit de Nitre, au lieu qu'il ne s'en trouve point sur celle du Camphre rafiné.

De toutes les résines je n'en connois point d'autre que le Camphre qui puisse être dissoute par l'esprit de Nitre. Ce dissolvant a laissé dans le Camphre ses pointes les plus actives, car il a perdu aprés la dissolution beaucoup de sa force. J'ay voulu voir combien celui qui est resté des deux onces que j'avois employées pourroit dissoudre encore de nouveau Camphre, j'y en ay mis peu à peu en digestion chaudement, j'ay trouvé qu'il n'en avoit dissout qu'une dragme, le reste de l'esprit de Nitre a été bien foible ; j'y

ay mis de nouveau Camphre, mais il ne s'eſt fait aucune diſſolution; je croy que les acides de l'eſprit de Nitre, s'ils étoient ſeuls, ne réduiroient pas le Camphre en huile, mais que les parties de feu dont ils ſont accompagnez leur ſervent de vehicule, & contribuënt le plus à la diſſolution. Quoyqu'il en ſoit, je n'ay point vû que les autres acides liquefiaſſent le Camphre comme fait l'eſprit de Nitre.

L'uſage ordinaire de l'huile de Camphre eſt pour la carie des os, pour déterger les plaïes, pour reſiſter à la gangrene, & pour la douleur des dents. On ne s'en ſert point à l'ordinaire interieurement à cauſe de ſon âcreté un peu corroſive. J'ay neanmoins eſſayé il y a long-tems d'en faire prendre quelques goutes par la bouche dans les vapeurs hyſteriques & dans les obſtructions, je n'en ay vû que de bons effets; il eſt vrai que je l'ay preſque toûjours donnée mêlée avec autant d'huile de Karabé.

J'ay jetté dans de l'eau commune un peu d'huile de Camphre, il s'eſt précipité au fond du vaiſſeau un coagulum blanc qui eſt un Camphre revivifié; car l'eau ayant affoibli l'eſprit de Nitre qui faiſoit ſa conſiſtance liquide, les parties du Camphre ſe ſont rapprochées, agglutinées & précipitées par leur peſanteur. Il s'eſt fait auſſi à la ſurface de l'eau une pellicule blanche, qui a été la partie du Camphre la plus détachée de l'eſprit de Nitre. Il faut que le précipité du Camphre ait retenu des pointes de l'eſprit de Nitre qui lui ayent donné de la peſanteur, car le Camphre pur nage ſur l'eau.

J'ay mêlé de l'huile de Camphre avec autant d'eſprit volatile de ſel armoniac; il s'eſt fait en même tems une ébulition conſiderable, avec une petite fumée & un peu de chaleur, puis une coagulation d'une partie de la liqueur en une matiere aſſez ferme, legere, blanche, tres-rarefiée, nageant ſur du ſerum, d'une odeur forte & penetrante.

J'ay mêlé une autre portion d'huile de Camphre avec une pareille quantité d'huile de tartre; il s'eſt fait les mêmes choſes, mais l'ébulition a été un peu moins violente, & la matiere coagulée moins rarefiée. Ces deux coagula-

tions sont encore des portions de Camphre que les alcali ont revivifiez en rompant les pointes de l'esprit de Nitre.

J'ay mis dans une cornuë de verre une autre portion de la même huile de Camphre, & je l'ay fait distiller par un feu mediocre; il en est sorti premierement un esprit de Nitre clair, d'une odeur desagreable tres-penetrante, puis il s'est sublimé au haut de la cornuë un Camphre blanc & jaune, d'une odeur tres-puante, d'un goût de Camphre: j'ay continué le feu jusqu'à ce qu'il ne s'élevât plus rien.

J'ay cassé la cornuë aprés qu'elle a été refroidie; j'ay trouvé dans son fond une matiere resineuse ou gommeuse, dure & noire comme de la poix; j'ay mis le Camphre sublimé dans son esprit de Nitre distillé, il s'est dissout derechef sans feu en peu de tems, & il s'est refait une huile de Camphre plus belle que la premiere, parceque la partie grossiere en a été séparé. Cette huile s'est trouvée toute pareille à celle qu'on a faite avec le Camphre rafiné, excepté qu'elle a senti bien plus mauvais, car elle a acquis par la distillation une odeur d'empireume tres-desagreable.

J'ay voulu voir si les autres acides dissoudroient le Camphre comme fait l'esprit de Nitre; j'en ay mis en digestion chaudement dans le double de son poids d'eau regale, il s'en est dissout la plus grande partie en huile, mais il en est demeuré une portion qui n'a point été réduite en liqueur: j'y ay ajoûté encore un peu d'eau regale, tout s'est dissout. On pourroit donc faire de l'huile de Camphre par le moyen de l'eau regale; mais au lieu que par la methode ordinaire on n'employe que deux parties d'esprit de Nitre sur une partie de Camphre, il faudroit par celle-cy employer trois parties d'eau regale sur une partie de Camphre: la raison de cette augmentation du dissolvant, est que le sel armoniac ni l'esprit de sel qui entrent l'un ou l'autre dans la composition de l'eau regale ne font pas un grand effet sur le Camphre, il n'y a que l'esprit de Nitre qui soit capable de le bien rarefier en huile. Or il ne s'en

rencontre pas assez en deux parties d'eau regale, il en faut encore une troisiéme.

J'ay mis en digestion chaudement dans un matras une portion de Camphre avec trois fois autant pesant de bon esprit de sel, une partie de la matiere s'est à demi dissoute en une maniere d'huile congelée blanche, & l'autre s'est sublimée en Camphre entier : j'y ay ajoûté encore autant d'esprit de sel, & je l'ay remise en digestion sur le feu; mais il ne s'est point fait davantage de dissolution.

J'ay mis en digestion une autre portion de Camphre dans quatre fois autant d'esprit de vitriol ordinaire, il ne s'est fait aucune dissolution, le Camphre s'est sublimé au cou du matras.

J'ay mis en digestion une autre portion de Camphre dans quatre fois autant d'huile de vitriol noire ou la plus caustique, le Camphre s'y est dissout, de maniere qu'il n'a plus paru ni en substance ni en huile, mais sans ébulition. J'attribuë cette dissolution à un souffre qui est dans l'huile de vitriol, le mêlange avoit une odeur d'huile de succin; j'ay jetté de l'eau dans la dissolution, elle est devenuë blanchâtre, & il s'en est séparé un peu de Camphre.

J'ay mis en digestion une autre portion de Camphre avec quatre fois autant pesant d'esprit d'alun tres-fort, il ne s'est fait aucune dissolution, le Camphre s'est sublimé au haut du matras.

J'ay mis dans un matras deux dragmes de Camphre, j'ay versé dessus quatre onces de vinaigre distillé, j'ay fait digerer & boüillir le mêlange au feu de sable, il ne s'est fait aucune dissolution, & le Camphre s'est sublimé.

Aprés avoir essayé les dissolutions du Camphre par des liqueurs acides, j'en ay essayé aussi par des liqueurs alcalines.

J'ay mis en digestion à froid une portion de Camphre dans six fois autant d'esprit volatile de sel armoniac, il ne s'est point fait de dissolution.

J'ay mis en digestion chaudement une autre portion du même Camphre dans huit fois autant d'huile de tartre faite

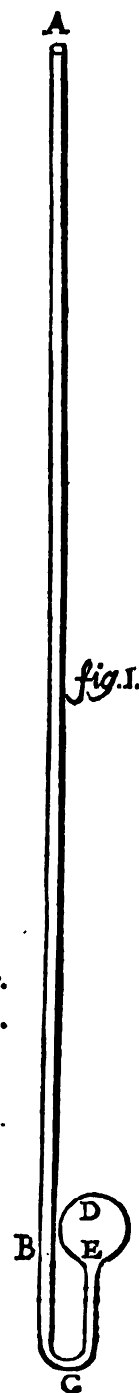
faite par défaillance, il ne s'est point fait de dissolution, & le Camphre s'est sublimé en substance.

J'ay donc reconnu par ces deux dernieres experiences, que le Camphre ne pouvoit être dissout par les sels alcali.

J'ay essayé plusieurs fois de séparer les principes du Camphre sans addition, soit par les distillations ordinaires, soit par les methodes dont on se sert pour tirer l'esprit de souffre, mais je n'ay pû y réüssir : ce mixte s'est toûjours sublimé entier sans aucune séparation de sel volatile ni d'huile, ces principes y sont trop bien liez pour se desunir. Au reste ce n'est pas un grand malheur que cette desunion ne se fasse point, le Camphre est assez volatile & actif en son état naturel pour n'avoir pas besoin d'être developé ou analisé.

BAROMETRES
SANS MERCURE
A L'USAGE DE LA MER.

PAR M. AMONTONS.



S'Il y a de l'air enfermé dans une boule de verre *D*, jointe à un tube aussi de verre *E*, *C*, *B*, *A*, recourbé en *C*, ouvert en *A*, & contenant une liqueur depuis l'entrée *E* de la boule, jusqu'en quelque endroit de sa partie *AB*; on sçait il y a déja long-tems que cet air enfermé en *D* augmente ou diminuë son volume, non-seulement à mesure que l'air exterieur change de chaleur, mais encore à mesure qu'il change de pesanteur. Je ne sçache pas cependant que personne ait encore distingué & déterminé la quantité de ces deux effets, je veux dire, de combien la chaleur & la pesanteur de l'air exterieur, en agissant conjointement sur celui qui est enfermé en *D*, feroient cha-

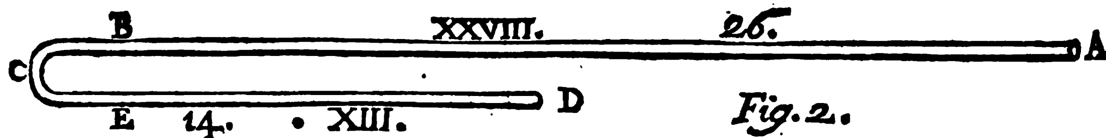
1705. 11. Fevrier. FIGURE I.

cune en leur particulier diminuer ou augmenter ce même volume d'air enfermé ; en un mot, quel seroit le mouvement de la liqueur dans le tube *AB*. Ces deux effets ont toûjours paru difficiles à séparer l'un de l'autre, à cause de la combinaison de plusieurs circonstances qui les font varier presqu'en une infinité de manieres.

Quant à l'effet que la chaleur produit sur cet air, je croy l'avoir suffisamment expliqué dans les Memoires des années 1702 & 1703 : ainsi je n'en diray presentement rien davantage.

Pour ce qui est de l'effet de la pesanteur de l'atmosphere sur ce même air ; à la verité M. Mariotte nous a déja donné quelques experiences & quelques regles là-dessus : mais il ne paroît nulle part que son dessein fût de mesurer par ce moyen les vicissitudes du poids de l'atmosphere, en empêchant que nous n'attribuions l'effet de la pesanteur à celui de la chaleur, & réciproquement celui de la chaleur à l'effet de la pesanteur. Comme cela peut neanmoins avoir son utilité, je vais tâcher de le faire du mieux qu'il me sera possible, en continuant de me servir de ce que M. Mariotte a déja établi là-dessus. Or par ces mêmes experiences il est clair que plus les volumes d'air en *D* seront considerables, plus la liqueur baissera ou haussera dans le tube *A*, *B*, par une même surcharge, ou par une même diminution du poids de l'atmosphere ; & que si cette liqueur en *AB* n'avoit aucune pesanteur, les volumes d'air enfermés suivroient dans leurs changemens les proportions des poids dont ils seroient chargés, ensorte que ces volumes seroient en raison inverse de ces poids.

FIG. I. FIG. II. Ainsi donc supposant la boule *D* allongée en un long cylindre fort menu de la même grosseur que le tube *AC*, & le tout dans une situation horizontale pour éviter le poids de la liqueur ; si cette boule ainsi allongée avoit par



exemple 14 pieds de long, & que la liqueur en *E* fût au commencement de ces 14 pieds lorſque le poids de l'atmoſphere égale 26 pouces de mercure ; cette liqueur avanceroit d'un pied lorſque le poids de l'atmoſphere ſeroit de 28 pouces, ces volumes 14 & XIII étant en raiſon inverſe des poids 26 & XXVIII ; & le même changement du poids de l'atmoſphere auroit fait avancer differemment la liqueur ſuivant que la boule allongée auroit eu plus ou moins de capacité ou de longueur : ainſi elle auroit avancé de deux pieds, ſi la longueur de la boule allongée avoit été de 28 pieds au lieu de 14 ; de 4 pieds ſi cet allongement eût été de 56 pieds ; & ainſi du reſte. Où l'on voit que l'effet du poids de l'atmoſphere ſur l'air de la boule *D*, devient toûjours de plus grand en plus grand, ſuivant que la grandeur de cette boule augmente ; ce que l'on ne peut pas dire de l'effet de la chaleur qui, comme je l'ay déja fait voir ailleurs, ſeroit toûjours égal nonobſtant l'augmentation de ces volumes.

On pourroit donc ſuppoſer la boule *D* ſi prodigieuſement groſſe, que l'effet des changemens de chaleur de l'atmoſphere ne ſeroit plus rien de ſenſible en comparaiſon de l'effet des changemens de ſa peſanteur ; ce qui ſuppoſe toûjours que le tube *AB* ſoit dans une ſituation horizontale. Mais comme dans l'uſage une pareille ſituation eſt incommode, & qu'il eſt plus à propos qu'elle ſoit verticale ; dans cette ſituation la liqueur ne peut paſſer du tube *AC* dans celui *CD*, ou de celui-ci dans l'autre, ſans diminuer l'impreſſion du poids de l'atmoſphere contre l'air enfermé en *D*, ou de celui-ci contre l'atmoſphere ; & cela d'autant plus que la liqueur dont on ſe ſervira ſera plus peſante. Ainſi, par exemple, ſi le poids de cette liqueur eſt à celui du mercure comme 1 à 14, & qu'une quantité de cette liqueur contenuë en *AB* dans l'étenduë de 28 pouces paſſe dans la boule *D* vers *E* ; il eſt clair que cet abaiſſement de 28 pouces de liqueur égaleroit l'effet de l'atmoſphere, dont le poids ſeroit augmenté d'une quantité égale à deux pouces en hauteur de mercure : & comme

nous sçavons par experience que le mouvement du Barometre simple causé par le plus ou le moins de pesanteur de l'atmosphere, ne passe pas ici cette étenduë de deux pouces; il est clair aussi que la marche de la liqueur dans le tube *AB* situé verticalement, ne sçauroit par le changement du poids de l'atmosphere exceder avec une pareille liqueur 28 pouces, quelque grosse que soit la boule *D*: elle ne sçauroit même, à le bien prendre, aller jusques-là; parceque le ressort de l'air en *D* fait toûjours quelque résistance à la diminution de son volume, pour petite que soit cette diminution; & que quelque menu que soit le tube *AB* & par consequent quelque petite que soit la quantité de la liqueur contenuë dans l'étenduë de 28 pouces de ce tube, il est impossible que cette quantité de liqueur étant passée de *AB* en *E* ne diminuë le volume de l'air en *D* de quelque chose. L'étenduë de cette marche de la liqueur dans le tube *AB* sera même considerablement moindre de 28 pouces, lorsque la boule *D* ne sera que d'une mediocre grosseur: & l'experience m'a fait connoître qu'avec une liqueur dont la pesanteur est à celle du mercure environ comme 1 à 14, l'étenduë de cette marche ne peut gueres être que de 20 pouces avec des boules de 2 pouces de diametre; & seulement de 16 pouces avec des boules d'un pouce $\frac{3}{4}$; ce qui diminuëroit encore si la liqueur étoit plus pesante. Mais comme au contraire on peut fort bien y en emploïer qui soit plus legere, & que déja cette marche de 20 pouces est au moins aussi considerable que celle du Barometre double de M. Huguens; rien n'empêche qu'on ne puisse utilement se servir des tubes *ACD*, dans lesquels il y aura de la liqueur depuis le milieu de la partie *AB* jusqu'en *E*, pour connoître par le mouvement de la liqueur en *AB* les changemens de l'atmosphere, de la même maniere qu'on le fait avec les Barometres ordinaires; d'autant plus qu'ils sont plus portatifs, & que n'étant pas à beaucoup prés si susceptibles de mouvement, on peut fort bien s'en servir sur mer, où le branle du Vaisseau n'empêcheroit point d'y remarquer

exactement les differens changemens ; ce qui ne se peut faire avec les ordinaires.

Aprés avoir reconnu que l'étenduë de la marche de la liqueur dans ces tubes par les seuls changemens du poids de l'atmosphere étoit assez considerable pour s'en servir en Barometre, & aprés avoir partagé en 24 parties égales cette étenduë pour en faire une graduation qui marquât les quantités de mercure qui égalent le poids de l'atmosphere dans tous ses changemens ; il me restoit à appliquer cette graduation à ces nouveaux Barometres. Cela ne me parut pas d'abord fort aisé, à cause de l'action de la chaleur, qui changeant continuellement, ne me permettoit pas de pouvoir assigner sur ces tubes aucun endroit fixe à cette graduation. Mais ayant consideré que cela même qui me paroissoit un obstacle, pouvoit me servir de regle en ce que cette graduation devoit toûjours suivre le mouvement que la chaleur causeroit à la liqueur ; & que lorsque la chaleur ne lui causoit aucun mouvement, cette graduation devoit de même rester au même endroit ; je pris le parti de la faire mobile, de la maniere que je vais dire.

Je mis pendant un tems assez considerable un de ces tubes auprés d'un de mes Thermometres, & j'observai la marche de l'un & de l'autre dans des tems où j'étois assuré par l'observation du Barometre que le poids de l'atmosphere n'eût point changé : ce qui me donna le moyen de faire à côté de ce tube une graduation semblable à celles de mes Thermometres, quoique plus grande. Cette graduation marquoit les changemens que la chaleur causoit à la hauteur de la liqueur de ce tube. Aprés cela j'appliquai à côté de cette graduation de l'effet de la chaleur, la graduation que j'avois premierement faite de l'effet de la pesanteur de l'atmosphere ; de sorte que je la pouvois hausser & baisser à ma volonté, & en amener le milieu à tel degré de celle de la chaleur qu'il me plaisoit : & lorsque je voulois connoître le poids de l'atmosphere, je regardois premierement le degré où mon Thermometre se trouvoit, j'amenois ensuite le milieu de la graduation du

Barometre ſur le même degré de celle que j'avois fait à côté du tube, pour marquer les changemens cauſez par la chaleur à la liqueur du tube, qui me marquoit alors ſur la graduation mobile le poids de l'atmoſphere que je cherchois.

Ayant enſuite verifié ces obſervations pendant un tems conſiderable ſur mon Barometre rectifié, je puis aſſurer que j'ay toûjours trouvé les unes & les autres préciſément les mêmes. On aura d'autant moins de peine à le croire, ſi l'on conſidere qu'il n'entre point de mercure dans la conſtruction de ces nouveaux Barometres, & que la chaleur n'agit que tres-foiblement ſur la liqueur qu'ils contiennent, qui d'ailleurs eſt en tres-petite quantité ; ce qui fait que ces Barometres doivent être exemts des défauts que j'ay remarqués dans les ordinaires où l'on emploïe du mercure. Il eſt vrai que la graduation de ces nouveaux Barometres, qui doit comprendre l'effet de la chaleur & celui de la peſanteur de l'atmoſphere, oblige de les faire d'une hauteur qui excede l'ordinaire : mais enfin cela ne ſçauroit aller juſqu'à les rendre inutiles ; ceux dont les boules auroient 2 pouces de diametre pouvant n'avoir que 5 pieds de long, & les autres ſeulement 4 pieds, ce qui n'eſt qu'environ dix pouces plus que les ordinaires lorſqu'ils ſont montez ; & cela ne doit pas empêcher que par les obſervations qu'on en pourra faire ſur mer, on ne tente d'en retirer quelque choſe d'utile pour la Navigation.



OBSERVATION

DES TACHES

Qui ont paru au mois de Janvier de l'année 1705.

PAR M. CASSINI le fils.

NOus apperçûmes le 15 de ce mois de Janvier 1705 deux amas de Taches dans la partie Orientale du disque du Soleil. Les ayant observées avec une Lunete de 17 pieds, chacun de ces amas nous parût composé de diverses Taches entourées d'une atmosphere, telles que nous les avons representées dans la Figure cy-jointe. 1705. 28. Fevrier.

Nous observâmes à midy la hauteur du bord superieur du Soleil de 20ᵈ 22′ 5″, celle de la Tache la plus Orientale de 20ᵈ 5′ 40″, & la hauteur de la plus Occidentale de 20ᵈ 5′ 40″. Le passage de la plus grosse des Taches Orientales précedoit celui du bord Oriental du Soleil de 36″ ½, & le passage de la Tache la plus Occidentale précedoit celui du même bord de 42″ ½.

Ayant décrit dans une Figure qui represente le disque du Soleil, l'Ecliptique & l'Equinoxial des Taches pour ce temps-là, j'ay placé par le moyen de ces observations les Taches dans leur situation, & j'ay trouvé la longitude de la Tache Orientale prise du bord Oriental du Soleil de 61 degrez & demi, & sa latitude Meridionale de 10 à 11ᵈ.

La longitude de la Tache Occidentale étoit de 66ᵈ ½, & sa latitude de 7 à 8; de sorte que ces Taches sont sur deux paralleles qui different sensiblement l'un de l'autre, au lieu qu'elles sont pour l'ordinaire disposées à peu prés sur le même parallele.

Supposant le mouvement journalier des Taches en longitude d'environ 13 degrez, comme on l'a déterminé par un grand nombre d'observations, l'on voit qu'il y avoit

plus de 4 jours qu'elles étoient entrées dans le disque du Soleil, & qu'on les auroit pû appercevoir dés le 11 ou le 12, si le ciel qui avoit été couvert depuis ce temps là nous eût permis de les observer. En effet M. de Plantade nous écrit de Montpellier qu'il les avoit découvert le 12 de ce mois, qu'il en paroissoit 5 ou 6 noires, ce qui lui faisoit conjecturer qu'elles paroîtroient encore long-temps, & qu'on pourroit peut-être les appercevoir dans la révolution suivante.

Suivant nos observations la Tache la plus Occidentale sera passée par le centre le 17 quelques heures avant midy, & la Tache Orientale quelques heures aprés le midy du même jour; & on l'auroit apperçûë jusqu'au 23 de ce mois, en cas qu'elle ne se fût pas dissipée avant ce temps-là; c'est ce qu'on n'a pas pû sçavoir, le temps n'ayant pas été favorable pour les observer.

EXAMEN D'UNE COURBE FORMÉE PAR LE MOYEN DU CERCLE.

PAR M. CARRÉ.

1705. 28. Fevrier. QUoique la consideration des lignes Courbes ne paroisse pas d'un grand usage, & que le public ignorant ait coûtume de regarder ces sortes de speculations comme des rêveries de gens oisifs, il est bon de lui repeter qu'il y en a nombre dont on a tiré de grandes utilitez, comme la Parabole pour le jet des Bombes, la Cycloïde pour regler les Pendules, & plusieurs autres dont il est inutile de faire ici le détail. Si les premiers qui ont pensé à ces Courbes les avoient negligées par cette raison qu'ils n'en connoissoient pas les usages, ils nous auroient privé de ces avantages qu'on en retire. L'on ne doit donc pas regarder

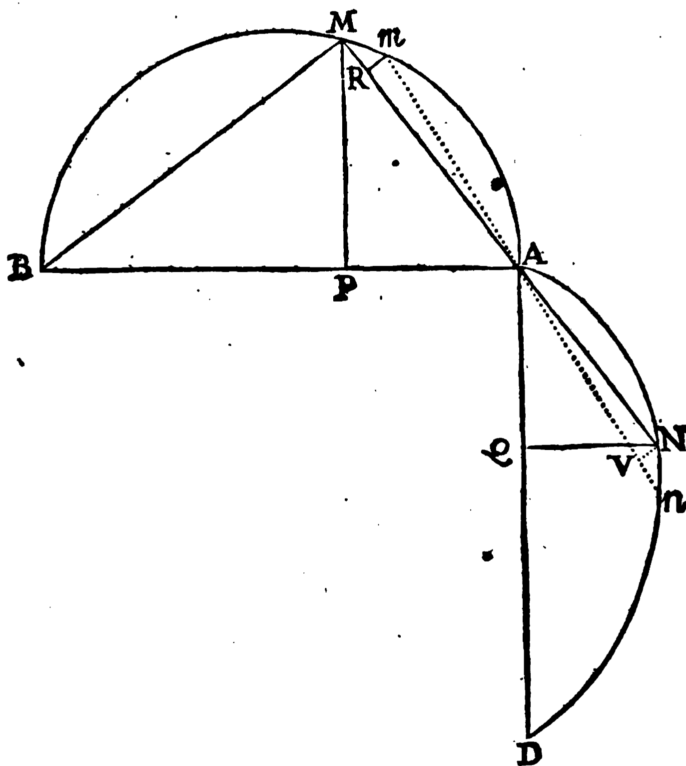
Voyez la Preface de M. de Fontenelles Histoire de l'Acad. 1699.

regarder ces recherches comme de ſimples curioſitez : & même quand c'en ſeroit, on ne doit pas les negliger. Les perſonnes qui compoſent l'Academie des Sciences, pour répondre à ce nom, doivent être veritablement ſçavans, & ſans doute que les Mathematiciens n'y tiennent pas le dernier rang par l'application qu'ils donnent à ces hautes & ſublimes veritez dont peu de gens ſont capables. C'eſt même à ceux qui ont excellé dans ces Sciences, que l'on eſt redevable de la plûpart des découvertes de la Phyſique ; l'étenduë que cette étude des Mathematiques donne à l'eſprit, rendant faciles les queſtions les plus embarraſſées, & où il y a un plus grand nombre de rapports à comparer. Et c'eſt avec grande raiſon que Platon avoit fait mettre au-deſſus de ſa Claſſe ces paroles de Pythagore : Οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. L'on a crû devoir faire ce petit raiſonnement pour fermer la bouche, ſi cela ſe peut, à ceux dont l'ignorance fait toûjours demander à quoi cela ſert-il, comme ſi l'on ne devoit jamais s'appliquer qu'à ce qui eſt utile actuellement ; & ſans doute qu'on s'appliqueroit à bien peu de choſes. Ce n'eſt pas d'aujourd'hui que l'on fait ces ſortes de demandes : car je me ſouviens d'avoir lû dans un des Ouvrages de Galilée, qu'on lui demanda un jour à quoi ſervoit la Geometrie : Et voici ce qu'il répondit : *Dalle dimoſtrazioni della Geometria attenenti alle Miſure, a i Peſi, & a Numeri, s'impara a miſurare i Goffi, a peſar gli Ignoranti, & a numerar gli uni e gli altri.*

La Courbe dont on va expliquer la nature & quelques proprietez en attendant ſes uſages, ſi elle en a, étant inconnuë aux Mathematiciens de l'Academie, pouvoit être regardée comme nouvelle : mais j'ai appris qu'un Geometre nommé M. Koërſma en a parlé ; il détermine même ſa plus grande largeur ſans en donner aucune autre proprieté. L'on va donner ici ſa generation, ſa principale proprieté, ſa tangente, ſa plus grande ordonnée, ſa rectification, & la meſure de l'eſpace qu'elle renferme, en ſe ſervant du Calcul des differences ; calcul qu'on ne ſçauroit trop admirer, puiſqu'il conduit par des routes ſûres, ſim-

ples & faciles aux veritez les plus profondes, les plus generales & les plus composées, & dont il seroit tres-long & tres-difficile, pour ne pas dire impossible, de venir à bout par toute autre methode.

Soit décrit le demi-cercle *AMB*; si l'on suppose que son diametre *AB* se meuve sur le point *A*, tandis que l'extremité *B* parcourt la demi-circonference *BMA*, il est visible que l'autre extremité de ce diametre décrira dans ce mouvement une Courbe *AND* qui a pour axe la ligne $AD = AB$. L'on demande les proprietez de cette Courbe.



Soit le diametre *BA* dans une situation quelconque *MN*; l'on menera du point *M* l'ordonnée *MP*, & la corde *MB*, & du point *N* la ligne *NQ* perpendiculaire

sur AD, ce qui formera les deux triangles AMB, ANQ qui seront semblables. Nommant donc AB, $2r$; AP, x; on aura $PM = \sqrt{2rx - xx}$; $BM = \sqrt{4rr - 2rx}$; $AM = \sqrt{2rx}$; & $AN = 2r - \sqrt{2rx}$. Et faisant $AB\ (2r)$. $AM\ (\sqrt{2rx}) :: AN\ (2r - \sqrt{2rx})$. $QN = \sqrt{2rx} - x$; puis $AB\ (2r)$. $BM\ (\sqrt{4rr - 2rx}) :: AN\ (2r - \sqrt{2rx})$. $AQ = \sqrt{4rr - 2rx} - \sqrt{2rx - xx}$. D'où l'on peut conclure que la proprieté de cette Courbe est telle, que de même que la corde AN de la Courbe est la difference du diametre AB & de la corde AM du cercle, ainsi l'ordonnée QN de la Courbe est la difference de la corde AM & de la partie AP du diametre; & la partie AQ de son axe est la difference de la corde BM & de l'ordonnée MP. Ainsi pour avoir facilement tous les points de cette Courbe, l'on prendra toûjours $QN = AM - AP$; & nommant QN, z; l'équation sera $z = \sqrt{2rx} - x$.

Ce Problême auroit été assez difficile à résoudre, si on l'avoit proposé en cette sorte. Un demi-cercle étant donné avec un triangle rectangle inscrit dedans, & une de ses ordonnées qui part du sommet de ce triangle, trouver une Courbe telle que les trois côtez d'un triangle rectangle fait par son ordonnée, sa corde & la partie de l'axe prise entre son origine & l'ordonnée, soient toûjours les differences des lignes tirées dans le demi-cercle; sçavoir, que l'hypothenuse soit la difference du diametre & de la corde, la base la difference de l'autre corde & de l'ordonnée, & la perpendiculaire la difference de la corde & de la partie du diametre déterminée par l'ordonnée.

Pour avoir la tangente de cette Courbe, on aura pour l'expression de la soûtangente, en nommant AQ, v; $\frac{zdv}{dz}$. Mais $dv = \frac{-rdx}{\sqrt{4rr - 2rx}} - \frac{rdx + xdx}{\sqrt{2rx - xx}}$, & $dz = \frac{rdx - dx\sqrt{2rx}}{\sqrt{2rx}}$; substituant donc ces valeurs, on trouvera que $\frac{zdv}{dz} = \frac{3rxx - 2rrx - xx\sqrt{2rx}}{\overline{r - \sqrt{2rx}} \times \sqrt{2rx - xx}}$.

Pour trouver la plus grande appliquée QN, ou la plus grande largeur de la Courbe, l'on prendra la difference de l'équation $z = \sqrt{2rx} - x$, ce qui donnera $dz = \frac{rdx}{\sqrt{2rx}} - dx = 0$; d'où l'on tire $x = \frac{1}{2}r$; donc $AQ = \frac{r\sqrt{3}}{2}$, & $QN = \frac{1}{2}r$; c'eſt à dire que ſi l'on prend $AP = \frac{1}{2}r$, que l'on mene PM, & que l'on poſe le diametre dans la ſituation MN, le point N ſera celui de la plus grande largeur de la Courbe, ou ce qui revient au même lorſque $AN = AM$: ce qui eſt évident par la generation de la Courbe.

Si $AP = r$, on aura $AM = r\sqrt{2}$, $AN = 2r - r\sqrt{2}$, $QN = r\sqrt{2} - r$, & $AQ = r\sqrt{2} - r$; donc en ce cas AQ & QN ſont égales.

Si $AP = 2r$, alors AQ & QN ſont égales à zero; mais ſi $AP = 0$, $QN = 0$, & $AQ = 2r$. Tout cela eſt évident par la generation.

Pour trouver la longueur de cette Courbe, on le peut faire en pluſieurs manieres; voici celle dont on ſe ſert. L'on ſuppoſe que le diametre ſoit mis dans une autre ſituation mn infiniment proche de MN, & du point A décrivant les petits arcs Rm, VN, cela formera deux ſecteurs ſemblables: faiſant donc $AM\ (\sqrt{2rx})$. $AN\ (2r - \sqrt{2rx})$ :: $Rm\ \left(\frac{rxdx}{\sqrt{2rx} \times \sqrt{2rx - xx}}\right)$. $NV = \frac{rdx\sqrt{2rx} - rxdx}{\sqrt{2rx} \times \sqrt{2rx - xx}}$. Mais $\overline{Nn}^2 = \overline{Vn}^2 + \overline{NV}^2 = \frac{rrdx^2}{2rx} + \frac{rrdx^2 \times 2rx - 2rrxdx^2 \times \sqrt{2rx} + rrxxdx^2}{2rx \times 2rx - xx} = \frac{2rrdx^2 - rdx^2\sqrt{2rx}}{2rx - xx}$, donc $Nn = \frac{dx\sqrt{2rr - r\sqrt{2rx}}}{\sqrt{2rx - xx}}$ qui eſt la differentielle de la Courbe. Pour en prendre facilement l'integrale, je ſuppoſe $\sqrt{2rx} = y$, donc $x = \frac{yy}{2r}$, & $dx = \frac{ydy}{r}$; l'on aura donc $dx\sqrt{2rr - r\sqrt{2rx}} = \frac{ydy\sqrt{2r - y}}{\sqrt{r}}$, & $\sqrt{2rx - xx} = \frac{y\sqrt{4rr - yy}}{2r}$, donc $\frac{dx\sqrt{2rr - r\sqrt{2rx}}}{\sqrt{2rx - xx}} = \frac{2dy\sqrt{r} \times \sqrt{2r - y}}{\sqrt{4rr - yy}}$, & diviſant haut & bas par $\sqrt{2r - y}$, il viendra enfin $Nn = \frac{2dy\sqrt{r}}{\sqrt{2r + y}}$, donc l'integrale $= 4\sqrt{r} \times \sqrt{2r + y}$, & remet-

tant pour y sa valeur $\sqrt{2rx}$, on aura enfin pour la portion indéterminée de la Courbe $4\sqrt{2rr} + r\sqrt{2rx}$. Mais AP devenant AB, $x = 2r$, donc la Courbe entiere $= 8r - 4r\sqrt{2}$.

Maintenant pour trouver l'espace borné par cette Courbe & son axe, l'on multipliera AN $(2r - \sqrt{2rx})$ par $\frac{1}{2}NV\left(\frac{rdx}{2\sqrt{2rx-xx}} - \frac{rxdx}{2\sqrt{2rxx}\sqrt{2rx-xx}}\right)$, ce qui donnera $\frac{rrdx}{\sqrt{2rx-xx}} - \frac{rdx\sqrt{2rx}}{\sqrt{2rx-xx}} + \frac{rxdx}{2\sqrt{2rx-xx}}$ pour la differentielle de l'espace. Mais le premier membre est double d'un secteur circulaire infiniment petit, le second est égal à un petit parallelogramme fait de la corde AM & de l'arc Mm, & le troisiéme est égal au petit segment MAm qui est la differentielle du cercle; d'où l'on doit conclure que la quadrature de cet espace suppose celle du cercle.

REFLEXIONS
SUR LES REGLES
DE LA CONDENSATION DE L'AIR.

Par M. Cassini le fils.

Nous avons déterminé dans le voyage fait pour la prolongation de la Meridienne de Paris, la hauteur de plusieurs montagnes sur la surface de la mer, & entr'autres celle du Puy de Dome, où M. Perier fit des observations de la hauteur du Mercure, rapportées dans le Traité de l'Equilibre des liqueurs de M. Pascal. 1705. 24. Mars.

Comme ces observations ont servi à M. Mariotte pour confirmer ses regles de la condensation de l'air, cela m'a donné occasion de comparer ses regles à nos observations.

M. Mariotte dans son Ouvrage intitulé *second Essay de la nature de l'air*, rapporte quelques experiences qu'il a

faites pour déterminer la condensation de l'air, desquelles il conclud (*pag.* 27.) *qu'on peut prendre pour une regle certaine ou loy de la nature, que l'air se condense à proportion des poids dont il est chargé.*

Sur ce principe il détermine dans la suite, d'une maniere tres-ingenieuse, la hauteur de l'atmosphere d'environ 15 lieuës de 2000 toises chacune.

Il suppose que le Mercure dans son état naturel au niveau de la mer, se tient dans un Barometre à la hauteur de 28 pouces, qui font équilibre avec toute la colomne de l'atmosphere, & qu'alors une ligne de vif-argent soûtient 60 pieds d'air, & la 12e partie de la ligne 5 pieds.

Si l'on suppose que le Mercure soit transporté dans un lieu élevé, ensorte qu'il ne se tienne suspendu qu'à la hauteur de 14 pouces, il ne soûtient plus que la moitié du poids de l'atmosphere, & par consequent l'air, qui selon M. Mariotte se condense à proportion des poids dont il est chargé, y doit être deux fois plus rarefié; & une ligne de vif-argent qui dans l'état naturel au bord de la mer soûtient 60 pieds d'air, soûtiendra dans cet endroit-là 120 pieds, & un douziéme de ligne 10 pieds.

On pourra, ajoûte M. Mariotte, *sçavoir l'augmentation de chaque* 12e *de ligne par les regles dont on se sert pour trouver les logarithmes; mais parceque la somme des progressions Geometriques ne differe guere de la somme qu'on trouveroit en prenant ces progressions selon la proportion Arithmetique, je fais icy le calcul suivant cette derniere proportion, & pour avoir la somme je prends 7 & demi moyen Arithmetique entre 5 & 10, que je multiplie par* 2016 douziémes de lignes, c'est à dire 14 pouces, *le produit* 15120 ou 2520 toises *sera toute l'étenduë de l'air depuis le lieu de l'observation faite au bord de la mer jusqu'à la moitié de l'air en pesanteur*, c'est à dire jusqu'à l'endroit où le Mercure se tient suspendu à la hauteur de 14 pouces.

M. Mariotte détermine ensuite par la même methode le reste de la hauteur de l'atmosphere; & *pour confirmer la bonté de ce calcul de la hauteur de l'air, il l'applique à deux*

celebres observations, dont l'une est rapportée dans le Livre de M. Pascal de l'Equilibre des liqueurs, & l'autre a été faite depuis quelques années par M. Cassini. Celle de M. Cassini est telle.

Il prit la hauteur d'une montagne de Provence qui est sur le bord de la mer, & il la trouva de 1070 *pieds. Le Mercure du Barometre dont il se servoit étoit à* 28 *pouces au plus bas lieu, & au sommet de la montagne il se trouva descendu de* 16 *lignes un tiers.*

M. Mariotte se sert dans l'examen de cette observation d'une progression Arithmetique, suivant laquelle supposant qu'au niveau de la mer 63 pieds de hauteur d'air répondent à une ligne de vif-argent, il trouve que la hauteur où le Mercure a dû diminuer de 16 lig. $\frac{1}{3}$ est de 1080 pieds, *ce qui approche de fort prés les* 1070 *pieds observez par M. Cassini.*

Comme les proportions Arithmetiques dont se sert M. Mariotte dans l'examen de l'observation de mon Pere & de celle de M. Pascal, ne sont pas entierement conformes aux progressions Geometriques qui résultent de la regle de la condensation de l'air qu'il a établie, ce qui quoyque peu sensible dans les petites hauteurs, peut causer des differences plus considerables dans les plus grandes; j'ay crû devoir dresser une Table suivant les principes de M. Mariotte, où j'ay marqué la hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de diminution de hauteur du Mercure depuis le niveau de la mer. J'ay supposé dans cette Table, de même que M. Mariotte, que le Mercure se tient suspendu à 28 pouces au niveau de la mer, & qu'alors 63 pieds de hauteur d'air répondent à une ligne de Mercure.

L'on voit par cette Table que lorsque le Mercure a diminué de 16 lig. $\frac{1}{3}$, la hauteur de l'air qui convient à la derniere ligne est de 66 pieds 1 pouce 9 lignes, & que la hauteur du lieu où l'on a fait l'observation sur le niveau de la mer doit être de 176 toises 5 pouces & 7 lignes, c'est à dire de 1056 pieds 5 pouces 7 lignes, plus petite de 23 pieds

que celle que M. Mariotte a déterminé par sa Progression Arithmetique; ce qui fait voir que la maniere dont il s'est servi pour examiner cette observation, differe considerablement des principes qu'il a établi. Cela paroîtra encore plus visiblement dans les observations que je rapporteray dans la suite, qui ont été faites à des hauteurs plus considerables.

Si au lieu de prendre 63 pieds pour la hauteur de l'air qui répond à une ligne de Mercure au niveau de la mer, on la supposoit de 60 pieds, telle que M. Mariotte s'en sert pour déterminer la hauteur de l'atmosphere, l'on auroit pour 16 lignes $\frac{2}{3}$ de diminution de Mercure, la hauteur de l'air de 1005 pieds beaucoup plus petite qu'on ne l'a trouvée par la supposition précedente. Mais parcequ'il seroit facile d'accorder l'observation de mon Pere avec la regle de M. Mariotte en supposant la hauteur de l'air au niveau de la mer un peu plus grande que celle qu'il a établie, il est à propos d'examiner la seconde observation qui est rapportée dans le Traité de l'Equilibre des liqueurs de M. Pascal, & qu'il tâche d'accorder avec ses principes.

Pag. 196. *La seconde observation*, dit-il, *a été faite en une haute montagne proche la ville de Clermont en Auvergne, dont voici les principales circonstances.*

Le Mercure du Barometre au plus bas lieu étoit à 26 pouces 3 lignes & demi. Ayant été porté à 27 toises de hauteur, il descendit à 26 pouces 1 ligne; à 150 toises il descendit à 25 pouces, & enfin vers le dessus de la montagne 500 toises plus haut que le plus bas lieu de Clermont, le Mercure se mit à 23 pouces 2 lignes. La premiere observation fait connoître que le plus bas lieu de Clermont est beaucoup plus élevé que les Caves de l'Observatoire, & par consequent qu'une ligne de Mercure y doit valoir plus de 63 pieds : on le peut calculer en cette sorte.

La difference entre 26 pouces 3 lignes & demie & 28 pouces, est 20 lignes & demie, & selon le calcul cy-dessus la derniere division doit augmenter d'environ 7 pieds au-dessus de 63; car le produit de 63 par 21 divisé par 168 donne un peu plus de 7 pieds,

pieds, qui ajoûtez à 63 donnent 70 pieds. Supposant donc que la premiere ligne de Mercure valut alors 70 pieds d'air à compter depuis le plus bas lieu de Clermont, M. Mariotte trouve la hauteur du lieu de la derniere observation *de* 2940 *pieds d'air ou de* 490 *toises.*

M. Mariotte se sert dans l'examen de cette observation de deux progressions Arithmetiques. Par la premiere il trouve qu'à 20 lignes $\frac{1}{2}$ de diminution de hauteur de Mercure; la hauteur de l'air qui répond à la derniere ligne du vif-argent est de 70 pieds, au lieu que suivant la Table elle ne doit être que de 67 pieds; de sorte qu'entre la hauteur de l'air qui répond à une ligne de Mercure au niveau de la mer, & celle qui résulte de son calcul lorsque le Mercure est descendu de 20 lignes $\frac{1}{2}$, il trouve par sa progression Arithmetique 7 pieds de difference, au lieu de 4 pieds qui résultent de la progression Geometrique; ce qui cause une erreur de prés du double.

Il se seroit apperçû aisément de ces differences, si en suivant sa regle il avoit fait comme 28 pouces hauteur du Mercure au niveau de la mer, est à 26 p. 3 l. $\frac{1}{2}$ hauteur du Mercure au plus bas lieu de Clermont: ainsi 63 pieds hauteur de l'air au niveau de la mer, est à 67 p. 1 p. hauteur de l'air, qui répond à une ligne de Mercure au plus bas lieu de Clermont.

La seconde progression qu'il fait ensuite l'éloigne encore plus de la veritable; mais afin de ne pas entrer dans un trop long détail, il suffira de comparer avec ce qui résulte de cette progression, ce qui est marqué dans la Table dressée sur ses principes. L'on y verra que la hauteur du Mercure étant diminuée à Clermont de 20 lignes $\frac{1}{2}$, la hauteur de cette Ville sur le niveau de la mer doit être de 222 t. 2 p. 1 l. ou 1334 pieds. Que le Mercure étant diminué de 37 l. $\frac{1}{2}$ depuis Clermont jusqu'au haut du Puy de Dome, c'est à dire de 58 lignes en tout depuis le niveau de la mer, la hauteur de cette montagne doit être de 670 toises sur le niveau de la mer, d'où retranchant 222 toises hauteur de Clermont sur le même niveau, l'on a la hau-

teur du Puy de Dome sur Clermont de 448 toises, au lieu que M. Mariotte l'avoit déterminé par son calcul de 490 toises, & M. Pascal de 500 toises.

L'on verra dans la suite que la hauteur du Puy de Dome sur Clermont est de plus de 500 toises, & differe par consequent davantage des 448 toises qui résultent des principes de M. Mariotte.

L'on peut à present examiner si les observations que M. de la Hire a faites depuis sur le Mont Clairet en Provence, & celles que nous avons faites dans le voyage de la Meridienne s'accordent avec les principes de M. Mariotte.

Celle de M. de la Hire est telle. Il observa sur le Mont Clairet la hauteur du Mercure de 26 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$, & trois heures aprés on fit au bord de la mer la même operation, & on la trouva de 28 p. 2 l. Donc la difference 1 p. 9 l. $\frac{1}{2}$. La hauteur de cette roche fut mesurée de 277 toises.

Suivant la Table calculée sur les principes de M. Mariotte, la hauteur de l'air qui répond à 1 p. 9 l. $\frac{1}{2}$, est de 233 t. 3 p. plus petite de 23 toises & demi que celle que M. de la Hire a déterminée par ses observations.

Une des plus exactes observations que nous ayons faites dans le voyage de la Meridienne, a été sur la Tour de la Massane prés de Collioure. La distance de cette Tour au lieu d'où nous observâmes sa hauteur, étoit déterminée par les triangles de la ligne Meridienne. La hauteur du lieu où nous observions à Collioure au-dessus du niveau de la mer, avoit été mesurée tres-exactement par le moyen d'un cordeau, & l'angle de la hauteur, prise avec un instrument exact étoit de plus de 7 degrez; de sorte qu'une erreur d'une minute dans l'observation n'en auroit pas fait une d'une toise dans la détermination de cette hauteur.

Cette hauteur fut encore verifiée par une observation faite de la Tour de S. Elme, dont on connoissoit exactement la hauteur sur le niveau de la mer. Par la premiere observation l'on a déterminé la hauteur de cette Tour sur

le lieu où nous avions mis à Collioure le Barometre en experience de 397 toises, & sur le niveau de la mer de 408 toises.

Le 12 Mars ayant observé à Collioure la hauteur du Barometre de 28 p. 0 l. nous le transportâmes au pied de la Tour de la Massane, & nous trouvâmes que le Mercure s'y tenoit suspendu à 25 p. 5 l. La difference est de 2 pouces 7 lignes, qui répondent à 397 toises. En regardant dans la Table la hauteur de l'air qui répond à 2 pouces 7 lignes, on trouvera 342 toises au lieu de 397 qu'on a trouvé par l'observation. L'on voit par-là que les hauteurs qui résultent des principes de M. Mariotte ne s'accordent pas avec les observations, & s'en éloignent davantage plus les distances sont grandes; car l'on ne peut pas vrai-semblablement attribuer une difference de 55 toises qui se trouve entre ces hauteurs, à l'erreur qui auroit pû se glisser tant dans la mesure de la hauteur de cette montagne, que dans celle de la hauteur du Mercure; ces observations ayant été faites avec toute l'exactitude que l'on peut souhaiter.

Nous observâmes en trois differentes manieres prés du bord de la mer, la hauteur de Bugarach montagne du Languedoc, que nous déterminâmes de 648 toises.

La hauteur du vif-argent y fut trouvée le 15 Janvier à 2^h aprés midy de 23 p. 8 l. $\frac{1}{2}$. Elle étoit à Paris le 15 à 7^h du matin de 27 p. 3 l. $\frac{1}{4}$, & elle diminua pendant toute la journée d'une demi-ligne; de sorte qu'on peut la supposer de 27 p. 3 l. y ajoûtant 4 lignes qui conviennent à 40 toises hauteur de la Salle de l'Observatoire sur le niveau de la mer, l'on aura la hauteur Mercure au niveau de la mer de 27 p. 7 l. plus grande que celle que l'on a trouvée à Bugarach de 3 p. 10 l. $\frac{1}{2}$.

L'on trouve dans la Table que la hauteur de l'air qui répond à 3 p. 10 l. $\frac{1}{2}$, est de 527 toises plus petite de 121 toises que celle que l'on a déterminée par l'observation de la hauteur de cette montagne, qui fut trouvée de 648 toises. Si l'on avoit pû observer au bord de la mer la hauteur du Mercure en même temps que nous l'avons observé sur

cette montagne, l'on n'auroit rien eu à desirer pour l'exactitude de cette observation : mais nous ne pûmes pas le faire étant appliquez à d'autres observations.

Les deux plus considerables observations que nous ayons faites aprés celles que je viens de rapporter, furent celles de deux montagnes d'Auvergne prés du Mont-d'or, dont l'une est appellée la Coste, & l'autre la Courlande. Nous observâmes sur la premiere qui est élevée sur le niveau de la mer de 851 toises le 9 Octobre 1700 à 3^h aprés midy, la hauteur du Mercure de 23 p. 4 l. Elle fut observée à Paris à 5^h du soir de 27 p. 10 l. plus haute de 4 p. 6 l. que sur le sommet de cette montagne.

Le 12 Octobre à midy nous observâmes sur la Courlande qui est élevée sur le niveau de la mer de 838 toises, la hauteur du Mercure de 23 p. 4 l. Elle étoit à Paris de 27 p. 10 l. plus haute de 4 p. 6 l. que sur le sommet de cette montagne, de même que nous l'avions trouvé le 9 du même mois sur la montagne de la Coste. Cette difference auroit dû être un peu plus petite, à cause que la hauteur de la Courlande est moins considerable que celle de la Coste; mais l'on ne peut pas esperer d'arriver à une plus grande précision, étant impossible qu'il n'y ait quelque erreur tant dans les observations des hauteurs prises avec les instrumens, que dans celles du Barometre observées en deux lieux differens. Ajoûtant 4 lignes qui conviennent à la hauteur de la Salle de l'Observatoire, à 4 pouces 6 lignes difference entre les hauteurs du Mercure observées en même temps à l'Observatoire & sur ces montagnes, l'on aura 4 pouces 10 lignes pour la difference entre le niveau de la mer & la hauteur de ces montagnes, que l'on peut supposer de 844 toises, en prenant un milieu entre les deux observations.

Suivant la Table l'on a pour 4 pouces 10 lignes 669 toises de hauteur, au lieu de 844 toises que l'on a déterminé par les observations, ce qui donne une difference de 175 toises, qui est trop grande pour qu'on puisse l'attribuer à quelque erreur dans les observations : car quoyque cette

montagne ſoit éloignée de la mer, l'on ne laiſſe pas de ſçavoir ſa hauteur avec aſſez d'exactitude ſans beaucoup d'operations, puiſque d'une montagne du Roüergue l'on découvroit d'un côté les Pirenées, & de l'autre les montagnes du Cantal qui ſont dans l'Auvergne, & que ces obſervations ſe trouvent verifiées par pluſieurs autres qui concourent à déterminer la même hauteur à peu de difference prés.

L'on peut preſentement examiner ce qui réſulte de l'obſervation du Mercure faite ſur le Puy de Dome, dont nous avons déterminé la hauteur ſur le niveau de la mer de 810 toiſes.

Il auroit été à ſouhaiter que pendant que M. Perier fit l'obſervation du Mercure ſur le haut de cette montagne & à Clermont, elle eût été faite en même tems à Paris, dont l'on ſçait la hauteur ſur le niveau de la mer. Voici pourtant comme on peut y ſuppléer par quelques obſervations de la plus grande & de la plus petite hauteur du vif-argent qui ont été faites à Paris & à Clermont, & qui ſont rapportées dans une Lettre de M. Perier inſerée dans le Traité de l'Equilibre des liqueurs.

A Clermont le plus haut	26 pou. 11 lig. ½ le 14 Fevrier 1651.
A Paris le plus haut	28 pou. 7 lig. le 3 & le 5 Nov. 1649.
	1 pouce 7 lignes ½ Difference.
A Clermont le plus bas	25 pouc. 8 lig. le 5 Octobre 1649.
A Paris le plus bas	27 pouc. 3 lig. ½ le 4 Octob. 1649.
	1 pouce 7 lignes ½ Difference.

La difference qui ſe trouve entre le plus haut état du Barometre à Paris & à Clermont eſt de 1 p. 7 l. ½, la même qui ſe trouve entre l'obſervation faite entre ces deux Villes lorſque le Barometre étoit dans ſon plus bas état ; ce qui fait conjecturer qu'il y avoit alors de part & d'autre à peu prés la même conſtitution de l'air. Si l'on ſuppoſe que cette difference ſoit celle qui convient à la difference entre la hauteur de Clermont & de Paris, & que le lieu où l'on a fait l'obſervation à Paris ſoit élevé ſur le niveau de

la mer de 25 toises, ausquelles répondent 2 lignes & demie de hauteur de vif-argent, l'on aura 1 pouce 10 lignes de Mercure pour la hauteur de Clermont sur le niveau de la mer.

Suivant la Table l'on a pour 1 pouce 10 lignes 239 toises hauteur de Clermont sur le niveau de la mer, qui étant retranchez de 810 toises hauteur du Puy de Dome sur le niveau de la mer, reste 571 toises pour la hauteur du Puy de Dome sur Clermont, au lieu de 500 toises que la supposoit M. Perier, de 490 que M. Mariotte avoit conclu par son calcul, & de 448 qui résultent de ses principes.

Toutes les observations que je viens de rapporter concourent à donner, à mesure qu'on s'éloigne de la terre, une dilatation de l'air plus grande que celle qui résulte des principes de M. Mariotte. Il semble même dans les deux observations que M. Mariotte avoit comparé avec ses regles qu'il ait senti cette difficulté, & que c'est ce qui l'a obligé de les abandonner en partie pour emploïer une progression Arithmetique qu'il suppose neanmoins ne pas differer sensiblement de la Geometrique, quoiqu'elle s'en éloigne fort, comme je l'ay fait voir dans l'examen de ces observations.

La hauteur de l'air qui résulte des regles de M. Mariotte s'écartant si fort des observations que je viens de rapporter, il ne faut pas s'étonner si elle ne s'accorde pas avec celle que M. Maraldi a établie, qui est fondée sur l'experience, & qui represente assez bien toutes nos observations. On pourra aisément les comparer ensemble, ayant mis dans la Table vis à vis des hauteurs de l'air qui résultent de la regle de M. Mariotte, celles qui sont conformes à nos observations. L'on y verra qu'à 5 pouces de diminution de vif-argent, la hauteur de l'air qui convient à une ligne de Mercure y doit être de 20 toises, deux fois plus rarefié qu'au niveau de la mer, au lieu de 12 toises 4 pouces 8 lignes qui résultent des regles de M. Mariotte, &c.

L'on aura aussi de la peine à concilier les consequences qui suivent de ses experiences & de ses raisonnemens.

1°. Que si on mettoit de l'eau tiede à $\frac{3}{4}$ de lieuë de hauteur, elle boüilliroit; puisque si on en met dans la machine du vuide, elle bout tres-fort dés qu'on a diminué de moitié l'air qui est sous le recipient. 2°. Que s'il y avoit une montagne d'une lieuë & demie, les hommes & les oiseaux n'y pourroient vivre; parceque leur sang n'étant plus pressé que par la moitié du poids de l'air & encore moins, & étant plus chaud que de l'eau tiede, il en sortiroit quantité de bulles d'air qui empêcheroient sa circulation, & troubleroit l'œconomie naturelle du cœur & des autres parties du corps. Suivant nos observations la hauteur de l'air qui convient à une ligne de vif-argent à la hauteur de 844 toises, est de 19 toises 3 pieds un peu moins du double de la hauteur qui convient à une ligne au niveau de la mer, & cependant nous n'y avons senti aucune incommodité causée par la rarefaction de l'air. Si l'on suppose que la dilatation de l'air suive pendant quelque temps la regle que l'on a établie par l'experience, l'on aura sur le Canigon qui est élevé de 1450 toises ou $\frac{3}{4}$ de lieuës sur le niveau de la mer, la hauteur de l'air qui convient à une ligne de Mercure de 24 toises; mais quand même on ne la supposeroit que d'un peu plus de 20 toises, cela suffiroit pour faire tous les effets que M. Mariotte dit devoir arriver. Cependant quoiqu'il y ait plusieurs personnes qui aïent été sur cette montagne, & que même on y ait élevé en 1700 par ordre du Roy une pyramide sur le sommet pour servir à nos observations, nous n'avons pas entendu dire qu'il leur soit arrivé aucun accident.

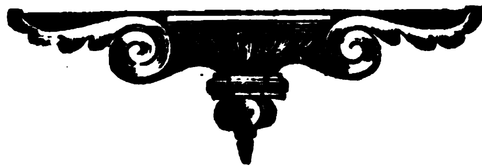


TABLE DE LA HAUTEUR DE L'AIR
qui répond à la hauteur du Mercure dans le Barometre.

Abbaissement du vif argent.		Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant M. Mariotte.				Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant M. Mariotte.				Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant nos observat.		Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant nos observat.		Hauteur du vif argent.	
pouc.	*lign.*	*tois.*	*pieds,*	*pouc.*	*lign.*	*toises,*	*pieds,*	*pouces,*	*lig.*	*toises,*	*pieds.*	*toises,*	*pieds.*	*pouc.*	*lign.*
0	0	10	3	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	28	0
	1	10	3	2	3	10	3	2	3	10	1	10	1		11
	2	10	3	4	6	21	0	6	9	10	2	20	3		10
	3	10	3	6	10	31	4	1	7	10	3	31	0		9
	4	10	3	9	1	42	1	10	8	10	4	41	4		8
	5	10	3	11	4	52	5	10	0	10	5	52	3		7
	6	10	4	1	9	63	3	11	9	11	0	63	3		6
	7	10	4	4	1	74	2	3	10	11	1	74	4		5
	8	10	4	6	5	85	0	10	3	11	2	86	0		4
	9	10	4	8	10	95	5	7	1	11	3	97	3		3
	10	10	4	11	2	106	4	6	3	11	4	109	1		2
	11	10	5	1	7	117	3	7	10	11	5	121	0		1
1	0	10	5	4	0	128	2	11	10	12	0	133	0	27	0
	1	10	5	6	5	139	2	6	3	12	1	145	1		11
	2	10	5	8	10	150	2	3	1	12	2	157	3		10
	3	10	5	11	4	161	2	2	5	12	3	170	0		9
	4	11	0	1	9	172	2	4	2	12	4	182	4		8
	5	11	0	4	3	183	2	8	5	12	5	195	3		7
	6	11	0	6	9	194	3	3	2	13	0	208	3		6
	7	11	0	9	3	205	4	0	5	13	1	221	4		5
	8	11	0	11	10	216	5	0	3	13	2	235	0		4
	9	11	1	2	4	228	0	2	7	13	3	248	3		3
	10	11	1	4	11	239	1	7	6	13	4	262	1		2
	11	11	1	7	7	250	3	3	1	13	5	276	0		1
2	0	11	1	10	2	261	5	1	3	14	0	290	0	26	0
	1	11	2	0	9	273	1	2	0	14	1	304	1		11
	2	11	2	3	4	284	3	5	4	14	2	318	3		10
	3	11	2	6	0	295	5	11	4	14	3	333	0		9
	4	11	2	8	8	307	2	8	0	14	4	347	4		8
	5	11	2	11	4	318	5	7	4	14	5	362	3		7
	6	11	3	2	1	330	2	9	5	15	0	377	3		6
	7	11	3	4	10	342	0	2	3	15	1	392	4		5
	8	11	3	7	7	353	3	9	10	15	2	408	0		4
	9	11	3	10	4	365	1	8	2	15	3	423	3		3
	10	11	4	1	1	386	5	9	3	15	4	439	1		2
	11	11	4	3	11	388	4	1	2	15	5	455	0		1
3	0	11	4	6	9	400	2	7	11	16	0	471	0	25	0

Abbaissement du vif argent.		Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant M. Mariotte.				Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant M. Mariotte.				Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant nos observat.		Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant nos observat.		Hauteur du vif argent.	
pouc.	*lign.*	*toiſ.*	*pieds,*	*pouc.*	*lign.*	*toiſes,*	*pieds,*	*pouces,*	*lign.*	*toiſes,*	*pieds.*	*toiſes,*	*pieds.*	*pouc.*	*lign.*
3	0	11	4	6	9	400	2	7	11	16	0	471	0	25	0
	1	11	4	9	6	412	1	5	5	16	1	487	1		11
	2	11	5	0	4	424	0	5	9	16	2	503	3		10
	3	11	5	3	3	435	5	9	0	16	3	520	0		9
	4	11	5	6	2	447	5	3	2	16	4	536	4		8
	5	11	5	9	1	459	5	0	3	16	5	553	3		7
	6	12	0	0	0	471	5	0	3	17	0	570	3		6
	7	12	0	2	11	483	5	3	2	17	1	587	4		5
	8	12	0	5	11	495	5	9	1	17	2	605	0		4
	9	12	0	8	11	508	0	6	0	17	3	622	3		3
	10	12	0	11	11	520	1	5	11	17	4	640	1		2
	11	12	1	2	11	532	2	8	10	17	5	658	0		1
4	0	12	1	6	0	544	4	2	10	18	0	676	0	24	0
	1	12	1	9	1	556	5	11	11	18	1	694	1		11
	2	12	2	0	2	569	2	0	1	18	2	712	3		10
	3	12	2	3	3	581	4	3	4	18	3	731	0		9
	4	12	2	6	5	594	0	9	9	18	4	749	4		8
	5	12	2	9	7	606	3	7	4	18	5	768	3		7
	6	12	3	0	9	619	0	8	1	19	0	787	3		6
	7	12	3	3	11	631	4	0	0	19	1	806	4		5
	8	12	3	7	2	644	1	7	2	19	2	826	0		4
	9	12	3	10	5	656	5	5	7	19	3	845	3		3
	10	12	4	1	9	669	3	7	4	19	4	865	1		2
	11	12	4	5	0	682	2	0	4	19	5	885	0		1
5	0	12	4	8	4	695	0	8	8	20	0	905	0	23	0
	1	12	4	11	8	707	5	8	4	20	1	925	1		11
	2	12	5	3	0	720	4	11	4	20	2	945	3		10
	3	12	5	6	5	733	4	5	9	20	3	966	0		9
	4	12	5	9	10	746	4	3	7	20	4	986	4		8
	5	13	0	1	4	759	4	4	11	20	5	1007	3		7
	6	13	0	4	9	772	4	9	8	21	0	1028	3		6
	7	13	0	8	3	785	5	5	11	21	1	1049	4		5
	8	13	0	11	10	799	0	5	9	21	2	1071	0		4
	9	13	1	3	4	812	1	9	5	21	3	1092	3		3
	10	13	1	6	11	825	3	4	0	21	4	1114	1		2
	11	13	1	10	6	838	5	2	6	21	5	1136	0		1
6	0	13	2	2	2	852	1	4	8	22	0	1158	0	22	0

Abbaissement du vif argent.		Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant M. Mariotte.				Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant M. Mariotte.				Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant nos observat.		Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant nos observat.		Hauteur du vif argent.	
pouc.	lign.	toiſ.	pieds,	pouc.	lign.	toiſes,	pieds,	pouc.	lig.	toiſes,	pieds.	toiſes,	pieds.	pouc.	lign.
6	0	13	2	2	2	852	1	4	8	22	0	1158	0	22	0
	1	13	2	5	10	865	3	10	9	22	1	1180	1		11
	2	13	2	9	6	879	0	8	0	22	2	1202	3		10
	3	13	3	1	3	892	3	9	3	22	3	1225	0		9
	4	13	3	5	2	906	1	2	5	22	4	1247	4		8
	5	13	3	8	9	919	4	11	2	22	5	1270	3		7
	6	13	4	0	7	933	2	11	9	23	0	1293	3		6
	7	13	4	4	5	947	1	4	2	23	1	1316	4		5
	8	13	4	8	3	961	0	0	5	23	2	1340	0		4
	9	13	5	0	1	974	5	0	6	23	3	1363	3		3
	10	13	5	4	0	988	4	4	6	23	4	1387	1		2
	11	13	5	8	0	1002	4	0	6	23	5	1411	0		1
7	0	14	0	0	0	1016	4	0	6	24	0	1435	0	21	0
	1	14	0	4	0	1030	4	4	6	24	1	1459	1		
	2	14	0	8	0	1044	5	0	6	24	2	1483	3		



QUE LES EXPERIENCES SUR lesquelles on se fonde pour prouver que les liquides se condensent & se refroidissent d'abord avant que de se dilater à l'approche de la chaleur, ne le prouvent point, & que cette condensation apparente est purement l'effet de la dilatation du verre & des vaisseaux qui contiennent ces liqueurs.

PAR M. AMONTONS.

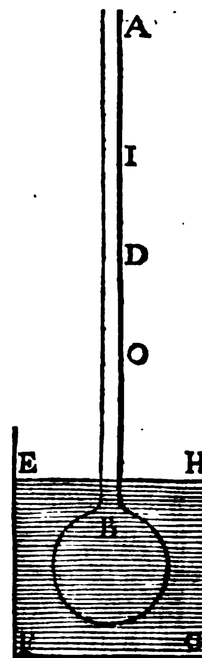
QUoiqu'il semble que les raisonnemens que nous fondons sur l'experience, doivent toûjours être les plus assûrez & les plus justes; toutefois il n'arrive que trop souvent que les differentes manieres dont nous envisageons les choses, jettent nos raisonnemens dans l'erreur, & que manque de nous tenir soigneusement sur nos gardes, nos conclusions sont fausses sur des faits qui nous paroissent tres-certains, parceque nous les croïons appuïez sur l'experience. 1705. 18. Mars.

Dans l'Assemblée du 12 Novembre dernier, je fis voir qu'une bouteille de verre qui se terminoit en un col ou tube fort étroit, étant pleine d'eau jusqu'environ la moitié du tube; je fis voir, dis-je, que la chaleur des mains appliquées contre la bouteille faisoit baisser la liqueur du tube avant que de la faire monter.

M. Geoffroy dans l'Assemblée du 12 May 1700 rapporta un fait semblable. « J'ay mis, dit-il, de l'eau froide dans un grand bassin, j'ay plongé au milieu de l'eau une cucurbite de verre pleine d'eau également froide, & j'ay mis dans la cucurbite un Thermometre tres-sensible. Aprés avoir jetté quatre ou cinq pellées de braise allumée dans l'eau du bassin, la liqueur du Thermometre est descenduë dans l'instant de deux à trois lignes, & aprés quelques momens est remontée, &c. »

Dans mon petit Traité de remarques & d'experiences Physiques imprimé en 1694, page 53, en parlant de deux Thermometres dont l'un étoit plein d'eau seconde ou de départ, & l'autre d'esprit de vin; je dis qu'ayant appliqué la main sur celui à eau seconde, je la vis d'abord baisser dans le tube de plus d'une ligne, aprés quoy elle remonta considerablement pendant que le Thermometre à esprit de vin, que je tenois de l'autre main, se dilata, sans qu'on remarquât d'abaissement dans la liqueur.

Avant tout cela Borelli & Isaac Vossius, le premier dans son Traité de la Percussion Prop. 105, l'autre dans son Traité du Mouvement des vents & de la mer, Chap. 11, rapportent l'un & l'autre de semblables experiences: *Fiat*, dit Borelli, *phiala vitrea* ABC, *ejusque fistula tenuissima* AB, *impleaturque aqua vel quolibet alio fluido usque ad terminum* D: *si postea eadem phiala immergatur intra vas* EFGH *aquâ calidâ plenum, subitò aqua deprimitur à signo* D *usque ad* O; *& è contra si immergatur intra aquam glacialem, subitò aqua sublevatur usque ad signum* I.



Pour ce qui est d'Isaac Vossius, voici comme le Châtelain de Crecy dans sa Traduction rapporte cette experience:
» Si l'on prend, dit-il, une bouteille de
» verre qui ait le ventre large & l'embou-
» chure étroite & soit pleine d'eau froi-
» de, & qu'on la plonge dans l'eau chau-
» de ou tiede simplement; aprés le pre-
» mier resserrement qui n'est que d'un
» moment, & qui au soudain attouchement fait tant soit
» peu baisser l'eau froide, l'eau incontinent se haussera.
» Mais si vous chauffez tant soit peu l'eau qui est dans la
» phiole de verre, & que vous la plongiez dans de l'eau
» froide; vous verrez tout le contraire.

Or quoique chacune de ces experiences ait quelque chose de particulier qui marque qu'elles ont été faites séparément ; elles conviennent toutes en un point, qui est que la liqueur baisse d'abord, avant que de se dilater à l'approche de la chaleur : ce qui ne sçauroit être à moins que la capacité de la boule ou bouteille de verre n'augmente, ou bien que la liqueur qu'elles contiennent ne se condense veritablement, ou enfin que l'un & l'autre ne se fasse ; ce qui a donné lieu à deux opinions differentes. Vossius & M. Geofroy tiennent pour la condensation de la liqueur : Borelli au contraire pour la dilatation du verre ; & c'est aussi mon sentiment : mais la verité étant unique, il faut necessairement que l'une des deux opinions soit fausse, à moins qu'on ne les prouve toutes deux veritables. Cependant il peut fort bien être que ce qu'on prend pour un paradoxe ne soit au fonds qu'un pur paralogisme, & il n'est pas aisé de concevoir comment la chaleur pourroit comprimer une liqueur qui résiste à la compression autant que fait l'eau commune. Tout ce qu'on pourroit dire de plus vrai-semblable là-dessus, seroit que les parties ignées qui sont répanduës dans tous les corps tant solides que fluides, tendent à se réünir aux endroits où elles se trouvent en plus grande quantité ; ce qui leur feroit abandonner pour un tems les endroits où elles seroient en plus petit nombre : Mais outre qu'on ne voit pas clairement la cause de cette réünion, il faudroit du moins que ce raisonnement fut appuié de l'experience ; ce qui n'est pas, comme on le verra dans la suite de ce discours.

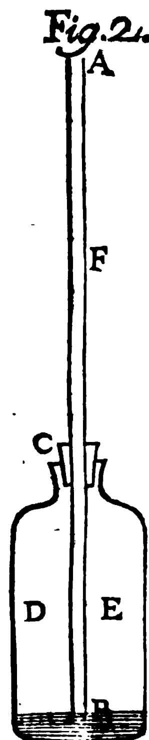
Au reste, comme il est de la derniere importance, si nous voulons étendre nos connoissances, de n'admettre aucun faux principe ; & que nous ne penchons naturellement que trop du côté de ce qui nous paroît surprenant ; il est bon d'examiner soigneusement de ces deux opinions quelle peut être la veritable, d'autant plus que tout le monde ne pouvant pas par soi-même consulter l'experience, on croit celles qui vrai-semblablement doivent être les moins suspectes. Pour le faire d'une maniere qui

pût ne laiſſer aucun doute, voici comme j'ay raiſonné.

S'il eſt vrai que la condenſation de la liqueur, à l'approche de la chaleur, ne ſoit pas ſimplement apparente, mais qu'elle ſoit veritable; il ſuit que l'effet en doit être plus ſenſible, plus la liqueur dont on ſe ſervira ſera ſuſceptible de condenſation: Et ſi c'eſt au contraire la boule qui augmente ſa capacité; l'effet doit être au contraire moins ſenſible avec une liqueur qui ſe condenſe aiſément, parce qu'elle ne peut avoir cette qualité ſans avoir en même tems ſon oppoſée, ſçavoir la rarefaction, & que celle-ci doit effacer l'effet de l'augmentation de la capacité de la boule plus promptement que celle qui ſe rarefieroit plus difficilement; & c'eſt cequi arrive en effet. Car dans l'experience rapportée ci-deſſus des deux Thermometres, l'un plein d'eau ſeconde, l'autre plein d'eſprit de vin, il eſt certain qu'ayant échauffé avec mes mains le plus également qu'il me fût poſſible l'un & l'autre, je n'apperçûs dans l'eſprit de vin aucune condenſation apparente avant ſa dilatation, comme il arriva à l'eau ſeconde qui baiſſa de plus d'une ligne avant que de ſe rarefier, quoique la boule pleine d'eſprit de vin fût 12 fois moins capable que la boule pleine d'eau ſeconde. Or s'il étoit vrai que la liqueur ſe condenſât d'abord à l'approche de la chaleur, cette petite maſſe auroit dû être plutôt penetrée de l'impreſſion que ſi elle eût été plus groſſe: car nonobſtant ſa petiteſſe, ſa dilatation fut plus de ſix fois plus grande que celle de l'eau ſeconde; de ſorte qu'il n'y avoit aucune raiſon qui pût empêcher que l'eſprit de vin qu'elle renfermoit, ne ſe condenſât plus conſiderablement que l'eau ſeconde, ſi la condenſation avoit veritablement eu lieu. D'où il faut neceſſairement conclure que ce n'eſt que la dilatation du verre, qui en augmentant la capacité des boules, produit cette apparence de condenſation dans la liqueur; & qu'on ne doit pas inferer, comme a fait Iſaac Voſſius, que la chaleur condenſe d'abord les liqueurs avant que de les dilater: on ne doit pas non-plus dire que ces liqueurs ſoient plus froides dans ce moment, puiſqu'il

n'y a rien qui nous porte à le croire, & qu'un pareil raisonnement jette dans de faux principes dont les suites sont toûjours préjudiciables au progrez qu'on se propose de faire dans les Sciences.

Quoique cette experience pût suffire seule à faire voir que celles qui ont été rapportées ci-dessus ne prouvent point la condensation ni le refroidissement des liqueurs à l'approche de la chaleur, je m'en suis encore assuré par cette autre. Je fis descendre le tube de verre *AB* qui passe à travers le bouchon de liege *C* qui bouche la bouteille *DE*, d'un peu moins de 3 pouces de diametre & d'environ 4 pouces de haut; je fis descendre, dis-je, le tube de verre *AB* jusques proche le fonds de la bouteille, ensorte que le bas de ce tube trempoit dans un peu d'eau restée au fonds de cette bouteille, le reste de la capacité de la bouteille ne contenant que de l'air qui soûtenoit dans le tube *AB* l'eau en *F* deux ou trois pouces au dessus du bouchon *C*.



Tout le monde sçait que l'air reçoit tres-promptement l'impression du froid & du chaud, & que nous n'avons aucuns Thermometres plus sensibles que ceux qui sont faits de cette maniere. Cependant ayant appliqué les deux mains contre cette bouteille, l'eau du tube n'a pas baissé de plus de deux à trois lignes; & même ayant réïteré plusieurs autres fois cette experience, elle n'a pas baissé du tout, & est ensuite remontée tres-promptement jusqu'au haut du tube; au lieu que lorsque cette bouteille est entierement pleine d'eau, la descente de l'eau dans le tube *AB* est de plus de six lignes par la seule chaleur de la main. J'aurois bien réïteré encore ces experiences par des degrés de chaleur plus considerables que ceux de la main : mais cela m'a paru inutile; celles-ci, selon moy, prouvant suffisam-

ment ce dont il eſt queſtion. Ce n'eſt pas que, ſi la Compagnie le juge à propos, je ne les pouſſe auſſi loin qu'elle témoignera le ſouhaiter.

Avant de finir, il eſt bon de remarquer que par ces mots de Borelli : *Impleaturque aqua vel quolibet alio fluido*, on voit clairement que quoiqu'il n'ait pas pris le change, & qu'il ait veritablement attribué la deſcente de l'air à la dilatation de la boule, il n'a pas neanmoins fait attention à la differente ſenſibilité des liqueurs ; quoique cette difference de ſenſibilité des liqueurs prouve ſeule cette dilatation du verre, & que ſon experience, à le bien prendre, ne prouve rien ; puiſqu'on pourroit fort bien ſuppoſer que la chaleur pourroit produire cette condenſation dans la liqueur, ſi nous n'avions des experiences qui prouvent le contraire.

OBSERVATIONS
DE LA
DECLINAISON DE L'AIMAN

Faites dans un voyage de France aux Indes Orientales, & dans le retour des Indes en France pendant les années 1703 *&* 1704.

PAR M. CASSINI le fils.

1705. 18. Mars. MOnſeigneur Gualtieri Nonce ordinaire du Pape, nous a communiqué depuis peu deux Cartes, qui lui ont été données par M. le Chevalier de Fontenay, qui commandoit les Vaiſſeaux *le Maurepas* & *le Pondichery*, qui ont mené le Legat du Pape aux Indes. L'on a marqué dans chacune de ces Cartes la route qu'ils ont faite jour par jour depuis le Port-Loüis, dont ils ſont partis le 23 Avril 1703, juſqu'à Malacca ; & depuis Malacca juſqu'au Port-

Port-Loüis, où ils arriverent au mois d'Aoust de l'année 1704. Sur l'une de ces Cartes l'on a marqué la variation de l'aiman observée non-seulement dans le voyage de France aux Indes, mais même dans le retour ; & il y en a un nombre beaucoup plus considerable que celui que M. de May avoit marqué sur sa Carte, dont nous avons déja fait le rapport à l'Academie.

Parmi ces observations il y en a plusieurs qui ont été faites les mêmes jours que celles de M. de May. Il y en a aussi quelques-unes dans la Carte de M. de May qui ne sont pas marquées sur la nouvelle Carte ; de sorte qu'il paroît qu'elles ont été faites par differens Observateurs, & peut-être même sur deux Vaisseaux differens, celles qui ont été faites les mêmes jours ne s'accordant pas toutes précisément, & y ayant dans quelques-unes quelque difference qui ne monte pas cependant à plus d'un demi-degré. La correspondance que nous avons déja trouvée entre les variations observées par M. de May & celles qui étoient marquées dans la Carte de M. Halley, nous a porté à examiner celles que nous avons reçû depuis, & nous avons placé sur la Carte de M. Halley toutes les observations qui sont marquées sur ces nouvelles routes, qui sont au nombre de 94.

Pour les placer avec le plus d'exactitude qu'il nous a été possible, l'on a eu égard à la longitude qui est marquée dans ces Cartes differentes. Dans la Carte de M. le Chevalier de Fontenay le premier meridien passe par le Cap-Verd : la longitude du Cap de bonne Esperance y est marquée de 38ᵈ : celle de l'Isle de Bourbon ou de Mascaregne où ils ont pris terre en allant & revenant de 76ᵈ, de Pondichery de 102ᵈ 30′, & de Malacca de 122ᵈ.

Dans la Carte de M. Halley, qui prend pour terme des longitudes le meridien de Londres, la difference entre la longitude du Cap-Verd & celle du Cap de bonne Esperance y est marquée de $33^d \frac{1}{2}$, plus petite de $4^d \frac{1}{2}$ que dans la nouvelle Carte : celle qui est entre le Cap de bonne Esperance & l'Isle de Bourbon de 38ᵈ : entre l'Isle de Bour-

bon & Pondichery de 25^{d} 40′, & entre Pondichery & Malacca de 23^{d}.

La difference entre la longitude du Cap-Verd & du Cap de bonne Esperance n'étant pas la même dans ces deux Cartes, l'on a fait la réduction necessaire pour placer sur la Carte de M. Halley les lieux où la declinaison a été observée dans la nouvelle Carte, qui sont compris entre les meridiens de ces deux Caps. Pour les autres differences qui sont à peu prés les mêmes, il n'a pas été besoin d'y faire de réductions considerables.

L'on voit par la comparaison de ces observations qu'il y en a plusieurs qui donnent la declinaison de l'aiman précisément de même qu'elle est marquée dans la Carte des variations, & que la plus grande partie ne s'en éloigne pas de plus d'un degré. Il y en a quelques-unes qui different plus considerablement, principalement celles qui ont été observées dans le retour, depuis 106^{d} 50′ de longitude & 5^{d} de latitude meridionale, jusqu'à 81^{d} 30′ de longitude & 20^{d} 30′ de latitude meridionale. Ces observations s'éloignent de celles qui sont marquées dans la Carte des variations depuis 3 jusqu'à 8 degrez, & ne s'accordent pas même à celles qui ont été faites dans le voyage de France aux Indes, qui sont un peu plus meridionales. Ainsi l'on peut conjecturer qu'il y a eu quelque cause particuliere qui a produit ces differences.

J'ay marqué dans le Memoire précedent, que si on trouvoit dans l'examen des observations de la variation de l'aiman faites dans plusieurs autres routes, une conformité pareille à celle que l'on avoit trouvée dans celle que j'ay rapportée, l'on pourroit aussi en faire quelque usage pour la détermination des longitudes, principalement dans les mers qui sont au-delà de l'Equateur, où les lignes qui marquent les variations coupent les paralleles plus perpendiculairement. Cela se trouve confirmé par quelques observations que le P. Noël nous a communiquées depuis peu de jours. Voicy ce qu'il rapporte.

» L'année 1684 en navigeant dans les Indes, je me suis

apperçû par plusieurs itineraires des Pilotes, & par les entretiens que j'ay eu avec eux, que la variation de l'éguille a de certains termes & des regles fixes du moins à l'égard de certains lieux de la terre; de sorte que lorsqu'elle est arrivée à certains degrez Nord-Est ou Nord-Oüest, elle retourne vers le Septentrion, & ne parcourt jamais tout le cercle; de sorte qu'autrefois elle étoit Nord-Est en quelques lieux où elle est à present Nord-Oüest. La difference annuelle de cette variation par la comparaison des itineraires de plusieurs années, a été trouvée de 0^d 9′ 30″. Quand je retournay de la Chine l'an 1702 au Cap de bonne Esperance, l'éguille declinoit de 12^d 30′ du Nord vers l'Oüest. A cent lieuës de ce Cap vers les Indes, elle étoit de 15^d. A la pointe de l'Isle de Madagascar elle étoit de 17^d beaucoup plus grande que quand j'y passay la premiere fois en allant aux Indes. Elle garde cette regle assez certainement depuis le Port de Lisbone jusqu'aux Indes; de sorte que les Pilotes, par l'inspection de la variation de l'éguille, sçavent certainement à quelle longitude de la terre & à quel lieu ils sont. Presentement elle est fixe dans le milieu du trajet entre le Bresil & l'Afrique, c'est à dire, elle decline ni à l'Orient ni à l'Occident. Il faut remarquer que l'éguille perd quelquefois sa vertu par la suite du temps, & par la mauvaise temperature de l'air. «

EXPERIENCES

Sur les dissolutions & sur les fermentations froides de M. Geoffroy, réïterées dans les Caves de l'Observatoire.

PAR M. AMONTONS.

APrés que M. Geoffroy eut donné ses experiences sur les dissolutions & sur les fermentations froides, j'eus la curiosité d'assigner leur place sur la graduation de — 1705. 4. Avril.

mon Thermometre, & d'y marquer les degrés de chaleur de ces experiences. Mais M. Geoffroy n'ayant déterminé que fort generalement & le Thermometre dont il s'est servi, & la temperature du lieu où il a fait ses experiences, je le priay de vouloir bien que nous en rëiterassions ensemble les plus considerables avec mes Thermometres dans les Caves de l'Observatoire, dont la temperature toûjours égale sembloit mieux convenir pour ces experiences qu'aucun autre lieu.

Aprés avoir pris jour, je fis porter dés la veille dans ces Caves toutes les liqueurs & tous les Thermometres necessaires, entre lesquels il y en avoit deux fort sensibles à air & à eau seconde: j'y joignis un Barometre double pour m'assurer si le changement du poids de l'atmosphere ne causeroit point d'erreur dans ces Thermometres qui sont ouverts par le haut de leur tube. De ces deux Thermometres à air, l'un étoit destiné à rester toûjours proche le Barometre en un lieu écarté, où l'on auroit soin à chaque fois qu'on se seroit servi de l'autre, de rapporter celui-ci auprés du premier pour le laisser revenir à la temperature des Caves, & pour s'assurer en même tems par l'observation du Barometre s'il n'y seroit point arrivé de changement de la part du poids de l'atmosphere: Ces précautions prises, nous fîmes le lendemain, M. Geoffroy & moy, les experiences suivantes.

PREMIERE EXPERIENCE.

Dans la pinte d'eau commune où M. Geoffroy dans ses experiences particulieres avoit jetté quatre onces de sel ammoniac, & où il dit que son Thermometre avoit baissé de trente-trois lignes, celui à air baissa de huit pouces, qui par réduction valent dix-sept lignes de la graduation de mon Thermometre. Ce qui marqueroit, si l'on pouvoit compter constamment sur l'effet des experiences, que le Thermometre dont M. Geoffroy s'est servi seroit d'une sensibilité presque double du mien, à quoy cependant il y a assez d'apparence, puisque M. Geoffroy rapporte que

ſon Thermometre eſt un Thermometre ordinaire de dix-huit pouces de long, & que l'étenduë du mien, de nos plus grands froids à nos plus grandes chaleurs eſt de 8 à 9. pouc.

Nous repetâmes la même experience, excepté qu'on ne jetta que demi-once de ſel ammoniac dans demi-ſeptier d'eau, & qu'on ſe ſervit d'un de mes Thermometres que je nomme à eſprit de vin, qui ne ſont cependant la plûpart qu'à eau de vie, lequel ne baiſſa que de dix lignes, c'eſt à dire ſept lignes moins que celui à air; dequoy nous pouvons donner deux raiſons: la premiere, que l'eau de vie recevant l'impreſſion plus lentement que l'air, l'effet du refroidiſſement eſt paſſé avant que toute l'eau de vie en ait reçû l'impreſſion entiere: la ſeconde, que la doſe du ſel ammoniac comparée à celle de l'eau étoit de moitié moindre.

SECONDE EXPERIENCE.

Dans la pinte d'eau commune où M. Geoffroy avoit jetté quatre onces de ſalpetre & où ſon Thermometre avoit baiſſé de quinze lignes celui à air baiſſa de cinq pouces quatre lignes, qui par réduction valent environ douze lignes de mon Thermometre.

La même experience ayant été repetée avec demi-once de ſalpetre dans demi-ſeptier d'eau avec mon Thermometre à eau de vie, il ne baiſſa que d'environ huit lignes.

TROISIE'ME EXPERIENCE.

Au lieu de la pinte d'eau commune où M. Geoffroy avoit jetté quatre onces de vitriol, & où ſon Thermometre avoit baiſſé de douze lignes, nous ne mîmes que demi-once de vitriol dans demi-ſeptier d'eau; & mon Thermometre à eau de vie n'a ni baiſſé ni monté.

QUATRIE'ME EXPERIENCE.

Au lieu de la pinte d'eau commune où M. Geoffroy avoit jetté quatre onces de ſel marin, & où ſon Thermometre avoit baiſſé de dix lignes, nous ne mîmes que demi-

once de ſel marin dans demi-ſeptier d'eau ; & mon Thermometre à eau de vie baiſſa à peine de demi-ligne.

CINQUIÉME EXPERIENCE.

Dans les quatre onces de vinaigre diſtilé où M. Geoffroy avoit jetté une once de ſel ammoniac, & où ſon Thermometre avoit baiſſé de vingt-ſept lignes, mon Thermometre à eau de vie ne baiſſa que de neuf lignes.

SIXIÉME EXPERIENCE.

Dans les trois onces d'huile de vitriol où M. Geoffroy avoit jetté demi-once de ſel ammoniac, & où ſon Thermometre avoit baiſſé de quarante-deux lignes, mon Thermometre à eau de vie ne baiſſa que de neuf lignes.

A la vapeur de cette mixtion où M. Geoffroy rapporte que ſon Thermometre monta conſiderablement ſans marquer la quantité, le Thermometre à air ne monta que de quatre pouces deux lignes, qui par réduction ne valent que neuf lignes de mon Thermometre.

Dans cette derniere experience, & dans les 5e, 4e, 3e & 2e, l'effet du refroidiſſement eſt plus conſiderable par les experiences particulieres de M. Geoffroy, que par celles que nous avons faites conjointement.

SEPTIÉME EXPERIENCE.

Au lieu des quatre onces de vinaigre diſtilé dans leſquelles M. Geoffroy avoit jetté une once de ſel volatile d'urine, & où ſon Thermometre a baiſſé de vingt-une lignes, nous mîmes dans trois onces de vinaigre diſtilé demi-once de ſel volatile : ainſi la doſe du vinaigre étoit plus forte que celle du ſel volatile : & mon Thermometre à eau de vie eſt baiſſé de quatorze lignes.

HUITIÉME EXPERIENCE.

Dans les trois livres de vinaigre diſtilé dans leſquelles M. Geoffroy aprés M. Homberg avoit jetté une livre de ſublimé corroſif & une livre de ſel ammoniac, & où il ne

marque point l'abaiſſement de ſon Thermometre, le mien à eau de vie baiſſa de trente lignes; ce qui eſt préciſément l'endroit de la congelation de l'eau commune: & le Thermometre à air baiſſa de dix-ſept pouces, qui par réduction valent trente-ſept lignes de mon Thermometre; ce qui eſt ſept lignes plus que la congelation de l'eau: d'où on peut conclure que cette mixtion empêche l'eau de ſe geler, quoiqu'elle lui causât un plus grand froid qu'il ne lui en faut pour cela: peut-être auſſi n'eſt-ce qu'à cauſe que ce froid n'eſt qu'inconſtant.

Outre ces experiences que M. Geoffroy a rapporté dans les Memoires de 1700, nous fîmes encore les trois ſuivantes.

NEUVIE'ME EXPERIENCE.

Dans demi-ſeptier d'eau commune demi-once de ſel de tartre fit monter le Thermometre à eau de vie, de treize lignes.

DIXIE'ME EXPERIENCE.

Dans une pinte d'eau où il y avoit quatre onces de ſel de tartre, le Thermometre à air a monté cinq pouces trois lignes, qui par réduction valent un peu plus d'onze lignes de mon Thermometre.

XI. ET DERNIERE EXPERIENCE.

Dans une chopine d'eſprit de vin, demi-ſeptier ou chopine d'eau a fait monter le Thermometre à air ſept pouces, qui par réduction valent quinze lignes de mon Thermometre.



SUITE DES ESSAYS DE CHIMIE.

ARTICLE TROISIE'ME.

DU SOUPHRE PRINCIPE.

PAR M. HOMBERG.

1705. 22. Avril. NOus nous appercevons d'une matiere sensiblement huileuse ou grasse dans les Analyses de tous les Animaux, de toutes les Plantes & de quelques-uns des Mineraux, laquelle jusqu'à present a été prise pour le principe Chimique du Souphre: mais comme, selon nôtre idée, nous ne prenons pas pour principe Chimique les matieres qui pourront être divisées par nos Analyses en matieres plus simples, & que les huiles, telles que nos Analyses nous les donnent, se peuvent réduire par une Analyse particuliere en des matieres plus simples qui composent ces huiles, elles ne peuvent pas être nôtre Souphre principe.

Puis ayant supposé dans le commencement de ces Essais que le Souphre principe est le seul principe actif, qui doit par consequent se trouver dans tous les mixtes, & que cette matiere sensiblement huileuse, manquant dans la plus grande partie des matieres minerales, elle ne pourra pas être nôtre seul principe actif.

Dans les Analyses que nous avons fait des huiles, toute leur substance se réduit en beaucoup de liqueur aqueuse, en une partie de terre insipide, & en un peu de sel en partie fixe, en partie volatile, le vrai Souphre principe qui lioit ces autres principes ensemble pour en faire de l'huile se perd absolument dans l'Analyse, parceque tout le soin de l'Artiste dans cette operation ne va qu'à séparer les principes

principes les uns des autres ; & comme le Souphre principe ne peut pas nous être ſenſible que pendant qu'il eſt joint à quelqu'un des autres principes qui lui ſerve de vehicule, comme nous l'avons remarqué dans nôtre premier Article, il échapera toûjours à celui qui voudra le dépoüiller de toute matiere heterogene.

Nous pouvons conſiderer la matiere ſulphureuſe mêlée ou enchaſſée dans quelque matiere aqueuſe, ſaline, terreuſe ou mercurielle, & alors elle nous paroîtra ſous differentes figures, d'eſprit de vin, d'huile, de bitume, de matiere metallique, &c. qui ne ſont pas nôtre Souphre principe.

Nous la pouvons conſiderer auſſi toute pure & ſans aucun mêlange : c'eſt dans cette derniere ſignification que nous l'appellerons nôtre Souphre principe & nôtre ſeul principe actif, laiſſant aux premiers mêlanges le nom ſimplement de Souphres ou de matieres ſulphureuſes.

Tous les mixtes qui paſſent par une Analyſe rigoureuſe ou tres-exacte, perdent, comme nous avons dit, le Souphre principe qui avoit composé ces mixtes ; enſorte que plus l'Artiſte ſe met en peine de le débroüiller, moins il le trouve. Nous n'avons donc aucune connoiſſance poſitive du Souphre principe par le moïen de nos Analyſes, ou par la décompoſition des mixtes ; ce qui m'a fait penſer que l'on pourroit peut-être en découvrir quelque choſe dans les compoſitions des mixtes artificiels. En effet, pluſieurs operations de cette nature m'ont donné des indices que c'eſt la matiere de la lumiere qui eſt nôtre Souphre principe, & le ſeul principe actif de tous les mixtes.

Pour rendre cette opinion intelligible & vrai-ſemblable, il faut que je faſſe concevoir premierement que la matiere de la lumiere eſt toûjours agiſſante, ce qui me paroît un attribut inſéparable du principe actif. En ſecond lieu que cette matiere ſe peut introduire dans les autres principes, les changer de figure, les augmenter de poids & de volume, & les joindre differemment enſemble pour en produire tous les mixtes qui nous tombent ſous les ſens,

ce qui eſt le caractere que nous donnons à nôtre Souphre principe.

Pour établir le premier, ſçavoir que la matiere de la lumiere eſt toûjours agiſſante, il faut que je ſuppoſe d'abord que cette matiere eſt la plus petite de toutes les matieres ſenſibles; de ſorte qu'elle paſſe librement au travers & par les pores de tous les corps que nous connoiſſons, c'eſt à dire que l'aſſemblage des parties de tous les autres corps laiſſe d'aſſez grands vuides entr'elles, pour donner un paſſage tres-libre à la matiere de la lumiere; d'où il s'enſuit que tous les autres corps ne ſont pas capables de pouſſer & de mouvoir la matiere de la lumiere, à peu prés comme une raquette pour joüer à la paume n'eſt pas capable d'enlever des grains de ſable, parceque les mailles de la raquette ſont incomparablement plus larges que les grains de ſable ne ſont gros; & par conſequent pour mouvoir & pour pouſſer une certaine maſſe de la matiere de la lumiere, il faudra un corps tres-ſolide dont les pores ſoient remplis & bouchez par la matiere de la lumiere même, qui s'y ſoit arrêtée, au moins pour un temps, pour empêcher le paſſage à toute autre matiere de la lumiere, que ce corps pourra rencontrer lorſqu'il remuëra ou qu'il changera de place.

Mais comme tout corps qui a des pores a auſſi des parties ſolides, qui ne ſont pas aiſément penetrées par la matiere de la lumiere, ces parties ſolides pouſſeront & déplaceront toûjours la matiere de la lumiere qu'elles rencontreront en leur chemin; mais ce n'en ſera qu'une petite partie, qui ne ſera pas conſiderable pour la production de la plûpart des effets de la matiere de la lumiere, comme par exemple les grains de ſable qui toucheront les cordes & le bois de la raquette ne laiſſeront pas d'en être pouſſez, mais ils ſeront en tres-petit nombre en les comparant à ceux qui paſſeront au travers des mailles de la raquette.

Je ſuppoſe en ſecond lieu que la flame eſt un mêlange de la matiere de la lumiere avec l'huile du bois ou de quel-

qu'autre corps que ce soit qui brûle, & que cette huile étant la partie sulphureuse du mixte, c'est à dire celle dans laquelle s'est arrêtée la matiere de la lumiere qui agit dans ce mixte, elle est plus propre qu'aucune autre partie de ce mixte pour en recevoir & pour en retenir une plus grande quantité lorsqu'elle se presentera pour la penetrer. La matiere de la lumiere étant entrée en assez grande quantité dans cette huile, elle en étend la masse & en augmente le volume autant que l'huile est capable de s'étendre, & en remplit en même temps tous les interstices de sa propre substance. Ce mêlange pour lors devient ce que nous appellons flame, c'est à dire un corps huileux sans pores, ou dont les pores sont exactement remplis de la matiere de la lumiere qui s'y est arrêtée : la flame est par consequent plus solide, dans ce sens, que tous les autres corps que nous connoissons, elle est continuellement agitée & enlevée par l'air, & ne donne aucun passage à la matiere de la lumiere qu'elle rencontre dans l'air qu'elle traverse ; & comme la flame se fait place pour passer au travers de l'air, & qu'elle change continuellement de figure, elle pousse & elle range la matiere de la lumiere qu'elle touche immediatement, & qui est répanduë dans les interstices de l'air qui l'environne.

Tous les interstices de l'air étant pleins de la matiere de la lumiere, celle qui est immediatement déplacée par la flame, déplace & pousse sa voisine tout à l'entour d'elle, & ainsi de suite une grande quantité de cette matiere est poussée & remuée selon le mouvement & selon la grosseur de la flame, c'est à dire selon le plus ou le moins de volume que cette flame prendra successivement dans l'espace qu'elle occupe. Tous les corps qui se trouveront dans la sphere sensible de ce mouvement, en seront pressez plus ou moins fortement qu'ils seront proches de la flame qui est le centre de cette sphere.

Je suppose encore que tout l'Univers est rempli de la matiere de la lumiere, & que le Soleil & toutes les étoiles fixes qui sont répanduës dans l'espace infini de l'Univers

ſont autant de flames, dont le principal office eſt de remüer & de pouſſer continuellement cette matiere de la lumiere, qui par-là heurte & penetre tout ce qu'elle rencontre de corps poreux dans tout cet eſpace immenſe qui en eſt rempli. Et comme tous les corps opaques font un ombre à l'oppoſite du Soleil, c'eſt à dire un eſpace où la matiere de la lumiere eſt moins pouſſée que dans les endroits qui ſont immediatement expoſés au Soleil, les flames particulieres que nous faiſons par le moyen des matieres combuſtibles, ſuppléent à l'abſence du Soleil, tant pour les actions en general de la matiere de la lumiere, que pour celle en particulier qui produit en nous la ſenſation de la vûë.

Il eſt donc conſtant, ſelon ces ſuppoſitions, qui ſont vraies, que la matiere de la lumiere eſt continuellement en mouvement & agiſſante ſur tous les corps poreux qui ſont dans l'Univers; ce qui ſuffit pour l'éclairciſſement du premier point.

Quant au ſecond, où nous nous ſommes engagé de faire voir que la matiere de la lumiere ſe peut introduire dans les autres principes, les changer de figure, les augmenter de poids & de volume, & les joindre differemment enſemble, ce que nous avons mis pour le caractere de nôtre Souphre principe, il ſuffira de rapporter icy quelques-uns des faits qui ont été l'occaſion de l'idée que je propoſe preſentement.

Le mercure commun ayant été purifié ſuffiſamment par le fer & par l'antimoine, devient plus vif & plus liquide qu'il n'étoit avant cette purification : cependant en le mettant en digeſtion à une chaleur qui lui convient, il arrive que ce mercure, ſans y ajoûter aucune autre matiere ſenſible, s'arrête peu à peu & ne coule plus, contre le naturel de ce mineral, ſe changeant en une poudre noire, blanche ou rouge, ſelon qu'il plaît à l'Artiſte; cette poudre devient plus peſante que n'étoit le mercure quand on l'a mis en digeſtion, & enfin de tres-volatile qu'étoit ce mercure, juſqu'à ſe ſublimer par un petit feu

de lampe, il devient par une longue cuiſſon ſi pareſſeux au feu, qu'il en ſouffre la rougeur pendant plus de vingt-quatre heures, & en le pouſſant vivement au feu nud, la plus grande partie s'en va à la verité en fumée, mais il reſte un petit grain de métail dur, qui s'eſt formé dans ce mercure.

En examinant cette operation, l'on voit premierement qu'il s'eſt introduit quelque choſe dans ce mercure, puiſqu'il eſt devenu plus peſant : ſecondement que ce qui s'y eſt introduit l'a changé de nature, puiſqu'il ne coule plus, & qu'il devient en partie malleable : troiſiémement ce qui s'y eſt introduit s'unit parfaitement au mercure, de ſorte que le grand feu ne l'en ſçauroit ſeparer, puiſqu'il reſte un grain de métail, qui eſt à l'abri de la violence du feu.

Il ne ſervira de rien de dire icy qu'il n'y a qu'une tres-petite quantité, peut-être un deux centiéme du mercure qui devient métail malleable, il ſuffit qu'il y en ait un peu ; il y en auroit peut-être eu davantage ſi on l'avoit laiſſé pendant pluſieurs années en digeſtion, ou ſi on l'avoit traité d'une autre maniere qui pourroit être meilleure que celle dont on s'eſt ſervi.

Cependant en toute cette operation il n'y a eu que le feu ſeul qui ait touché le mercure, non pas immediatement, mais au travers d'un vaiſſeau de verre. Nous avons dit cy-deſſus que le feu ou la flame n'eſt autre choſe qu'un mêlange de la matiere de la lumiere & de l'huile du charbon, ou de quelqu'autre corps qui brûle ; on ne pourra pas dire icy que c'eſt l'huile de ce charbon qui a échauffé le fourneau, qui ſe ſoit introduit & reſté dans le mercure pour le rendre plus peſant, puiſque l'huile ne ſçauroit paſſer par les pores du verre : c'eſt donc la partie du feu qui s'eſt ſeparée de l'huile du charbon, c'eſt à dire la matiere de la lumiere qui compoſoit avec l'huile du charbon la flame qui a échauffé le fourneau, & cela doit neceſſairement être ainſi ; parce qu'aucune autre matiere que celle de la lumiere n'a pû paſſer au travers des pores du verre pour ſe joindre au mercure. Nous pouvons donc

être assuré qu'il n'y a que la matiere de la lumiere seule qui s'est introduite dans nôtre mercure, que c'est cette matiere qui l'a rendu plus pesant & qui l'a changé de nature.

Nous avons un fait incontestable qui confirme ce que je viens de dire, & qui prouve que la matiere de la lumiere seule, & sans l'approche ou le mêlange de quelque matiere combustible, se peut introduire dans un corps, y rester, le rendre plus fixe & l'augmenter considérablement de poids : C'est la calcination du regule d'antimoine aux rayons du Soleil par le miroir ardent.

M. Duclos a fait cette operation autrefois avec un des miroirs ardens de l'Observatoire. Il marque d'avoir trouvé prés de deux gros d'augmentation sur quatre onces de regule, ce qui fait environ un seiziéme du total : mais comme les miroirs ardens sont fort incommodes pour cette operation, à cause de la reflection des rayons du Soleil qui s'y fait de bas en haut, je l'ay fait plus aisément avec le grand verre ardent de Monseigneur le Duc d'Orleans : J'y ay exposé quatre onces de regule de Mars en poudre environ un pied & demi éloigné du vrai foyer du verre ardent ; je l'ay remué de temps en temps avec une cuilliere de fer, jusqu'à ce qu'il n'en sortit plus de fumée, qui avoit été tres-épaisse & en grande quantité pendant le temps de la calcination ; de sorte que l'on y auroit pû soubçonner plutôt beaucoup de diminution, qu'une augmentation de poids. Cependant aprés une bonne heure d'exposition à ce degré de chaleur, le regule n'y fumant plus, il a pesé quatre onces trois gros & quelques grains, ce qui fait une augmentation environ d'un dixiéme.

J'ay voulu voir si cette augmentation resteroit aprés la fonte de ce regule calciné ; je l'ay donc exposé au vrai foyer du verre ardent, il s'y est fondu promptement en un verre orangé, qui n'a pesé que trois onces & demie, c'est à dire qu'il a perdu dans la fonte un huitiéme du total & les trois gros d'augmentation.

Il y a toute apparence que cette augmentation n'est

provenuë que des rayons du Soleil, ou de la matiere de la lumiere qui s'eſt engagée dans le regule pendant le peu de temps qu'il a été expoſé au verre ardent, puiſqu'aucune autre matiere ne l'a pû toucher pendant tout le temps de la calcination : ce regule ayant été expoſé enſuite à une plus forte chaleur, c'eſt à dire au vrai foyer de ce verre ardent, l'impetuoſité de ce foyer, en fondant ce regule calciné, a enlevé tout ce que la chaleur moderée y avoit introduit.

Mais comme dans la fonte il s'eſt trouvé une demie-once de perte ſur les quatre onces de regule, nous pouvons croire que la groſſe fumée qui s'eſt évaporée pendant le temps de la calcination, a été cette demie-once de regule qui s'eſt trouvée perduë aprés la fonte, & qu'ainſi nous devons compter ſept gros d'augmentation par les rayons du Soleil, puiſqu'aprés la calcination le regule a peſé quatre onces trois gros, qui font ſept gros de plus que ce qui eſt reſté aprés la fonte ; ce qui eſt un effet tres-ſenſible, & l'on ne ſçauroit douter qu'il ne ſoit produit par la matiere de la lumiere.

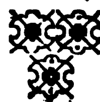
La fabrique du minium, celle de la chaux vive, & pluſieurs autres operations prouvent la même choſe, avec d'autres circonſtances que je rapporteray une autre fois. Il ſuffit que par cette derniere operation j'aye prouvé que la matiere de la lumiere s'introduit dans les corps poreux, s'y arrête & en augmente le poids & le volume, & que par la précedente operation j'aye prouvé que la matiere de la lumiere qui s'eſt engagée dans le mercure y eſt reſtée inſéparablement, même au grand feu, & qu'elle a changé la forme du mercure en celle du métail malleable & ductile.

J'ay mieux aimé donner à nôtre Souphre principe le nom de matiere de la lumiere, que celle de la matiere du feu, quoyque ce ſoit proprement la même choſe, & cela pour éviter l'équivoque que le mot de feu pourroit laiſſer dans l'eſprit de quelques-uns ; parceque le mot feu ſignifie communément trois choſes qui ne laiſſent pas d'ê-

tre essentiellement distinctes, dont la premiere significa-tion & la plus grossiere est celle de l'attribuer à un corps actuellement embrasé, comme par exemple à un fer rou-ge, aux charbons ardens, au bois qui brûle, &c. La se-conde & la plus commune est celle de l'attribuer à la fla-me qui rougit le fer, qui rend les charbons ardens, & qui enflame le bois: mais la troisiéme signification & la plus propre est celle qui produit la flame, laquelle fait tous ces autres effets que nous remarquons dans le fer rouge, dans les charbons ardens, &c. ce qui n'est autre chose que la matiere de la lumiere lorsqu'elle penetre en assez grande quantité un corps combustible, comme nous l'avons ex-pliqué dans le commencement de cet article.

Estant donc persuadé que la matiere de la lumiere est la seule qui peut penetrer tres-librement tous les corps poreux, & qui est la seule qui agit toûjours, comme nous l'avons montré dans la premiere partie de cet article; & que cette matiere est capable de s'introduire dans tous les autres corps, de s'y arrêter & de les changer par-là de fi-gure, de poids & de volume, nous avons crû que nulle autre matiere ne pouvoit être nôtre Souphre principe & nôtre seul principe actif, que la matiere de la lumiere.

Nous nous contenterons pour le present de l'avoir éta-bli, il reste maintenant à montrer de quelle maniere cette matiere agit sur les autres principes pour produire les ma-tieres sulphureuses connuës, de combien d'especes sont ces matieres sulphureuses, & en reconnoître les proprie-tez & les effets; ce que nous tâcherons de faire dans un autre Memoire.



NOUVELLES

NOUVELLES REMARQUES SUR L'AIMAN, ET SUR LES AIGUILLES AIMANTÉES.

Par M. de la Hire le fils.

Je n'entreprends pas dans ce Memoire de donner un nouveau systême de l'Aiman, ni de rapporter ce qui est déja connu des vertus de cette pierre, & de tous les effets qu'on a remarqués tant à la pierre qu'aux aiguilles d'acier qui en sont touchées. Je tâcheray seulement d'éclaircir quelques difficultés qui se rencontrent dans les observations des aiguilles aimantées, avec quelques remarques particulieres sur la nature de l'Aiman, & sur la comparaison qu'on peut faire d'une pierre d'Aiman avec le globe de la Terre, que l'on peut considerer comme un veritable aiman, par toutes les experiences qu'on en fait. 1705. 22. Avril.

On sçait assez que les observations de la variation de l'aiguille aimantée qu'on peut faire sur mer dans les Vaisseaux, est sujette à beaucoup d'erreurs, à cause du fer qui y est en grande quantité, & qui par ses differentes positions doit détourner l'aiguille de sa veritable direction, sans parler de la construction de cette aiguille ou compas, comme on l'appelle sur mer, qui est trop grossiere pour donner une déclinaison fort exacte. Mais les observations que nous faisons à present sur terre avec de tres-grandes aiguilles & tres-délicatement soûtenuës, comme celle de 8 pouces de longueur dont nous nous sommes servis les premiers depuis l'année 1682, aprés avoir déterminé un plan meridional avec toute la justesse possible, & fort loin de toute matiere ferrugineuse pour y appliquer le côté de la boëte, nous ont assuré de la juste declinaison de l'aiguille & de sa progression, ce que nous appellons varia-

tion, comme on le peut voir dans les Memoires que nous en avons donné au public en differentes occasions.

Mais comme quelques Philosophes ont pensé, non sans quelque apparence de raison, si les aiguilles touchées avec differentes pierres ne donnoient pas differentes declinaisons, à cause des varietés qu'on y trouvoit en un même lieu par differentes aiguilles, on a tâché de découvrir si ces inégalités ne viendroient point de la fabrique des aiguilles, & non-pas des differens Aimans qui les ont touchées.

Car les aiguilles qui ont été touchées par une pierre, ont seulement reçû de la pierre une disposition dans leurs pores, pour y laisser passer la matiere magnetique qui circule autour de la terre suivant une certaine direction; de la même maniere que les pierres d'Aiman l'ont reçûë de cette même matiere dans le tems de leur formation. Ainsi ce ne seront pas les differens Aimans qui pourront donner une differente vertu aux aiguilles, lesquelles ne se dirigent que suivant le cours de la matiere magnetique, qui étant le même dans un même endroit de la terre, doit leur donner la même direction qu'elle a. Mais quoyque la matiere magnetique agisse également & suivant une même direction dans un même endroit, elle peut neanmoins en être détournée diversement suivant la differente figure & la disposition des corps qui sont capables de la recevoir; comme on sçait qu'il arrive à deux pierres d'Aiman suspenduës librement l'une assez proche de l'autre, ou à deux aiguilles aimantées posées sur leur pivot, & qui ne seront pas placées dans la ligne de la direction de l'Aiman, à cause du cours de la matiere magnetique qui rencontre ces corps diversement placés & disposés pour la recevoir.

C'est ce qui a donné lieu de penser que les aiguilles, qui portent à leurs extremités deux pieces d'acier lesquelles sont jointes par un fil délié, pourroient être à peu prés comme deux pierres d'Aiman differentes en force & en figure, éloignées l'une de l'autre & jointes ensemble par quelque corps moyen; & si ces deux pieces d'acier sont

de telle nature ou figure que la matiere magnetique se dirige diversement dans l'une & dans l'autre, & qu'il y en ait une qui reçoive une plus forte impression que l'autre lorsqu'on les aimante, il s'ensuivra necessairement que l'aiguille prendra une direction composée des deux & differente de celle du tourbillon magnetique de la terre. Ainsi ces sortes d'aiguilles pourront donner des declinaisons fort differentes les unes des autres, & de celles qui seront construites d'une autre façon.

Les aiguilles qui sont larges dans leur milieu & qui se terminent en pointe des deux côtés, ne sont pas si sujettes à ces irrégularités que les autres qui portent deux pieces d'acier aux deux bouts; mais on ne peut pas dire qu'elles en soient entierement exemtes, à cause des inégalités de la matiere dont elles sont composées, & de leur figure qui ne sçauroit être parfaite.

C'est pour en découvrir quelque chose que nous avons fait quatre aiguilles de boussole plus fortes dans leur milieu que vers les extremités, & lesquelles se terminoient en pointe déliée. Elles avoient chacune 8 pouces de longueur, & deux de ces aiguilles étoient les plus droites & les plus égales qu'il étoit possible; une autre étoit courbée en *S*, & la derniere en arc. On aimanta l'une des droites & les deux courbes avec une tres-bonne pierre d'aiman que nous avons entre les mains, laquelle pese 7 livres, & qui a assez de force pour détourner une aiguille de boussole à plus de six piés de distance, ensorte qu'elle a autour d'elle un tourbillon sensible de plus de 12 piés de diametre: l'autre aiguille droite fut aimantée avec une pierre tres-forte qui appartient à M. Butterfield.

Nous examinâmes la boëte de la boussole, laquelle est longue, pour nous assurer si les côtés étoient paralleles entr'eux, & à la ligne passant par le pivot & par les premiers points de la division des deux arcs de cercle qui servent à mesurer la quantité de la declinaison par rapport à la pointe du pivot; & le tout étant bien rectifié, nous avons reconnu par plusieurs observations que les deux ai-

guilles droites & celle qui étoit courbée en *S* avoient leurs pointes & le fond de la chapelle où s'applique le pivot parfaitement dans une ligne droite. Pour celle qui étoit courbée en arc, nous avons trouvé qu'elle s'éloignoit de la ligne droite par l'une de ses extremités de 2° 20'.

Ensuite le 28 de Mars de cette année 1705, nous avons mis dans la boëte l'aiguille droite qui avoit été aimantée avec nôtre pierre, & qui est l'aiguille dont nous nous servons ordinairement pour prendre la declinaison de l'Aiman, & le côté de la boëte étant placé contre nôtre plan meridional ordinaire, cette aiguille nous a marqué 9° 25' de declinaison vers l'Oüest, ce qui convient aux observations que nous en avions faites il y a quelques mois. Aprés cela nous y avons mis l'autre aiguille droite qui avoit été aimantée avec la pierre de M. Butterfield, & nous avons trouvé qu'elle donnoit exactement la même declinaison de 9° 25'. Cependant une autre aiguille plus grande que celle-cy, qui avoit deux pieces d'acier à ses extremités, & qui avoit été aimantée avec cette même pierre, nous avoit donné quelque tems auparavant dans le même endroit la declinaison de 9° 52', quoyque l'on eut fait l'observation avec une tres-grande exactitude. Enfin l'aiguille courbée en *S* ne nous a marqué que 8° 45', & pour la derniere qui étoit en arc, elle n'a donné que 8° 22'.

On pourroit donc conclure de ces observations que les aiguilles aimantées avec differentes pierres, ne donnent pas differente declinaison, comme nous l'avions pensé d'abord; & que s'il y avoit quelque difference, elle ne pourroit venir que de la matiere inégale & heterogene, ou de la figure de l'aiguille, ce qui nous a été confirmé par les deux aiguilles droites.

Pour celle qui étoit courbée en *S*, on voit que ses deux moitiés étant posées de biais par rapport à la ligne droite qui passe par ses extremités, la pointe qui regardoit le Nord ne nous a marqué que 8° 45' au lieu de 9° 25' comme les autres, ce qui pourroit venir du composé des directions de la matiere magnetique dans les deux parties de l'ai-

guille qui n'étoient pas en ligne droite, & peut-être aussi de la matiere de l'aiguille.

Celle qui étoit en arc nous a fait voir que la ligne droite qui auroit passé par ses deux pointes auroit eu 9°32′ de declinaison, ce qui s'écarte peu des observations des aiguilles droites. Ainsi toutes ces observations serviront à confirmer que les differens Aimans dont les aiguilles sont touchées ne leur doivent pas causer de differentes declinaisons, mais seulement leur figure ou leur matiere inégale.

Sur les inégalités de la variation de l'Aiman.

Nous ne rapporterons point icy ce que l'on trouve sur les differentes declinaisons de l'Aiman dans plusieurs Auteurs dont la certitude des observations pourroit être suspecte ; mais nous donnerons seulement celles que nous avons faites nous-mêmes en les comparant avec quelques-unes dont nous pouvons être tres-assurés.

M. Picard rapporte à la fin de la page 17 de la mesure de la terre qu'il avoit observé à Paris dans l'esté de l'année 1670, qu'une aiguille de boussole de 5 pouces declinoit du Nord au Couchant de 1°30′, & que cette même aiguille dans l'année 1666 n'avoit aucune declinaison sensible; mais qu'en 1664 elle declinoit de 40′ vers l'Orient, le changement ayant été de 20′ chaque année.

Nous trouvons aussi dans les observations manuscrites de M. Picard, qu'en 1680 le premier Juillet la declinaison de cette même aiguille étoit de 2°40′, & par consequent depuis 1670 jusqu'en 1680 la declinaison n'auroit augmenté que de 1° 10′ ou 70′, ce qui donneroit par an seulement 7′, ce qui est fort éloigné de 20, comme ses premieres observations le marquoient.

Nous avons fait depuis ce tems-là à l'Observatoire un grand nombre d'observations de la declinaison de l'Aiman avec l'aiguille de 8 pouces dont nous avons déja parlé, & dont nous rapporterons seulement les principales.

En 1683 le 10 Mars nous trouvâmes que l'aiguille declinoit de 3°50′ vers le couchant.

En 1684 à la fin de l'année elle declinoit de 4° 10′.

A la fin de l'année 1685 elle parut encore decliner de 4° 10′.

A la fin de 1686 elle declinoit de 4° 30′.

A la fin de 1692 elle declinoit de 5° 50′.

Vers la fin de 1693 de 6° 20′.

A la fin de 1696 de 7° 8′.

A la fin de 1698 de 7° 40′.

En 1700 de 8° 12′.

En 1701 de 8° 25′, comme je l'ay marqué dans les Ephemerides que j'ay faites de ces années-là.

Et enfin dans les derniers mois de l'année 1704 elle étoit de 9° 20′.

Si l'on considere toutes ces observations séparément, on voit que la declinaison n'augmente pas également, & que quelquefois elle paroît être la même dans deux années differentes; mais ensuite on voit qu'elle avance plus qu'elle n'auroit dû faire. C'est pourquoy sans entrer dans les raisons qui peuvent causer ces petites variations, on a crû qu'il valoit mieux comparer les observations éloignées pour en conclure la variation de declinaison, puisqu'aussi bien il ne semble pas que depuis qu'elle a commencé à se détourner vers le couchant, elle se soit augmentée ou ralentie jusqu'à present. Et sans avoir égard à l'observation de M. Picard de 1680, nous trouverons que pour 38 années, c'est à dire depuis 1666 jusqu'à la fin de l'année derniere, la declinaison aura augmenté de 9° 20′, ce qui donnera pour chaque année environ 14′ $\frac{1}{3}$, qui est à peu prés ce que donnent les observations rapportées cy-dessus.

On voit aussi dans quelques observations anciennes de l'aiguille aimantée, que dans l'année 1580 en ces païs-cy la declinaison étoit de 11° 30′ à l'Est, laquelle étant comparée avec celle de 1666 où il n'y en avoit point, donne un peu moins de 8′ par an, ce qui pourroit faire croire que la variation n'auroit pas été si grande dans ces tems-là qu'elle est à present.

Il est tres-difficile de pouvoir mesurer & estimer exacte-

ment les minutes sur un petit cercle de 4 pouces de rayon, outre que la matiere magnetique du tourbillon de la terre n'est pas assez forte pour ramener exactement une grande aiguille sur le même point. C'est-pourquoy on ne doit pas s'étonner si d'une année à l'autre on trouve quelquefois des differences assez grandes. Mais nous rapportons ce que nous trouvons par l'observation, & non-pas ce que nous pourrions conclure par les observations précedentes.

Nous avons un Livre Espagnol intitulé *Theatre Naval Hydrographique fait par Dom Francisco de Seylas & Louera*, où cet Auteur prétend que les variations de la declinaison de l'aiguille aimantée viennent de deux causes: l'une des differentes mines d'Aiman qui se rencontrent dans la terre en differens endroits, & l'autre par la nature des pierres d'Aiman dont les aiguilles sont touchées.

Pour la premiere, on ne peut pas douter que de gros rochers d'Aiman ne détournent les aiguilles des boussoles lorsqu'elles en sont proches; mais qu'à une tres-grande distance ils puissent faire quelque effet, cela paroît souffrir quelque difficulté.

Pour la seconde, l'Auteur se fonde sur des experiences qu'il a faites dans une mine d'Aiman qu'il découvrit dans la Province de Honduras en Amerique. Il dit que cette mine étoit composée de deux veines principales, l'une s'étendoit du Nord au Sud, & l'autre de l'Est à l'Oüest.

Il trouva dans la veine qui s'étendoit du Nord au Sud une ligne de deux doigts de large qui étoit d'un excellent Aiman, & lorsqu'il posa au long de cette ligne une aiguille de boussole, elle n'avoit aucune declinaison; mais quand il la posa sur l'autre veine qui alloit de l'Est à l'Oüest, elle avoit une declinaison sensible d'un côté & d'autre de celle du milieu. Il ajoûte qu'il reconnut par-là que la veine Nord & Sud dominoit sur l'autre.

Tout ce qu'il dit paroît vrai-semblable; mais ce n'est pas à dire pour cela que quand ces pierres sont tirées hors de la mine & qu'une aiguille en a été touchée, elle doive

ſuivre la direction de la pierre dans la mine par rapport au Nord & au Sud, puiſque l'aiguille ne ſe dirige pas ſuivant cette direction de la pierre, mais ſeulement ſuivant celle du tourbillon magnetique de la terre. Car autrement ſi l'on touchoit la pointe d'une aiguille avec le côté d'une pierre lequel regarde l'Eſt ou l'Oüeſt dans ſa ſituation libre, il s'enſuivroit que la pointe de cette aiguille ſe dirigeroit vers l'Eſt ou vers l'Oüeſt, ce qui eſt contraire à toutes les experiences.

Il ajoûte encore qu'il fit fondre de cette mine d'Aiman, & qu'il en tira du fer qui avoit la même vertu que la mine. Cependant nous ſçavons que l'Aiman rougi au feu perd toute ſa vertu, & à plus forte raiſon quand il a été fondu il n'en doit plus rien retenir.

Il mit deux petits morceaux de ce fer aux extremités d'une aiguille, & il dit qu'elle ne varia jamais ni ſur terre ni ſur mer. Cette circonſtance fera douter de tout ce que rapporte cet Auteur ſur l'Aiman, parceque cela ne paroît pas poſſible, d'autant que l'on ſçait que deux Aimans inégaux en force étant ſuſpendus, le plus fort fait varier le plus foible, & par conſequent, ſelon ce qu'il a avancé d'abord, ſon aiguille, plus foible ſans doute que les rochers d'Aiman qui ſe trouvent dans le trajet d'Amerique en Europe, & qui cauſent les grandes variations qu'on y obſerve, auroit dû avoir quelque variation, ce qu'il dit n'être point arrivé.

De la converſion du Fer en Aiman.

Si toute la difference qui eſt entre l'Aiman & le Fer aimanté ne conſiſte qu'en ce que l'Aiman eſt une pierre qui peut ſe rompre & ſe réduire en pouſſiere tres-fine, au contraire du fer qui ne peut ſe caſſer & ſe réduire en pouſſiere ſi l'on veut le broyer, à cauſe que ſes parties ſont liantes & molles; il eſt certain que le fer roüillé qui a une vertu magnetique, de quelque maniere qu'elle lui ait été imprimée, doit être conſideré comme une veritable pierre d'Aiman;

d'Aiman; car le fer dans cet état ne semble plus rien retenir de la nature du fer, & ne paroît que comme une pierre assez facile à rompre & à réduire en poudre.

M. Gassendi rapporte dans la Vie de M. Peiresk, que le tonnerre ayant renversé la Croix qui étoit sur le clocher de S. Jean d'Aix en Provence, on remarqua qu'une croûte de roüille qui s'étoit formée sur le fer de cette Croix qui étoit engagé dans la pierre, avoit une tres-forte vertu d'Aiman, quoyqu'elle n'eût plus aucune qualité de fer. Ce fut ce qui donna occasion il y a quelques années à des curieux de Chartres, d'examiner si la roüille qui étoit sur les barres de fer qui lioient les pierres de l'un des clochers de Nôtre-Dame, lorsqu'on fut obligé de le rétablir, ne se seroit point aussi changée en Aiman; & aprés en avoir examiné plusieurs morceaux, ils en trouverent en effet qui étoient un Aiman tres-pur & qui n'avoient rien du fer, les autres n'ayant aucune vertu sensible, & d'autres tres-peu. J'ay plusieurs de ces Aimans entre les mains.

Mon Pere fit alors une recherche de quantité de morceaux de roüille de fer, dont il y en avoit de tres épais, qu'on avoit tirés de quelques anciens édifices; mais il n'en trouva aucun qui eût rien de magnetique, ce qu'on connoît fort aisément en approchant doucement ces morceaux de roüille d'une aiguille de boussole aimantée; car en les tournant vers une même pointe, s'ils ont acquis quelque vertu magnetique, on verra que d'un côté ils attireront cette pointe, & que de l'autre ils la repousseront.

Il pensa alors au moyen de faire de cet espece d'Aiman avec du fer, ne pouvant attribuer ce changement de fer en Aiman qu'à deux causes; sçavoir, l'une à la seule disposition du fer dans l'air par rapport au tourbillon magnetique de la terre qui lui auroit pû imprimer une vertu magnetique, telle qu'étant changé en roüille ou en pierre, il en auroit retenu la vertu; l'autre à une nature de fer qui auroit eu la proprieté de se changer en Aiman.

Il prit pour cet effet un quartier de pierre de S. Leu qui étoit équarri, & l'ayant scié sous un angle de 60° à peu

prés avec l'horizon, il le posa à l'air selon la ligne meridienne, & il fit plusieurs rainures dans le plan coupé pour y inserer des fils de fer selon la direction de la matiere magnetique autour de la terre par rapport à nôtre horizon.

Il y plaça ces fils de fer en 1695, & recouvrit cette partie de la pierre avec l'autre qui en avoit été coupée. Il aimanta quelques-uns de ces fils de fer, & les autres il les mit sans les aimanter ; ils étoient éloignés les uns des autres d'environ deux pouces. Il prit de la pierre de S. Leu pour faire cette experience, parcequ'il avoit appris que le clocher de Nôtre-Dame de Chartres avoit été bâti avec cette pierre.

Il est facile de voir que toutes les précautions qu'il prit dans cette experience, n'étoient que pour connoître si dans la suite des tems lorsque ce fer seroit consumé, la roüille qui en viendroit seroit une matiere magnetique, & s'il y auroit quelque difference entre le fer qui avoit été aimanté & celui qui ne l'avoit pas été.

Enfin nous avons trouvé que depuis 10 années, il n'y avoit que quelques-uns de ces fils de fer qui fussent tout à fait changés en roüille, quoyqu'ils n'eussent qu'une demie ligne de diametre : mais tous ces fils roüillés en partie ou tout à fait avoient une forte vertu d'Aiman, comme on le reconnoissoit en les presentant à l'aiguille aimantée. Ainsi ceux qui n'avoient point été aimantés avoient contracté une aussi forte vertu d'Aiman que ceux qui l'avoient été, ce qu'on ne peut attribuer qu'à la longueur du tems qu'ils avoient demeuré dans la position propre à recevoir l'impression du tourbillon magnetique de la terre, & à ce qu'ils étoient ou tout à fait ou en partie changés en pierre. Ces fils avoient 4 à 5 pouces de longueur, & on les tenoit dans une situation horizontale en les presentant à l'aiguille aimantée, afin de ne les pas aimanter par le tourbillon de la terre, & ainsi ceux qui étoient tout à fait changés en roüille étoient de vrais Aimans, comme les petites écailles qui se détachoient facilement des autres. Cependant ces petites écailles ne s'attachoient pas à l'extremité d'un fil

de fer qui n'étoit pas aimanté, mais elles s'attachoient fortement à la pointe d'un coûteau aimanté ; ce qui pourroit faire croire que ces petits morceaux de roüille n'étoient pas changés en Aiman, & qu'ils avoient encore quelque chose du fer : mais il se peut faire que ces petites particules d'Aiman n'étoient pas assez fortes par rapport à leur pesanteur pour se soûtenir contre du fer qui n'étoit pas aimanté, & y demeurer attachées.

On ne peut pas dire absolument que la roüille ne retient plus aucune proprieté du fer, puisque nous avons éprouvé que de gros morceaux de roüille, qui ne faisoient aucune impression sur une aiguille de boussole soûtenue sur son pivot, étant réduits en poudre ne laissoient pas de s'attacher à la pointe d'un coûteau aimanté.

Mais ces morceaux de roüille qui n'ont point de vertu magnetique, ne peuvent non plus en recevoir aucune lorsqu'on les touche avec une bonne pierre d'Aiman, puisqu'ils ne peuvent pas soûtenir les moindres petits fragmens de limaille de fer ou d'acier. Il se pourroit donc faire que dans cette roüille, qui est épaisse de $\frac{1}{4}$ de pouce, & semblable en tout à de bon Aiman, les particules de fer qui y sont restées seroient trop engagées & trop liées avec les autres matieres qui s'y sont mêlées, pour être disposées à recevoir la vertu magnetique du tourbillon de la terre. On ne peut pas douter que dans les pierres d'Aiman qui sont de veritables pierres, il n'y ait beaucoup de fer, puisqu'on en peut tirer par le feu ; mais je ne crois pas que l'on puisse retirer du fer de celui qui aura été consumé par la roüille.

Cette experience nous a porté à en faire une autre. Nous avons pris de ces petits morceaux de fer brûlé & fondu qui tombe en boules & en écaille au pied de l'enclume des Forgerons, & nous les avons réduits comme une pierre en une poudre assez fine : cette poudre s'attachoit fortement à la pointe d'un coûteau aimanté. Mais de plus quelques-uns de ces morceaux qui avoient été fondus & qui pouvoient se réduire en poudre, recevoient tres bien

la vertu magnetique, étant touchés avec une bonne pierre d'Aiman, & soûtenoient beaucoup de limaille.

Nous voyons par-là que le feu qui fond le fer ne lui ôte pas sa nature de fer, quoyqu'il ne soit plus en apparence qu'une pierre aprés avoir été fondu & entierement consumé. Il n'y a point ou tres-peu de mine de fer en masse ou pierre ferrugineuse qui ne soit un Aiman, ce qu'on connoîtra facilement en presentant de plusieurs côtés la pierre de mine à une aiguille de boussole, comme nous avons déja dit; & quoyque ces sortes de pierres donnent la marque d'un veritable Aiman, elles n'auront pas quelquefois la force de soûtenir de tres-petits grains de limaille.

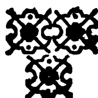
Nous avons entre les mains depuis quelques années une grosse pierre d'Aiman qui pese prés de 100 livres, & dont la matiere ne paroît pas fort excellente, quoyque passablement bonne dans ses effets, puisqu'elle détourne une aiguille de boussole à six piés ½ de distance, ce qui fait voir qu'elle a autour d'elle une sphere de 13 piés de diametre. Nous l'avons arondie en partie, & les plus grandes inégalités ont été remplies avec du ciment de plâtre de la couleur de la pierre, qui paroît d'un marbre gris assez dur & mêlé de parties metalliques: Cette boule a prés d'un pié de diametre.

Nous en avons cherché les Poles, qui se sont trouvés dans deux points diametralement opposés; & nous avons tracé un Equateur, qui a été divisé de 30° en 30° pour y faire passer des Meridiens, afin d'y observer avec plus d'exactitude les differentes declinaisons de l'aiguille. Nous avons aussi marqué sa declinaison dans tous les points où les Meridiens coupent l'Equateur, & l'on voit que dans un certain espace elle est Oüest, dans un autre Est, & dans plusieurs points o. On a trouvé la plus grande de ces declinaisons de 26°. Ensuite nous avons remarqué que l'aiguille n'avoit point de declinaison en trois endroits sur le cercle Polaire Septentrional; & en suivant tous les points où l'aiguille étoit sans declinaison, on a eu deux lignes differentes, dont l'une commençoit à ce Polaire, & y re-

venoit ensuite par un cercle Meridien, aprés être descenduë jusqu'à 10° environ au-delà de l'Equateur, & avoir parcouru parallelement à ce cercle un espace à peu prés de 110°. L'autre qui commence assez proche de la premiere dans le troisiéme point sur le même Polaire, fait d'abord plusieurs détours proche de ce cercle, & ensuite prend son cours assez Nord & Sud, & en faisant encore quelques détours coupe l'Equateur & va se terminer au Polaire Meridional.

Toutes ces declinaisons differentes & ces lignes où il n'y en a point, ont beaucoup de rapport avec ce qu'on a observé sur le Globe terrestre.

On pourra connoître par toutes les experiences que nous venons de rapporter, que les differentes declinaisons de l'Aiman qu'on remarque sur le Globe terrestre, ne viennent que des matieres magnetiques disposées en differentes manieres dans la terre, comme on peut juger qu'elles sont dans nôtre Globe d'Aiman. Car nous ne pouvons pas douter que le tourbillon de la matiere magnetique n'ait été la cause premiere de tous les Aimans; puisqu'il en produit encore tous les jours de nouveaux; & si cette matiere a pû prendre tant de differens détours en formant nôtre pierre dans sa mine, elle n'en prend pas moins dans tout le Globe; & s'il pouvoit arriver à nôtre Aiman des changemens semblables à ceux qui peuvent se faire dans la terre par la destruction des matieres aimantées & par la formation de nouvelles où il n'y en avoit point auparavant, on remarqueroit sur cet Aiman dans la suite des tems des variations semblables à celles qui arrivent au cours de la matiere magnetique sur la terre.



SUR LA CONDENSATION ET DILATATION DE L'AIR.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1705. 6. May. Monsieur Mariotte a fondé la Regle generale qu'il a donnée pour trouver les differentes condensations de l'air par des poids donnés sur une experience qu'il rapporte d'abord, laquelle est confirmée par trois autres qui sont ensuite, & qu'il a faites dans un tuyau de verre recourbé, dont une des branches qui avoit un pied étoit scelée hermetiquement, & l'autre étoit aussi grande qu'on vouloit. Il mettoit ensuite du mercure dans ce tuyau, & continuoit l'experience comme on la peut voir aux pages 140 & suivantes de son Traité du Mouvement des Eaux, & ses experiences lui ont donné lieu d'établir une Regle generale, & d'avancer que la condensation de l'air suivoit la proportion des poids.

Mon Pere a donné aussi à l'Academie, il y a plusieurs années, une Regle generale pour la condensation & dilatation de l'air, qu'il avoit tirée de la seule supposition commune, *que l'air est pesant & capable de ressort.*

Il fit plusieurs experiences pour connoître dans quelle proportion un ressort, pris dans un état moyen d'extension, s'étendoit étant chargé de differens poids, & il trouva que ses extensions étoient en raison directe des poids; mais ayant voulu voir aussi comment un ressort se resserroit, il trouva que ses condensations n'étoient plus en raison directe, mais en raison réciproque de ces mêmes poids; ce qui paroît assez aisé à comprendre, si l'on considere que dans l'extension à proportion que les poids augmentent, les ressorts augmentent aussi de volume, & au contraire dans la condensation ils en diminuënt. Ce fut donc sur ces experiences qu'il établit sa Regle generale, qui se

trouve entierement conforme à celle de M. Mariotte, & aux experiences qu'en a fait dernierement M. Amontons en presence de l'Academie, comme on le peut voir dans la petite Table suivante où sont ses experiences, & vis-à-vis ce que donne le calcul par la Regle.

TABLE.

Elevation du mercure dans le tuyau.	Condensation de l'air par l'experience.	Condensation de l'air par le calcul.
6 pouces	9 parties & $\frac{6}{9}$	9 parties & $\frac{7}{9} + \frac{108}{133}$
12	8 $\frac{2}{9}$	8 $\frac{3}{9} + \frac{63}{158}$
14	7 $\frac{7}{9}$	7 $\frac{8}{9} + \frac{131}{147}$
18	7 $\frac{1}{9}$	7 $\frac{2}{9} + \frac{93}{183}$
24	6 $\frac{2}{9}\,\frac{1}{2}$	6 $\frac{3}{9} + \frac{189}{207}$
30	5 $\frac{6}{9}$	5 $\frac{6}{9} + \frac{207}{233}$
36	5 $\frac{1}{9}\,\frac{1}{2}$	5 $\frac{2}{9} + \frac{3}{255}$
42	4 $\frac{6}{9}$	4 $\frac{6}{9} + \frac{270}{278}$
48	4 $\frac{3}{9}$	4 $\frac{3}{9} + \frac{171}{803}$

OBSERVATION

Sur les reins d'un Fœtus humain de neuf mois.

PAR M. LITTRE.

CE fœtus étoit gros & gras; toutes ses parties étoient saines & avoient leur conformation ordinaire, excepté les reins. Il étoit mort dans le ventre de sa mere pendant le travail de l'accouchement, qui fut fort long & fort laborieux. 1705. 27. May.

Les deux reins étoient plus grands qu'à l'ordinaire, & leur membrane commune étant levée ils ressembloient à une grape de raisin, c'est à dire, qu'ils étoient tout composés de vesicules membraneuses de differente grosseur, de figure ronde ou ovale, serrées les unes contre les autres par 4. FIG.

la membrane propre de ces viſceres, & pleines d'une liqueur ſemblable à de l'eau un peu épaiſſe & d'une odeur urineuſe.

Les veines & les arteres émulgentes au dedans & au dehors des reins, étoient plus groſſes que de coûtume. Les ureteres, depuis la veſſie juſqu'à un pouce prés des reins, étoient creux à l'ordinaire, & avoient une ligne & demie de diametre. Le pouce reſtant étoit tout à fait ſolide, & n'avoit qu'un quart de ligne de groſſeur. Les parois du baſſinet dans les deux reins, à l'endroit du centre, étoient fortement colées enſemble de la largeur de quatre lignes: le reſte des deux baſſinets étoit creux, & rempli de la même liqueur que les veſicules.

D. E. N. O.

Je ſéparai enſuite la membrane propre de chaque rein, pour en découvrir la veritable ſtructure.

5. FIG.

Les veſicules, qui compoſoient ces viſceres, étoient attachées les unes aux autres par pluſieurs ſortes de vaiſſeaux. Il ſe portoit à chacune au moins un rameau de veine, d'artere & de nerf, qui s'y diviſoit en d'autres plus petits, & ceux-cy en quantité de capillaires, qui embraſſoient la veſicule de toutes parts, & quelques-uns communiquoient entr'eux en pluſieurs endroits.

C.

Le diametre de ces veſicules étoit depuis une demi-ligne juſqu'à ſix. Les petites étoient opaques & rougeatres, & plus à proportion qu'elles étoient plus petites. Les groſſes étoient diaphanes & blanches, & plus à proportion qu'elles étoient plus groſſes. Les unes & les autres avoient leurs parois plus minces ſelon qu'elles étoient plus groſſes.

Les petites veſicules étoient rougeatres, & les groſſes, blanches; parceque les rameaux des vaiſſeaux ſanguins étoient plus gros & plus prés les uns des autres dans les premieres que dans les ſecondes.

Les petites étoient opaques, & les groſſes tranſparentes; parceque les parois des petites étant épaiſſes & les parois des groſſes étant minces, la direction des pores étoit droite dans celles-cy, & ne l'étoit pas dans celles-là.

Enfin

Enfin les petites vesicules avoient leurs parois plus épaisses que les grosses ; parce qu'ayant été peu dilatées, elles avoient peu perdu de leur premiere épaisseur : au lieu que les grosses contenant beaucoup de liqueur dans leur cavité, leurs parois étoient devenuës fort minces à force de s'étendre.

Il partoit de chaque vesicule de ces reins du côté du bassinet, un vaisseau plus gros que les autres, qui avoit une demi-ligne de diametre dans les plus grosses, & à proportion dans les plus petites. Ce vaisseau se portoit vers le bassinet, il se joignoit, aprés une à deux lignes de chemin, à quelques-uns de ceux qui venoient des vesicules voisines, & formoit avec eux un tuyau commun, qui se terminoit immediatement dans la cavité du bassinet. C'est sans doute à cause de la communication de ces conduits urinaires, qu'en soufflant dans la cavité d'une vesicule, j'en faisois enfler plusieurs autres des voisines : car les parois du bassinet dans ce fœtus étant colées ensemble à l'endroit de son centre, comme j'ay dit, une partie de l'air poussé par le souffle ne pouvant passer dans l'uretere, étoit obligé de refluer dans les autres vesicules voisines, dont le conduit particulier concouroit à la formation d'un conduit urinaire commun.

La superficie exterieure de ces vesicules étoit un peu inégale, & l'interieure tres-unie & percée d'un grand nombre de petits trous, dont plusieurs étoient sensibles sans le secours des loupes. Il suintoit par ces trous une liqueur aqueuse, lorsque je pressois les parois des vesicules.

Chaque vesicule étoit composée de deux membranes. L'exterieure étoit plus mince, & d'un tissu moins serré que l'interieure. Je remarquay entre ces deux membranes des fibres charnuës, disposées en maniere de rezeau : les intervalles des mailles étoient remplis de petits sacs rouges, pleins de sang, de figure ovale, où se terminoient plusieurs sortes de vaisseaux capillaires. On observoit par le moyen d'une loupe, qu'il sortoit un conduit fort petit de chacun de ces sacs ; que quatre ou cinq de ces conduits se 7. Fig.

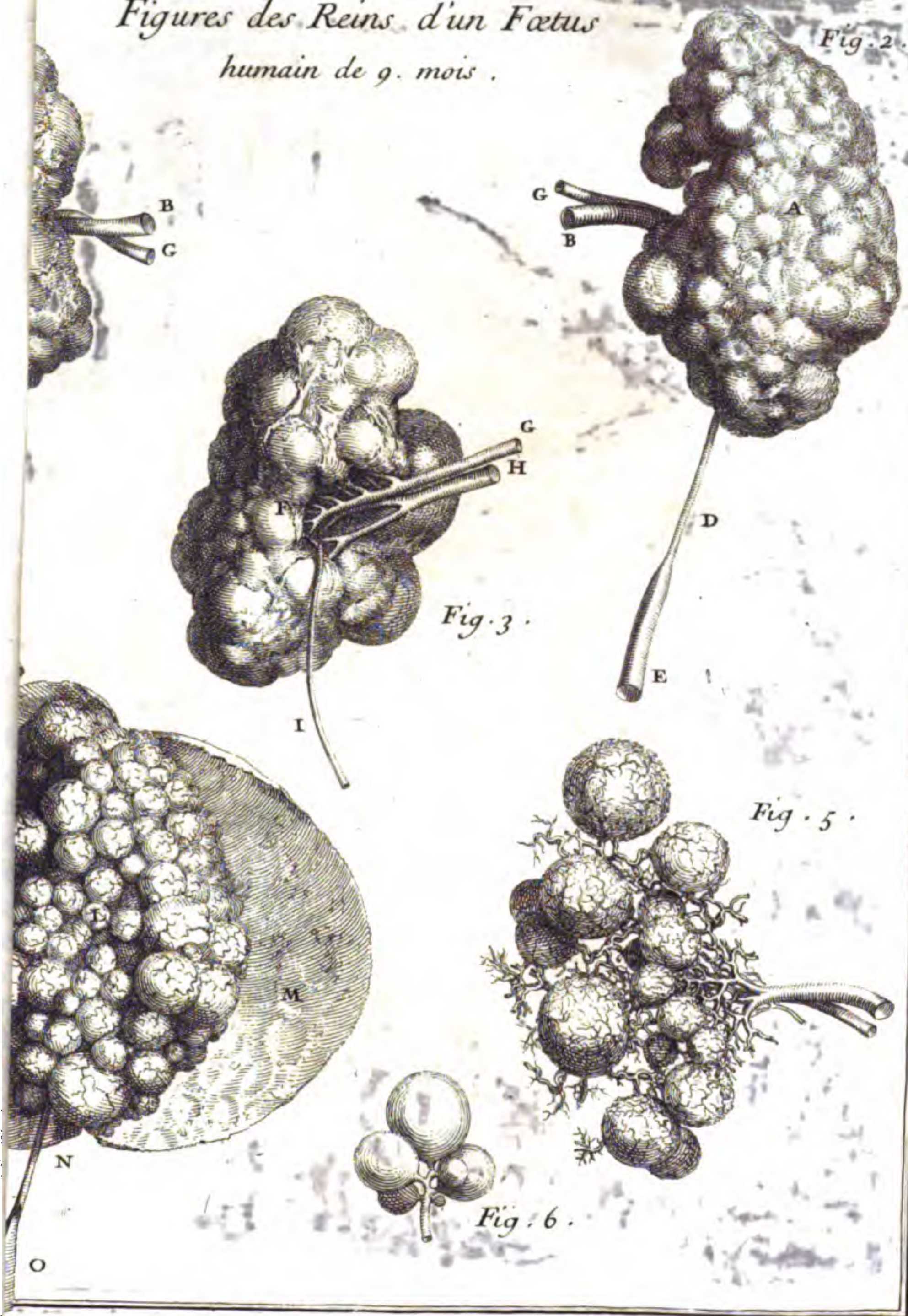
joignant ensemble vers leur fin, en formoient un commun qui aboutissoit à un des trous, dont la membrane interieure des vesicules étoit percée, & qui par consequent n'étoient autre chose que son embouchure. La jonction des conduits particuliers de plusieurs sacs étoit cause qu'on appercevoit sans loupe les trous de la membrane interieure des vesicules.

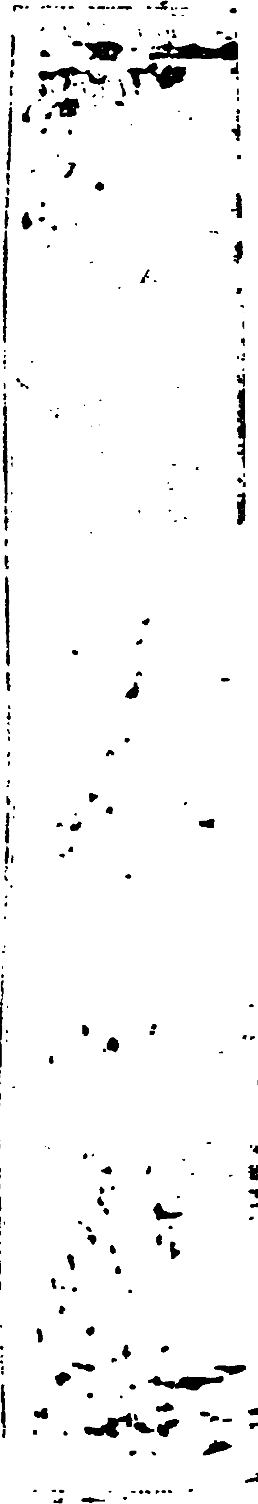
Voilà la description des reins du fœtus dont il s'agit. Voici quelques consequences qu'on peut tirer, ce me semble, de cette description.

La premiere consequence est, que les reins ne sont naturellement autre chose qu'un amas de vesicules garnies de petits sacs glanduleux, qui séparent la matiere de l'urine, du sang qui leur est sans cesse porté par les arteres émulgentes; parceque les vesicules, qui composoient les reins de ce fœtus, avoient séparé de son sang l'urine qu'elles contenoient, qui est l'unique usage des reins; & que d'ailleurs elles n'avoient rien d'extraordinaire que leur grosseur, qui étoit devenuë excessive par la grande quantité d'urine, qui faute d'une issuë libre, s'étoit amassée dans leur cavité, & en avoit extrêmement dilaté les parois.

La seconde consequence est, que les reins des fœtus humains séparent du sang une assez grande quantité d'urine, pour soupçonner avec raison que ces fœtus pissent dans la cavité de l'amnios, ou que leur urine passe de la vessie par l'ouraque dans une espece d'allantoïde, où elle est en réserve jusqu'au temps de l'accouchement.

La troisiéme consequence est, que les vesicules des reins de ce fœtus avoient trois sortes de conduits urinaires. Les premiers, qui étoient tres-petits & en fort grand nombre, appartenoient aux petits sacs contenus entre les membranes des vesicules, & s'ouvroient dans leur cavité. Les seconds, incomparablement plus gros que les premiers, sembloient n'être autre chose, qu'une production des vesicules; plusieurs de ceux-cy s'unissant entr'eux, aprés une à
6. FIG. deux lignes de chemin, composoient les troisiémes con-


Mem. de l'Acad. 1703. p. 116. Pl. Ire
Figures des Reins d'un Fœtus humain de 9. mois.
Fig. 2.
A
B
G
D
E
Fig. 3.
F
G
H
I
Fig. 5.
Fig. 6.
L
M
N
O



duits urinaires, qui se terminoient immediatement dans la cavité du bassinet, & formoient les mammelons des reins en se joignant plusieurs ensemble.

La quatriéme consequence est, que les petits sacs contenus entre les deux membranes des vesicules sont glanduleux, & les uniques filtres de l'urine; que le conduit qui va de ces sacs dans la cavité des vesicules, en est le canal excretoire, dont l'usage est de porter dans cette cavité l'urine qu'ils reçoivent des petits sacs glanduleux à mesure qu'elle y est filtrée. Cette filtration est occasionnée par l'impulsion du sang, par le ressort des sacs glanduleux, & par la construction des fibres charnuës des vesicules, dont ces sacs sont environnez.

La cinquiéme consequence est, que l'urine tombée dans la cavité des vesicules, s'écoule par leur conduit particulier dans celle du bassinet. Cet écoulement se fait par l'impulsion du sang, par la liquidité & la pesanteur de l'urine, par l'action des fibres charnuës placées entre les deux membranes des vesicules, par la contraction alternative des muscles du ventre & du diaphragme, & par l'agitation du corps.

La sixiéme consequence est, que l'urine a trois receptacles, sçavoir les vesicules des reins, leur bassinet & la vessie urinaire. Les vesicules des reins sont le premier receptacle de l'urine, les bassinets le second, & la vessie le troisiéme. Les deux premiers receptacles sont toûjours ouverts, afin que l'urine ayant toûjours son cours libre, ne porte jamais aucun obstacle à sa filtration. Ainsi le sang peut se débarrasser de cette liqueur, toutes les fois qu'elle ne lui est d'aucun usage. Le troisiéme receptacle au contraire est tres-exactement fermé par un muscle sphincter situé à son cou, & retient l'urine jusqu'à ce que par sa quantité ou par sa qualité étant devenuë à charge à la nature, elle détermine les fibres charnuës du corps de ce receptacle à se mettre en contraction pour forcer le sphincter à lui donner passage. Par cette méchanique l'homme & les animaux se trouvent à couvert de la fatigue, de l'in-

commodité & de la mal propreté où ils seroient continuellement exposez, si l'urine s'écouloit de leur vessie à mesure qu'elle y seroit versée par les ureteres.

La septiéme consequence est, que la structure des glandes, que je propose à l'occasion des reins dont je viens de parler, est plus favorable pour la filtration des humeurs, & répond mieux à la grandeur & à la sagesse de l'Auteur de la nature, que toutes celles qu'on nous a données jusqu'icy.

1°. Par cette structure les petits sacs glanduleux se trouvent beaucoup plus à couvert de l'action des causes qui peuvent les détruire, & plus fortement maintenus dans leur situation naturelle : car outre les membranes communes qui les envelopent, ils sont encore exactement renfermez entre deux membranes, dont le tissu est fort dense & fort serré.

2°. Le nombre de ces petits sacs est incomparablement plus grand, par consequent les glandes qui en sont composées doivent filtrer une quantité de liqueur incomparablement plus grande ; d'autant plus que les fibres charnuës, dont ces sacs sont environnez, facilitent & hâtent par leurs contractions réïterées la séparation des humeurs séparables.

3°. Les humeurs séparées sont beaucoup plus sûrement conduites jusqu'à leurs receptacles, puisque les conduits excretoires des sacs glanduleux sont fort courts & contenus dans l'épaisseur d'une membrane tres-compacte, & qu'ils se terminent dans la cavité des vesicules qui est assez ample pour recevoir la liqueur qu'ils y déposent, & qui d'ailleurs est toûjours ouverte pour la laisser couler, afin qu'il n'y arrive jamais d'engorgement. Tous ces avantages que la structure particuliere des reins, que je propose, a pardessus l'ordinaire, nous doit porter à croire qu'elle est la même dans les autres glandes du corps ; parcequ'elle est commode, sûre & favorable, & que d'ailleurs la nature est uniforme dans ses operations.

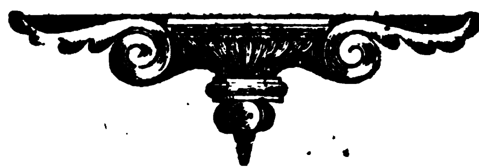
La huitiéme consequence est, que cette structure de

glandes ſuppoſée, on comprend aiſément,

1°. Que les eſpeces de petites bouteilles pleines d'autre liqueur que de ſang, qu'on obſerve aux endroits des glandes, & dont on n'a encore qu'une idée confuſe, ne ſont autre choſe que des veſicules dont ces glandes ſont compoſées, & qui ont été extrêmement dilatées.

2°. Comment ces bouteilles ſe forment; car dés qu'il ſe trouvera dans le conduit particulier d'une veſicule une obſtruction, un reſſerrement, un affaiſſement, &c. inſurmontable au mouvement de la liqueur qui y coulera, ou que cette liqueur ſera trop épaiſſe ou trop viſqueuſe; alors il faudra neceſſairement qu'elle s'arrête & qu'elle s'amaſſe peu à peu dans la cavité de la veſicule; qu'elle dilate à proportion ſes parois; que la dilatation continuë pendant la vie de l'animal, puiſque ce qui la cauſe agit toûjours durant ce tems-là; que cette dilatation ſe faſſe ſans que la veſicule ſe rompe, parcequ'elle ſe fait inſenſiblement, & que la liqueur, qu'elle contient dans ſa cavité, humecte & amolit ſes membranes, & les diſpoſe à prêter & à ſe laiſſer étendre ſans ſe rompre.

Or dans les reins de ce fœtus, les parois des baſſinets & des ureteres, qui ſont la ſeule voie par où s'écoule l'urine filtrée par les ſacs glanduleux des reins, étoient ſi étroitement unies enſemble, que ni les liqueurs les plus ſpiritueuſes, ni même l'air pouſſé par le ſouffle, n'y trouvoient aucun paſſage; par conſequent l'urine, qui eſt une liqueur épaiſſe, n'y en pouvoit nullement trouver.



EXPLICATION DES FIGURES.

Premiere & seconde Figures.

AA. LEs Reins droit & gauche, revêtus de leurs Membranes propres, & vûs par devant.
BB. Les Veines Emulgentes.
CC. Les Arteres Emulgentes.
DD. Les Ureteres en leurs parties, rétrecies & solides.
EE. Suite des Ureteres gros & creux à l'ordinaire.

Troisiéme Figure.

F. Le Rein revêtu de sa Membrane propre, & vû par derriere.
G. L'Artere Emulgente.
H. La Veine Emulgente.
I. L'Uretere dans sa partie étroite & solide.

Quatriéme Figure.

L. Le Rein dépoüillé de sa membrane propre.
M. Interieur de la Membrane.
N. La partie solide de l'Uretere.
O. L'autre partie ouverte.



EXPERIENCES SUR LA RAREFACTION DE L'AIR.

Par M. Amontons.

J'Ay empli de mercure le tube de 46 pouces, dont je me suis servi cy-devant: il y en est entré 7 onces 7 gros 8 grains. 1705. 10. Juin

J'ay aussi empli pareillement de mercure un autre tube, dont un bout se terminoit en une grosse olive de la figure d'un cervelas: il y en est entré 87 onces 6 gros.

L'olive en particulier, jusqu'à son insertion au tube, en contenoit autant qu'un tube de pareille grosseur que celui de 46 pouces, & de 475 pouces 5 lignes $\frac{1}{7}$ de longueur. Le reste du tube, qui avoit 29 pouces de long, en contenoit autant que 36 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$ du même tube de 46 pouces.

Ainsi tout le tube avec son olive en representoit un égal de 511 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$ de long, & pareil en grosseur à celui de 46 pouces.

Le tube à olive étant plein de mercure, j'ay fait le renversement à l'ordinaire, excepté que de peur d'échauffer l'olive & ce qu'elle contenoit, je l'ay toûjours maniée avec un linge: ce que j'ay observé dans toutes les experiences qui suivent.

Le bout d'embas trempoit d'un pouce dans le mercure, qui regorgeoit par dessus les bords de la porcelaine à mesure que l'olive se vuidoit; & le mercure s'est enfin arrêté dans le tube 28 pouces au-dessus du mercure de la porcelaine: ce qui marquoit que l'atmosphere étoit alors égale à ces 28 pouces.

Pendant l'évacuation de l'olive, j'ay remarqué le long du tube beaucoup de bulles d'air d'une grosseur conside-

rable, qui faisoient effort pour monter, & qui n'en étoient empêchées que par la descente continuelle du mercure: car enfin elles monterent & gagnerent l'olive lorsqu'il cessa de descendre. Il m'a paru que cet air étoit celui dont le mercure se purgeoit.

Pour voir si cet air n'alteroit point la hauteur du mercure, je repetay l'experience avec le tube de 46 pouces; & le mercure s'y arrêta pareillement 28 pouces au-dessus du mercure de la porcelaine.

1re. Experience. Aprés m'être assuré du poids de l'atmosphere, je remplis derechef le tube à olive: aprés quoy j'en fis ressortir un peu de mercure, que je versay dans le tube de 46 pouces pour voir quelle hauteur il y occuperoit. C'est ainsi que je connus que l'air que je laissois dans le tube, égaloit 2 pouces 6 lignes du tube de 46 pouces, & ainsi des autres; soit qu'aprés avoir empli entierement le tube je mesurasse le mercure que j'en faisois sortir, ou que sans l'emplir je mesurasse celui que j'y mettois en le soustrayant de la totale capacité du tube.

Le volume naturel étant donc de 2 pouces 6 lignes; le renversement fait, le mercure s'arrêta 2 lignes plus bas que les 28 pouces, c'est à dire 27 pouces 10 lignes au-dessus du mercure de la porcelaine: ainsi ces 2 pouces 6 lignes étoient répandus dans un espace plus de 190 fois aussi grand que celui qu'ils occupoient d'abord, & ils conservoient encore un ressort de 2 lignes.

2. Exper. Ayant laissé 18 pouces 7 lignes d'air; le renversement fait, le mercure est resté 1 pouce 1 ligne plus bas que les 28 pouces, qui seront dorénavant le terme d'où je compteray toûjours l'abaissement du mercure.

3. Exper. Ayant laissé 36 pouces 6 lignes $\frac{1}{7}$ d'air; le mercure est resté 2 pouces 1 ligne $\frac{3}{7}$ plus bas.

4. Exper. Ayant laissé 465 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$ d'air, c'est à dire, n'ayant mis du mercure que plein le tube de 46 pouces; il s'est arrêté 25 pouces 9 lignes $\frac{1}{4}$ plus bas.

5. Exper. Ayant mis du mercure deux fois plein le tube de 46 pouces; le mercure est resté 23 pouces 9 lignes plus bas.

Ayant

Ayant mis du mercure 3 fois plein le tube de 46 pouces; le mercure est resté 21 pouces 1 ligne plus bas. 6. Exper.

Ayant mis du mercure 4 fois plein le tube de 46 pouces; il est resté 18 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$ plus bas. 7. Exper.

Cette maniere de mesurer avec le tube de 46 pouces le mercure, me paroissant trop longue pour continuer; je pris alors le parti de le peser.

Ayant donc mis 2 livres 7 onces 3 gros 40 grains de mercure, qui est cinq fois le poids de celui qui emplit le tube de 46 pouces; le mercure est resté 16 pouces 1 ligne $\frac{3}{4}$ plus bas. 8. Exper.

Ayant mis 2 livres 15 onces 2 gros 48 grains de mercure, qui est 6 fois autant; il est resté 13 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$ plus bas. 9. Exper.

Ayant mis 3 livres 7 onces 1 gros 56 grains de mercure; qui est 7 fois autant; il est resté 10 pouces 11 lignes plus bas. 10. Exper.

Ayant mis 3 livres 15 onces 64 grains de mercure, qui est 8 fois autant; il est resté 7 pouces 11 lignes plus bas. 11. Exper.

Ayant mis 4 livres 7 onces de mercure, qui est 9 fois autant; il est resté 5 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$ plus bas. 12. Exper.

Ayant mis 4 livres 14 onces 7 gros 8 grains de mercure, qui est 10 fois autant; il est resté 3 pouces plus bas. 13. Exper.

Ayant mis 5 livres 6 onces 6 gros 16 grains de mercure, qui est 11 fois autant; il est resté 4 lignes plus bas. 14. & derniere Experience.

Il faut remarquer qu'en supposant exactes toutes les mesures & pesées précedentes, il devoit y avoir à dire 5 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$ que le tube à olive ne fût plein: ce qui devoit être le volume naturel de cette experience, lequel ne se trouva cependant être que de 5 pouces 6 lignes $\frac{16}{19}$: si bien que l'erreur étoit de 1 ligne $\frac{2020}{2059}$, ou environ 1 ligne $\frac{1}{2}$; ce qui n'est pas considerable sur une longueur de plus de 511 pouces, n'en étant pas la $\frac{1}{6000}$ partie: ce que je dis seulement pour faire voir qu'il n'y a point eu d'erreur grossiére dans les mesures & dans les pesées, & pour avertir de prendre le volume naturel de cette experience de 5 pouces 6 lignes $\frac{16}{19}$, au lieu de 5 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$, qui avec 11

fois 46 pouces font la totale longueur de 511 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$.

Ces experiences faites, je remplis encore entierement le tube à olive ; & le renversement fait, le mercure s'arrêta de même que devant ces experiences, à 28 pouces.

Pour voir maintenant si ces experiences s'accordent à l'hypothese, l'on peut faire une Table où il y ait d'un côté le produit du volume naturel par l'atmosphere, & de l'autre côté le produit du volume dilaté par sa charge.

Mon sentiment étoit que tous les termes qui donnent ces produits n'étoient determinez par les mesures de l'experience qu'à peu prés, & non dans une entiere exactitude ; & qu'ainsi je ne pouvois pas supposer veritables les unes plutôt que les autres, ni par consequent en conclure rien de certain : & cela d'autant plus que chacune de ces mesures, outre sa difference particuliere de la vraie grandeur, peut differer encore de l'hypothese par l'erreur des trois autres mesures.

Ainsi, par exemple, si la mesure du volume dilaté est plus petite que la veritable grandeur de ce volume ; l'experience paroîtra déja s'éloigner de l'hypothese par l'erreur particuliere de cette mesure, en donnant ce volume dilaté plus petit que le calcul. J'avouë que s'il n'y avoit point d'autre erreur à craindre, cela ne meriteroit pas qu'on y fît attention, d'autant plus que c'est l'usage ordinaire.

Mais si, outre que le volume dilaté a été mesuré plus petit qu'il n'est, la mesure du volume naturel est prise plus grande qu'elle n'est veritablement ; cette seconde erreur, aprés le renversement fait, ajoûtera encore au volume dilaté du calcul une grandeur qui rendra la difference du calcul & de l'experience encore plus considerable.

Que si encore la mesure de l'atmosphere est prise moindre que le poids de l'atmosphere, un même poids causant plus de changement sur un volume d'air fort dilaté, que sur la même quantité d'air moins dilatée ; le calcul par

cette raison donnera encore le volume dilaté plus grand que l'experience.

Enfin, si en mesurant le tube, sa mesure est prise plus grande que sa grandeur veritable, cela augmentera encore dans le calcul la grandeur du volume dilaté.

A cause de ces quatre erreurs de mesure, qui ne sont point erreurs d'hypothese, il me paroissoit que le volume dilaté, trouvé par le calcul, pouvoit differer assez sensiblement de celui de l'experience, sans qu'on en pût rien conclure contre la verité de l'hypothese.

Au contraire, il me paroissoit que cela jettoit dans l'impossibilité de distinguer d'où la difference entre le calcul & l'experience pouvoit provenir, à moins que l'experience ne s'éloignât considerablement de l'hypothese : car alors il faudroit conclure contre l'hypothese, les mesures ne s'éloignant de la verité que de parties peu considerables, & ne pouvant par cette raison produire une difference fort grande.

Je croyois donc que tant que la difference du calcul & de l'experience seroit peu considerable, il étoit comme impossible de dire si elle procedoit de l'erreur des mesures, qui par la nature de la chose se rejettent toutes à la fois les unes sur les autres, ou de la fausseté de l'hypothese.

Mais nonobstant tout cela, quelques personnes tres habiles de la Compagnie, au jugement desquels je dois déferer, ayant estimé que l'on peut supposer pour absolument vraies les mesures de l'atmosphere, celles du volume naturel, & la longueur du tube; je ne soûtiendray pas davantage le contraire; & je veux bien supposer avec eux que ces grandeurs sont vraies.

Sur ce pied, la difference qu'il y aura entre le produit du volume naturel par l'atmosphere, & le produit du volume dilaté par sa charge, sera la difference qu'on devra croire être entre l'hypothese & l'experience : quoyque si mon sentiment eût eu lieu, tout ce qu'on en auroit dû conclure, c'est que ces produits étant à peu prés égaux,

ce seroit une grande induction pour croire que l'hypothese & l'experience ne s'écartent pas l'une de l'autre.

DES ECUMES PRINTANIERES.

Par M. Poupart.

1705. 10. Juin. On voit naître au Printems certaines Ecumes blanches qui s'attachent indifferemment à toutes sortes de plantes. On peut les appeller Printanieres, parcequ'elles paroissent au Printems, plutôt ou plus tard selon que la saison est plus ou moins avancée.

Plusieurs Naturalistes ont parlé de ces Ecumes sans en avoir connu la cause. Ceux qui ont recours à la Physique generale croient que ce sont des vapeurs qui s'élevent de quelques terres par la chaleur du Printems, & vont s'attacher aux plantes qu'elles rencontrent. Ils apportent pour raison qu'on voit quelquefois un petit espace de terre dont les plantes sont parsemées de ces Ecumes, & qu'ensuite on feroit dix lieuës sans en pouvoir trouver d'autres ; ce qui fait voir qu'il n'y a que certaines terres propres à former ces Ecumes.

Isidore de Seville croit que ces Ecumes sont des crachats de Coucou. Cette pensée peut lui être venuë de ce qu'elles ressemblent à de petits crachats, ou de ce qu'elles naissent lorsque le Coucou commence à paroître, & de ce qu'elles disparoissent environ le tems qu'il se retire, ou enfin de ce qu'en volant d'un lieu dans un autre, il fait quelquefois un ralement avec la gorge comme s'il vouloit cracher.

Quelques-uns pensent que c'est le suc des plantes qui s'extravase, & Moufet dit que c'est une rosée écumeuse.

Swamerdam est de tous les Naturalistes celui qui a le

mieux connu ces Ecumes. Il prétend que ce ſont des Sauterelles qui les font avec la bouche. Il a eu raiſon de dire que ce ſont ces petits animaux qui les font ; mais ce n'eſt pas avec la bouche: ainſi il n'en a parlé que par conjecture.

Je pourrois rapporter pluſieurs autres penſées que l'on a euës ſur ces Ecumes: mais comme elles ſont toutes fauſſes, je ne m'y arrêteray pas davantage. Voici comme la choſe ſe paſſe.

On voit pendant l'Eſté certaines Sauterelles que les Naturaliſtes ont appellées Sauterelles puces, à cauſe qu'elles ſont fort petites, & qu'elles ſautent comme des puces. Leurs pieds de derriere n'excedent pas la hauteur de leur dos, comme font ceux des autres Sauterelles: Ils ſont toûjours pliez ſous le ventre comme ceux des puces, ce qui fait qu'elles ſautent fort vîte & ſans perdre de tems, parcequ'il n'y en a point entre leurs ſauts.

J'ay déja fait remarquer dans le Journal des Sçavans du Lundy 10 Aouſt de l'année 1693, que ces petites Sauterelles ont un aiguillon roide & fort pointu, avec lequel elles tirent le ſuc des plantes.

Cette petite remarque eſt curieuſe, parcequ'il n'y a que ces eſpeces de Sauterelles qui aïent un aiguillon. Toutes les autres qui nous ſont connuës ont une bouche, des levres & des dents, avec leſquelles elles mangent les herbes, & même la vigne.

Vos locustæ . . . .

Ne meas lædatis vites : ſunt enim teneræ.

Nos Sauterelles puces font des œufs, d'où il ſort au Printems d'autres petites Sauterelles, qui ſont envelopées pendant quelque tems d'une fine membrane. Cette membrane eſt un fourreau qui a des yeux, des pieds, des aîles & d'autres organes, qui ſont les étuis de ſemblables parties du petit animal qu'elles renferment. Quand il ſort de ſon œuf, il paroît comme un petit ver blanchâtre, qui n'eſt pas plus gros que la pointe d'une aiguille. Quelques jours aprés il devient couleur de verd de pré, que le ſuc

des plantes dont il se nourrit, pourroit bien lui communiquer. Alors il ressemble presque à un petit crapaut ou à une grenoüille verte qui monte sur les arbres, & qu'on appelle pour cette raison *Rana arborea*, c'est à dire, grenoüille d'arbre. Quoyque cet insecte soit envelopé d'une membrane, il ne laisse pas de marcher fort vîte & hardiment; mais il ne saute & ne vole point qu'il n'ait quitté sa pellicule.

Aussi-tôt qu'il est sorti de son œuf, il monte sur une plante qu'il touche avec son anus pour y attacher une goutelette de liqueur blanche & toute pleine d'air. Il en met une seconde auprés de la premiere, puis une troisiéme, & il continuë de la sorte jusqu'à ce qu'il soit tout envelopé d'une grosse écume, dont il ne sort point qu'il ne soit devenu un animal parfait, c'est à dire, qu'il ne soit délivré de la membrane qui l'environne.

Pour jetter cette écume, il fait une espece d'arc de la moitié de son corps, dont le ventre devient la convexité; il recommence à l'instant un autre arc opposé au premier, c'est à dire que son ventre devient concave de convexe qu'il étoit. A chaque fois qu'il fait cette double compression, il sort une petite écume de son anus, à laquelle il donne de l'étenduë en la poussant de côté & d'autre avec ses pieds.

J'ay mis sur une jeune Mente plusieurs de ces petites Sauterelles: les feüilles sur lesquelles elles firent leurs écumes ne grandirent point, & celles qui leur étoient opposées devinrent de leur grandeur naturelle. Cela fait voir que ces insectes vivent du suc des plantes tandis qu'ils sont dans leurs écumes.

Quand la jeune Sauterelle est parvenuë à une certaine grandeur, elle quitte son envelope qu'elle laisse dans l'écume, & elle saute dans la campagne.

Cette écume la garantit des ardeurs du Soleil qui la pourroient dessecher. Elle la préserve encore des araignées qui la suceroient, comme je l'ay vû arriver quelquefois.

On dit à la campagne que ces écumes sont un présage de beau-tems : mais c'est qu'elles n'y paroissent que quand le tems est beau, le mauvais tems les détruit.

NOUVELLES CONSTRUCTIONS ET CONSIDERATIONS SUR LES QUARRÉS MAGIQUES AVEC LES DEMONSTRATIONS.

PAR M. DE LA HIRE.

J'Ay communiqué autrefois à l'Academie quelques Constructions que j'avois trouvées pour les Quarrés Magiques, & principalement pour les pairs ; & je m'étois contenté alors de donner des regles simples & faciles à pratiquer, pour ranger les nombres d'un Quarré naturel & en progression arithmetique, dans un ordre qu'on appelle Magique, ensorte que toutes les bandes tant horizontales que verticales & diagonales fissent une même somme. J'avois aussi trouvé dans ce tems-là d'autres nombres, qui étant rangés dans un certain ordre, avoient quelque rapport aux Quarrés Magiques. Mais à l'occasion de ce qui a été publié depuis peu sur ces sortes de Quarrés, j'ay repris ce travail ; & j'ay trouvé enfin une methode generale qui comprend toutes les Constructions differentes qu'on a données jusqu'icy, lesquelles n'en sont que des cas particuliers, & j'en rapporte la démonstration qui est tres-simple. Je ne parleray presentement que des Quarrés dont la Racine est impaire, réservant les autres pour un autre tems. 1705. 13. Juin.

PROPOSITION I.

Soit un Quarré de cellules dont la racine est impaire, comme sept. Et soit proposé sept nombres tels qu'on vou-

dra & dans quel ordre on voudra, lesquels il faut placer dans les cellules de ce Quarré, ensorte qu'ils fassent une même somme dans toutes les bandes horizontales, verticales & diagonales, & qu'ils ne soient point repetés dans aucune de ces bandes.

Soient les nombres pris à volonté, & dans quelque ordre que soit 10, 5, 3, 9, 13, 8, 11.

Je place d'abord ces nombres dans la bande des cellules horizontale & superieure, en commençant à gauche & en allant vers la droite, comme on les voit dans la figure du quarré.

Je mets ensuite dans la seconde bande horizontale en descendant les mêmes nombres & dans le même ordre; mais il faut que le premier de cette bande soit le second de l'ordre proposé aprés le premier de la bande superieure, & ce sera 3 qui est le troisiéme de l'ordre, & continuant ensuite à remplir cette bande avec les nombres dans l'ordre proposé, en recommençant au premier quand on est venu au dernier.

On fera la même chose pour la troisiéme bande horizontale en descendant, en commençant au second nombre de l'ordre aprés celui qui a commencé la bande immediatement superieure, & continuant ensuite à placer tous les nombres de l'ordre.

10	5	3	9	13	8	11
3	9	13	8	11	10	5
13	8	11	10	5	3	9
11	10	5	3	9	13	8
5	3	9	13	8	11	10
9	13	8	11	10	5	3
8	11	10	5	3	9	13

Par ce moyen on remplira toutes les cellules du Quarré avec les nombres proposés, ensorte que les mêmes nombres ne se trouveront point repetés deux fois dans aucune des bandes horizontales, verticales, ni diagonales, & par consequent la somme de tous ces nombres dans toutes ces bandes sera égale, laquelle est icy 59.

DEMONSTRATION.

1°. Il est évident que toutes les bandes horizontales auront chacune tous les nombres de l'ordre proposé; mais les

les verticales les auront aussi, & ils n'y seront point repetés. Car par la construction dans chaque bande verticale, les nombres y seront toûjours les deuxiémes de suite dans ceux de l'ordre; & puisque le nombre de l'ordre est impair, il s'ensuit que le nombre 2 ne pouvant pas diviser exactement celui de l'ordre, les sept nombres de l'ordre doivent s'y trouver.

2°. Maintenant pour ce qui est des bandes diagonales, si l'on considere d'abord celle qui va en descendant de gauche à droite, & qui est icy 10, 13, où les nombres de suite sont 10, 9, 11, &c. on voit que puisque le nombre qui est immediatement au-dessous d'un autre dans la même bande verticale, est le second aprés celui qui est au-dessus, comme 3 au-dessous de 10, & que 9 qui est dans la même horizontale que 3, suit immediatement 3 dans l'ordre proposé, le nombre 9 qui sera au-dessous de 10 suivant la diagonale, sera le troisiéme aprés 10 dans l'ordre proposé.

Ce sera la même démonstration pour le nombre 11 qui suit 9; car le nombre 8 qui est au-dessous de 9, est le second aprés 9 dans l'ordre proposé, & le nombre 11 y suit le nombre 8; donc le nombre 11 sera le troisiéme aprés 9. Mais comme ce sera la même chose pour tous les autres, & que la racine du Quarré proposé est un nombre non divisible par trois, il s'ensuit que tous les nombres de la bande diagonale seront ceux de l'ordre proposé.

COROLLAIRE

Pour cet Article de la Démonstration.

Il s'ensuit de-là que si la racine proposée impaire étoit un multiple de 3, comme 9, 15, 21, &c. les nombres de cette bande reviendroient les mêmes aprés 3, 5, 7, &c. qui sont les quotiens de la division de la racine par 3; & par consequent cette bande seroit fausse, à moins que ces nombres 3, 5, 7, &c. repetés trois fois dans la bande ne fussent égaux au tiers de la somme des nombres de l'ordre.

3°. Il reste encore à faire la démonstration pour l'autre bande diagonale 11, 8 qui descend de droite à gauche. Nous avons déja dit que le nombre 10 qui est au-dessous de 8, est le second aprés 8 dans l'ordre proposé; mais le nombre 11 est le premier aprés 8 dans le même ordre; donc le nombre 10 est le premier aprés 11 dans l'ordre, lequel nombre 10 suit le nombre 11 dans la diagonale. Ce sera la même chose pour le nombre 5 qui suit le nombre 10 en descendant, & pour tous les autres; & par consequent tous les nombres de cette bande en descendant depuis 11 jusqu'à 8, seront de suite ceux de l'ordre proposé.

COROLLAIRE GENERAL.

Il s'ensuit par cette construction que toutes les bandes paralleles aux deux diagonales 10, 13 & 11, 8, auront tous leurs nombres dans le même ordre que celles ausquelles elles sont paralleles; & de plus que si l'on joint ensemble les paralleles correspondantes d'un côté & d'autre de la diagonale, comme les bandes paralleles 9, 11 & 10, 3, elles auront tous leurs nombres qui sont égaux à la racine, dans le même ordre que ceux des diagonales à qui elles sont paralleles, & ces paralleles correspondantes sont éloignées l'une de l'autre du nombre de cellules égal à la racine proposée, & icy elles sont les septiémes; & leur somme sera aussi égale à celle des nombres de l'ordre, ce qui est une proprieté particuliere de ces Quarrés.

PROPOSITION II.

On pourra aussi disposer ces nombres d'une autre maniere dans les cellules du Quarré, le même ordre étant donné dans la premiere bande horizontale.

10	5	3	9	13	8	11
9	13	8	11	10	5	3
11	10	5	3	9	13	8
3	9	13	8	11	10	5
8	11	10	5	3	9	13
5	3	9	13	8	11	10
13	8	11	10	5	3	9

On mettra à la premiere cellule de la seconde bande horizontale, le troisiéme nombre 9 de l'ordre proposé aprés le premier 10 de la bande superieure, & l'on remplira les autres cel-

lules de cette bande dans le même ordre que le proposé, comme on voit dans cette Figure. Pour la troisiéme bande ce sera le nombre 11 qui est le troisiéme de l'ordre aprés le superieur 9, & ainsi de suite; & les cellules du Quarré seront remplies comme il faut.

DEMONSTRATION.

1°. La démonstration de cette operation est la même que celle de la Proposition précedente; car il est évident que tous les nombres de l'ordre se trouveront dans chacune des bandes horizontales, & par consequent ils n'y seront pas repetés deux fois. Ce sera aussi la même chose pour les bandes verticales, pourvû neanmoins que la racine du Quarré proposé ne soit pas divisible par 3; car si elle est divisible par 3, les mêmes nombres reviendront dans les bandes verticales aprés une suite de nombres égaux au quotient de la division de la racine par 3, & ces nombres s'y trouveront trois fois, comme si la racine étoit 15, ils y reviendroient de 5 en 5, & trois fois dans chaque bande. Si elle étoit 21, ils y reviendroient de sept en sept, & ils y seroient repetés trois fois, ce qui est évident, puisqu'on prendroit toûjours dans la premiere bande verticale le troisiéme nombre de l'ordre proposé aprés celui qui est immediatement au-dessus.

Il s'ensuivra aussi la même chose dans toutes les autres bandes verticales où les nombres seront repetés de la même maniere, & par consequent les sommes des nombres de toutes les bandes verticales ne pourront jamais être égales entr'elles, si ce n'est dans quelques cas particuliers, à cause que dans ces bandes il y aura differens nombres repetés.

2°. Pour la bande diagonale qui descend de gauche à droite, comme 10, 9, les nombres y seront les quatriémes de suite aprés le premier, qui est un de plus que celui qu'on a pris pour recommencer les horizontales. C'est-pourquoy la racine proposée étant impaire, & ne pouvant être divisée par 4, tous les nombres de cette diagonale seront

ceux de l'ordre pris de quatre en quatre dans l'ordre proposé, & cela seroit même ainsi quand les nombres seroient repetés dans les bandes verticales.

3°. Pour l'autre diagonale 11, 13, il s'ensuit, comme on a dit dans l'autre Proposition, que les nombres y seront les seconds de suite dans l'ordre aprés le premier de la bande; & comme la racine est impaire qui ne peut être divisée par 2, tous les nombres de cette bande seront differens & seront ceux de l'ordre.

COROLLAIRE.

Ce que nous avons dit des bandes paralleles aux diagonales dans la premiere Proposition, se doit entendre de même dans celle-cy.

PROPOSITION III.

On peut de même prendre quel nombre on voudra dans l'ordre aprés le premier pour recommencer la bande horizontale suivante: mais on remarquera en general que les complémens jusqu'à la racine des nombres que l'on prend, comme si l'on avoit pris le quatriéme aprés le premier dans la racine 7, dont le complément seroit 3, les bandes ayant été disposées comme on a fait jusqu'icy par le quatriéme, seront ceux de la même disposition, comme si l'on avoit commencé par la droite, & qu'on eût été vers la gauche, en prenant aussi les troisiémes nombres de l'ordre, mais en allant dans le sens contraire où l'on a été.

Tout cecy est évident par la construction, & par ce qu'on a déja démontré dans les deux précedentes Propositions. Mais on remarquera aussi que si la racine impaire est divisible par quelque nombre, & qu'on prenne dans l'ordre celui qui répond au diviseur, comme dans la racine 15 si l'on prend les cinquiémes aprés le premier pour commencer la bande horizontale suivante, certains nombres seront repetés de 3 en 3 dans toutes les bandes verticales, & ils s'y trouveront chacun cinq fois, comme on peut voir dans le Quarré suivant de 15 de racine, à cause

10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11

que le quotient de 15 divisé par 5 est 3 ; & dans la diagonale, en descendant de gauche à droite, les nombres y seront les sixiémes de l'ordre aprés le premier, qui est un de plus que le cinquiéme qu'on a pris, & au contraire dans l'autre bande diagonale ils sont les quatriémes, qui est un de moins. Et si le nombre impair est aussi divisible par une des parties de 6 comme 3, la diagonale où les nombres sont les sixiémes de l'ordre, aura des nombres repetés de cinq en cinq, qui est le quotient du nombre 15 divisé par 3. Ce sera la même chose pour d'autres nombres.

On pourra donc aussi prendre pour le premier nombre de la seconde bande horizontale, le premier aprés le premier de l'ordre, & par consequent tous les nombres en descendant dans toutes les bandes verticales seront de suite comme ceux de l'ordre ; & comme ceux de la bande diagonale qui descend de gauche à droite doivent être d'une unité plus avancés dans l'ordre, ils seront les seconds de l'ordre proposé. Mais ceux de la bande diagonale qui descend de droite à gauche, doivent être d'une unité moins avancés ; ils seront donc tous les mêmes, comaussi ceux de ses paralleles.

Il s'ensuit donc de-là que tous les nombres de cette bande diagonale étant les mêmes, elle ne sera pas juste si ce nombre étant multiplié par la racine n'est égal à la som-

me de tous les nombres de l'ordre, & il ſera le moyen dans une progreſſion arithmetique.

Dans cette diſpoſition toutes les bandes paralleles & correſpondantes à cette diagonale, auront auſſi chacune partout un même nombre; c'eſtpourquoy elles ne réüſſiront pas.

Ce ſera auſſi la même choſe ſi l'on prend pour le premier de la ſeconde bande horizontale le dernier de l'ordre; car alors la bande diagonale qui deſcend de gauche à droite aura tous les mêmes nombres, comme auſſi ſes paralleles.

COROLLAIRE I.

Pour les Propoſitions précédentes.

On pourra connoître d'abord ſi un ordre de nombres pourra réüſſir dans une diſpoſition donnée & dans un Quarré donné, puiſqu'on voit ſuivant la nature du Quarré ſi le défaut ſera dans les verticales ou dans les diagonales.

Mais on voit generalement que lorſque les racines des Quarrés ſont des nombres premiers, toutes les conſtructions peuvent être bonnes, en obſervant ce qui vient d'être dit pour les diagonales, qui ont partout le même nombre, ſoit qu'on prenne le premier aprés le premier de l'ordre, ou bien le dernier pour commencer la ſeconde bande horizontale.

COROLLAIRE II.

On peut encore former ces Quarrés par les bandes verticales au lieu des horizontales, comme on a fait cy devant, en y obſervant les mêmes regles des horizontales. Mais on remarquera que ſi un Quarré a été fait par les verticales & en deſcendant, il ſe trouvera diſpoſé comme s'il avoit été fait par les horizontales; mais alors la repetition de l'ordre ſe trouve en ſens contraire: par exemple, ſi dans la ſeconde verticale on avoit pris le ſecond nombre de l'ordre de la premiere en deſcendant pour recom-

mencer celle-cy dans un Quarré de 7 de racine, & le Quarré étant tout disposé suivant cette methode, il se trouvera aussi disposé comme s'il avoit été fait par les horizontales, en recommençant les bandes inferieures par le cinquiémes de l'ordre, à cause que 5 est le complément jusqu'à la racine de celui qui a servi pour recommencer les verticales.

Enfin un Quarré fait par les verticales étant couché sur le côté, sera de même que s'il avoit été fait par les horizontales; mais par une repetition qui sera le complément jusqu'à la racine, de celle qui a servi à le former.

Puisque la formation des Quarrés par les verticales est la même que celle des horizontales, nous nous servirons des horizontales dans la suite.

COROLLAIRE III.

On peut faire en montant ce qu'on a fait en descendant pour recommencer les bandes horizontales, ensorte qu'une des bandes étant donnée avec la disposition des suivantes en descendant, on a aussi la disposition des précedentes en remontant : car il n'y aura qu'à prendre pour le premier nombre des horizontales précedentes ou superieures, le quantiéme aprés le premier de la bande inferieure, qui est le complément jusqu'à la racine du quantiéme qu'on prenoit pour recommencer les inferieures. Comme dans l'exemple de la premiere Proposition, si l'on avoit donné la cinquiéme bande horizontale en descendant 5, 3, 9, 13, 8, 11, 10, & que pour la bande inferieure suivante on eût pris le second 9 aprés le premier, ce qui donneroit pour cette bande 9, 13, 8, 11, 10, 5, 3, il faudroit prendre pour le premier de la bande superieure, le cinquiéme 11 aprés le premier, à cause que 5 est complément de 2 à 7, & cette bande sera comme dans l'exemple 11, 10, 5, 3, 9, 13, 8, en conservant toûjours le même ordre proposé; & ainsi des autres de suite soit en montant ou en descendant.

Ces trois Propositions précedentes ne sont qu'une même Proposition, & comprennent la methode generale de

construction que je propose icy. Je ne les ay separées que pour faire voir les applications differentes de cette methode, & pour la rendre plus facile.

PROPOSITION IV.

On peut faire les mêmes constructions que dans les Propositions précedentes avec des ordres *mutilés*, c'est à dire avec des ordres où il y ait moins de nombres qu'il n'y en a dans la racine, en substituant des zeros à la place des nombres qui manquent pour remplir l'ordre, ou les cellules de la racine; comme aussi avec des ordres où il y aura des nombres repetés.

On en peut voir un exemple dans ce Quarré de 5 de racine, lequel est rempli par la premiere Proposition.

7	0	6	6	2
6	6	2	7	0
2	7	0	6	6
0	6	6	2	7
6	2	7	0	6

Les démonstrations seront les mêmes que celles des Propositions précedentes.

PROPOSITION V.

On peut encore combiner deux Quarrés de même racine, lesquels seront remplis séparément avec quel ordre on voudra, de quels nombres on voudra, en joignant les nombres ensemble de chaque cellule semblable & semblablement posée; & j'appelle ces deux Quarrés *les Primitifs*, par rapport à celui qui en est formé, que j'appelle *le Quarré Parfait*.

Soit les deux Quarrés Primitifs de 5 de racine chacun, & les nombres & l'ordre du premier. Soient 7, 8, 4, 5, 3, lequel soit rempli suivant la disposition de la premiere Proposition. Et les nombres avec l'ordre du second soit 5, 0, 9, 4, 2, lequel soit rempli par la seconde Proposition.

1. Primitif.

7	8	4	5	3
4	5	3	7	8
3	7	8	4	5
8	4	5	3	7
5	3	7	8	4

2. Primitif.

5	0	9	4	2
4	2	5	0	9
0	9	4	2	5
12.	5	0	9	4
9	4	2	5	0

Maintenant si l'on joint ensemble les nombres de chaque cellule correspondante semblable & semblablement posée

posée dans ces deux Quarrés, on fera le troisiéme Quarré qui sera juste & parfait. Car puisque la somme des nombres de toutes les bandes des deux premiers Quarrés est partout la même, il se fera aussi une même somme par l'addition de ces mêmes bandes tant horizontales que verticales & diagonales avec leurs paralleles. Mais il arrive assez souvent dans ces sortes de nombres qu'il y en a plusieurs de repetés dans le même Quarré.

Parfait.

12	8	13	9	5
8	7	8	7	17
3	16	12	6	10
10	9	5	12	11
14	7	9	13	4

Il faut remarquer que la disposition des deux Quarrés Primitifs doit être differente, comme icy celle du premier a été faite par la premiere Proposition, & celle du second par la seconde : Car si les deux Quarrés Primitifs avoient une même disposition de leurs nombres dans la repetition de leurs bandes, les nombres qui seroient dans chaque bande y seroient repetés suivant leur disposition, & le Quarré ne laisseroit pas pour cela d'être juste. Et si on les disposoit tous deux en prenant le premier & le dernier de l'ordre, il pourroit y avoir une des diagonales qui seroit fausse, à moins qu'on n'y observât ce qui a été marqué dans la Proposition à l'égard des nombres repetés.

Il s'ensuit aussi qu'on peut assembler ou combiner plusieurs Quarrés, comme on en a fait deux dans cette Proposition, & que le Quarré qui en résultera sera parfait, puisque dans toutes les bandes ce ne sera qu'une addition de sommes égales.

PROPOSITION VI.

Les nombres qui sont en progression Arithmetique dans l'ordre des nombres, comme 3, 6, 9, 21, 15, 18, 12, ne sont que des cas des Propositions précedentes ; mais on y peut faire quelques remarques particulieres.

Si l'on propose l'ordre à volonté du Quarré de 7 de racine 3, 5, 2, 1, 4, 7, 6, & qu'on en forme le Quarré par la premiere Proposition, & qu'on prenne aussi l'ordre à volonté des racines de ce Quarré en même progression avec

le zero qui ſoit 28, 7, 0, 42, 35, 21, 14, & qu'on en forme auſſi un Quarré par la ſeconde Propoſition, comme on les voit icy ; il s'enſuivra que le Quarré compoſé de ces deux Quarrés ſera juſte & parfait, & qu'il n'y aura aucun nombre repeté, & par conſequent on y trouvera tous les nombres du Quarré juſqu'à 49, & les paralleles aux diagonales ſeront auſſi juſtes.

3	5	2	1	4	7	6
2	1	4	7	6	3	5
4	7	6	3	5	2	1
6	3	5	2	1	4	7
5	2	1	4	7	6	3
1	4	7	6	3	5	2
7	6	3	5	2	1	4

28	7	0	42	35	21	14
42	35	21	14	28	7	0
14	28	7	0	42	35	21
0	42	35	21	14	28	7
21	14	28	7	0	42	35
7	0	42	35	21	14	28
35	21	14	28	7	0	42

31	12	2	43	39	28	20
44	36	25	21	34	10	5
18	35	13	3	47	37	22
6	45	40	23	15	32	14
26	16	29	11	7	48	38
8	4	49	41	24	19	30
42	27	17	33	9	1	46

1°. A cauſe des conſtructions differentes des deux Quarrés, les mêmes nombres ne peuvent pas ſe rencontrer dans les mêmes cellules correſpondantes dans chacun des deux Quarrés Primitifs, comme dans le premier Quarré le nombre 3 eſt dans la premiere cellule de la premiere bande horizontale, & dans la ſeconde bande il eſt dans la ſixiéme, dans la troiſiéme il eſt dans la quatriéme, &c. Et dans le ſecond Quarré le nombre 28 eſt dans la premiere cellule de la premiere bande horizontale, mais il eſt le cinquiéme dans la ſeconde bande, & le ſecond dans la troiſiéme, &c. ce qui eſt évident par la conſtruction.

2°. Dans le Quarré Parfait il ne ſçauroit y avoir de nombre repeté ; car comme chaque multiple de la racine qui ſurpaſſe les nombres de la racine, doit ſe joindre à differens nombres de la racine & avec zero, comme nous venons de voir ; chacun de ces multiples joint à la racine doit remplir tout le nombre du Quarré, qui eſt 49 dans cet exemple.

Ce ſera la même démonſtration pour les bandes paralleles aux diagonales.

On pourra auſſi faire ces conſtructions par la 3ᵉ Propo-

sition & en differentes manieres, pourvû qu'on observe toûjours de faire l'un des Quarrés Primitifs par une construction, & l'autre par l'autre. On voit par-là que le seul Quarré de 7 de racine pourra se faire en bien des manieres differentes, suivant la combinaison des differentes constructions & dispositions des nombres de l'ordre. Mais il faut observer que si dans l'un des deux Quarrés Primitifs on se sert d'une construction où il y ait des nombres repetés dans une diagonale, il faudra que ce nombre repeté dans toutes les cellules de la bande diagonale, soit le moyen de ceux de l'ordre de ce Quarré, comme si c'étoit pour les nombres de la racine de 7, il faudroit que ce fût le nombre moyen 4, qui étant multiplié par 7 sera égal à la somme de tous les nombres de la racine. Et si c'étoit l'ordre des racines où le zero est employé, il faudroit que ce fût le nombre 21 qui est moyen entre le zero & 42.

Ce sera la même chose pour tels nombres qu'on voudra en progression Arithmetique, comme 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, dont on remplira la racine, & les nombres qui tiendront lieu des multiples des racines avec le zero seront 21, & ses multiples 42, 63, 84, 105, 126, les uns & les autres placés dans quel ordre on voudra, hormis ceux qui dans la disposition donnent des nombres repetés dans la diagonale, ausquels il faut avoir égard suivant les trois premieres Propositions.

On peut pour faciliter l'operation du Quarré Primitif qui contient les racines, exprimer seulement le nombre des racines & non-pas leur valeur, comme 0, 1, 2, 3, 4, &c. au lieu de 0, 7, 14, 21, 28, &c. mais en formant le Quarré Parfait on restituëra ces valeurs.

PROPOSITION VII.

On peut aussi construire des Quarrés Parfaits avec des nombres en progression Arithmetique, mais interrompuë, comme si l'on donnoit les 25 nombres suivans dans un Quarré dont les nombres des bandes horizontales se surpassassent chacun de 3, & ceux des verticales chacun

Proposé.

1	4	7	10	13
3	6	9	12	15
5	8	11	14	17
7	10	13	16	19
9	12	15	18	21

de 2, on pourra faire de ces nombres un Quarré Parfait par la methode generale.

Il faut d'abord faire un Quarré Primitif par les regles dont tous les nombres seront ceux de l'ordre proposé de la premiere bande horizontale; qui seront ceux des nombres simples, en recommençant, par exemple, les bandes horizontales suivantes par les seconds aprés le premier de la bande horizontale qui est au-dessus.

Primitif des Simples.

1	4	7	10	13
7	10	13	1	4
13	1	4	7	10
4	7	10	13	1
10	13	1	4	7

L'autre Quarré Primitif sera celui des Racines, qui ne sont icy que les nombres ajoûtés aux simples nombres repetés dans la progression proposée. Par exemple, la seconde bande horizontale proposée, n'est que la premiere repetée à laquelle on a ajoûté partout 2, la troisiéme est encore la premiere à laquelle on a ajoûté 4, & ainsi des autres; ensorte que les nombres 0, 2, 4, 6, 8, tiennent icy lieu de racines.

Primitif des Racines.

0	8	4	2	6
2	6	0	8	4
8	4	2	6	0
6	0	8	4	2
4	2	6	0	8

On pourra mettre ces racines dans quel ordre on voudra, & disposer le Quarré par une repetition differente de celle du premier Quarré, comme il est prescrit dans la Proposition précedente, & comme on le voit dans l'exemple qui est icy proposé.

Enfin de ces deux Quarrés Primitifs on en formera le Quarré Parfait, qui aura toutes les conditions requises.

Quarré Parfait.

1	12	11	12	19
9	16	13	9	8
21	5	6	13	10
10	7	18	17	3
14	15	7	4	15

On remarquera que dans ces sortes de Quarrés il pourroit y avoir quelques nombres repetés, mais ce ne seront que ceux qui sont proposés, & qui se trouvent par la progression.

On remarquera aussi que le Quarré de 9 cellules qui a trois de racine, ne peut avoir qu'une seule disposition parfaite, soit que les nombres soient en progression Arithme-

tique continuë ou interrompuë, comme il est expliqué dans les Propositions 6 & 7; mais que Quarré Parfait peut être disposé par le renversement & retournement en 8 manieres differentes.

PROPOSITION VIII.

PROBLEME.

Faire un Quarré d'une racine donnée, & dont la somme de toutes les bandes soit égale à un nombre donné tel qu'on voudra, sans que les nombres soient repetés dans le Quarré.

Il seroit fort aisé de disposer des nombres repetés dans chaque bande horizontale, ensorte que toutes les bandes fissent une même somme, puisqu'il n'y auroit qu'à remplir l'ordre par tels nombres qu'on voudroit qui fissent la somme donnée; ce qui seroit évident par les premieres Propositions. Mais il faut les disposer de telle maniere, & prendre des nombres tels qu'il ne s'en rencontre pas deux de semblables dans tout le Quarré Parfait; ce qui pourra toûjours être, pourvû que le nombre donné soit égal ou plus grand que celui qui seroit fait des nombres de suite depuis l'unité pour la racine proposée; sinon il se trouvera quelques nombres repetés.

REGLE.

On prendra pour l'ordre du Quarré Primitif des nombres simples, les nombres de suite de la racine, comme pour la racine 5; 1, 2, 3, 4, 5, lesquels on rangera comme on voudra dans l'ordre pour la premiere bande horizontale de ce Quarré. Ayant ôté leur somme du nombre proposé que doivent faire toutes les bandes, on remplira le reste avec autant de nombres qu'en a la racine moins l'unité, à la place de laquelle on mettra 0, & il faudra que ces nombres se surpassent tous les uns les autres, & le 0 au moins de 5 qui est le nombre de la racine, lesquels on rangera comme on voudra dans l'ordre pour le second

Quarré Primitif, & ces deux Quarrés étant remplis suivant les premieres Propositions, si on les combine il en résultera un Quarré Parfait avec les conditions requises.

EXEMPLE.

Soit la racine 5 du Quarré proposé, & on demande que la somme des nombres de toutes les bandes soit 81, nombre donné, qui est plus grand que 65, qui seroit celui du Quarré de 5 rempli avec tous les nombres de suite depuis l'unité.

Premier Quarré.

4	5	3	1	2
3	1	2	4	5
2	4	5	3	1
5	3	1	2	4
1	2	4	5	3

Second Quarré.

18	0	5	12	31
12	31	18	0	5
0	5	12	31	18
31	18	0	5	12
5	12	31	18	0

Quarré Parfait.

22	5	8	13	33
15	32	20	4	10
2	9	17	34	19
36	21	1	7	16
6	14	35	23	3

Ayant pris par la regle pour l'ordre du premier Quarré les nombres de la racine rangés à volonté, comme on voit dans le premier Quarré 4, 5, 3, 1, 2, dont la somme est 15, laquelle étant ôtée de 81, somme donnée des bandes, il restera *66*, qu'on pourra remplir des nombres 18, 0, 5, 12, 31, lesquels depuis le 0 se surpassent de 5 & plus, qui est le plus grand nombre de l'ordre du premier Quarré.

Ces deux Quarrés étant disposés comme on voudra par les premieres Propositions, on en fera le Quarré Parfait en combinant les cellules correspondantes, & ce Quarré aura toutes les conditions requises.

DEMONSTRATION.

La démonstration de cette operation est facile aprés ce qu'on a démontré des précedentes. Car puisque le zero du second Quarré se doit joindre dans le Quarré Parfait avec les differens nombres du premier Quarré, il est évident qu'on aura dans ce Quarré Parfait & dans chacune de ses bandes l'un des nombres du premier Quarré sans y

être repeté, & le plus haut sera 5, qui est le plus haut du premier Quarré.

Semblablement le second nombre 5 du second Quarré se doit aussi joindre pour le Quarré Parfait, & dans chacune de ses bandes, avec tous les nombres du premier Quarré, & ces nombres seront tous plus grands que ceux qui y sont déja, puisque ce nombre 5 étant joint avec 1 fera 6, qui est plus grand que 5 qui étoit le plus haut de ceux qu'on y avoit déja placés, & le plus haut de ceux-cy sera 5 joint à 5 qui fera 10.

De même le nombre 12 qui est plus grand que 10 se joignant aussi à tous les nombres du premier Quarré, fera des nombres plus grands que les précedens; & ainsi des autres jusqu'à la fin. C'est-pourquoy il ne se trouvera dans le Quarré Parfait aucun nombre repeté deux fois, & il sera parfait par la Proposition sixiéme, & toutes ses bandes feront 81, comme il étoit proposé.

Il est évident que si le nombre proposé étoit moindre que 65 dans cet exemple, il y auroit des nombres repetés deux fois dans le Quarré Parfait; puisque necessairement quelques nombres du second Quarré se joignant avec ceux du premier feroient une même somme, comme si au lieu de 12 on y avoit 7, dont la difference à 5 seroit moindre que 5, comme il arriveroit à quelques nombres du second Quarré, ce nombre 7 se joignant avec 2 feroit 9, de même que 5 auroit fait auparavant en se joignant avec 4, & ainsi des autres.

On pourroit aussi au lieu des nombres du premier Quarré en prendre d'autres tels qu'on voudroit, comme 1; 2, 4, 5, 7; mais il faudroit que leur somme étant ôtée du nombre donné, le reste pût remplir l'ordre du second Quarré avec le zero, 0, & le nombre 7 & ses multiples au moins; car ce nombre 7 est le plus grand de ceux de l'ordre du premier Quarré: ce qui est évident par la précedente démonstration; car autrement il y auroit, ou il pourroit y avoir des nombres repetés dans le Quarré Parfait.

On pourra varier ces Quarrés en plusieurs manieres.

PROPOSITION IX.

On peut faire par ces methodes que quelque nombre que ce soit du nombre quarré proposé, se trouve dans quelle cellule on voudra du Quarré, & même l'unité au milieu, & en plusieurs manieres, mais seulement dans les Quarrés plus hauts que 9.

Par exemple, si l'on veut que l'unité soit dans la cellule du milieu du Quarré, on mettra d'abord cette unité dans la cellule du milieu du premier Quarré Primitif, & l'on disposera ensuite les autres nombres de la racine qui sont les nombres simples dans quel ordre on voudra pour la bande horizontale où est placé le premier nombre. Ensuite on formera les autres bandes tant en descendant qu'en montant par quelqu'une des dispositions des premieres Propositions.

On fera ensuite le second Quarré Primitif, qui est celui des racines, en plaçant le o dans sa cellule du milieu, qui est correspondante à celle où l'on a placé l'unité dans l'autre, & l'on donnera à la bande horizontale où il est quel ordre on voudra à ces racines, & l'on achevera ce Quarré par une disposition differente de celle du premier pour recommencer les bandes horizontales; par ce moyen on fera un Quarré Parfait par les regles de la sixiéme Proposition qui aura la condition requise.

Si c'étoit un autre nombre, comme 22, dans quelque cellule marquée pour le Quarré de 5 de racine, on ôteroit de ce nombre autant de fois la racine qu'on pourroit, qui seroit icy 4, & le reste 2 se mettroit dans la cellule marquée, & l'on acheveroit le premier Quarré Primitif comme on vient de dire. Dans le second Quarré Primitif on mettroit les quatre racines dans la cellule correspondante à celle qui est marquée, & achevant aussi ce Quarré des racines suivant la regle, on trouveroit par la combinaison de ces deux Quarrés, un Quarré Parfait suivant le requis; ce qui est évident par la sixiéme Proposition, & comme on le peut voir icy dans l'exemple où le nombre 22 doit

être

être à la ſeconde cellule de la ſeconde bande horizontale.

Premier.

1	4	3	2	5
3	2	5	1	4
5	1	4	3	2
4	3	2	5	1
2	5	1	4	3

Second.

3	2	1	0	4
0	4	3	2	1
2	1	0	4	3
4	3	2	1	0
1	0	4	3	2

Parfait.

16	14	8	2	25
3	22	20	11	9
15	6	4	23	17
24	18	12	10	1
7	5	21	19	13

PROPOSITION X.

On peut auſſi faire des Quarrés comme dans la ſixiéme Propoſition ; enſorte que toutes les cellules du Quarré étant priſes deux à deux, & étant centralement oppoſées & également éloignées du centre, auront partout leurs nombres enſemble égaux au double du nombre de la cellule du milieu du Quarré ; ce qui eſt auſſi la ſomme des deux extrêmes. 1705. 17. Juin.

Cette Propoſition n'eſt qu'un cas des premieres, & la conſtruction n'en eſt pas differente : elle demande ſeulement une certaine diſpoſition des nombres de l'ordre ; mais on ne la peut faire qu'avec des nombres qui ſoient en progreſſion Arithmetique, comme 1, 2, 3, 4, 5, &c.

CONSTRUCTION.

Dans la bande horizontale du milieu du premier Quarré, il faut placer dans la cellule du milieu le nombre moyen de la progreſſion, comme on voit le nombre 4 dans le premier Quarré ſuivant qui a ſa racine 7 ; & l'on placera auſſi dans cette même bande les autres nombres de la racine comme on voudra, pourvû ſeulement que ceux qui ſeront dans les cellules également éloignées de celle du milieu, faſſent enſemble un nombre double de celui de la cellule du milieu ; ce qui ſe peut faire à cauſe de la progreſſion Arithmetique propoſée, comme on le peut voir dans la Figure ſuivante.

Pour le ſecond Quarré dont l'ordre ſera fait de 0 & des

multiples de la racine, on y obſervera la même regle pour placer ces nombres dans la bande horizontale du milieu, enſorte que le nombre 21 ſera au milieu, & ceux qui ſeront également éloignés de la cellule du milieu feront enſemble une ſomme double de 21.

Premier Quarré.

1	5	3	7	2	4	6
7	2	4	6	1	5	3
6	1	5	3	7	2	4
3	7	2	4	6	1	5
4	6	1	5	3	7	2
5	3	7	2	4	6	1
2	4	6	1	5	3	7

Second Quarré.

0	21	42	35	14	28	7
14	28	7	0	21	42	35
21	42	35	14	28	7	0
28	7	0	21	42	35	14
42	35	14	28	7	0	21
7	0	21	42	35	14	28
35	14	28	7	0	21	42

Quarré Parfait.

1	26	45	42	16	32	13
21	30	11	6	22	47	38
27	43	40	17	35	9	4
31	14	2	25	48	36	19
46	41	15	33	10	7	23
12	3	28	44	39	20	29
37	18	34	8	5	24	49

Maintenant ſi l'on acheve ces deux Quarrés chacun par une conſtruction differente, comme il eſt marqué dans la ſixiéme Propoſition, ſur les ordres de la bande horizontale du milieu, tant en deſcendant qu'en montant, par exemple, pour le premier Quarré en prenant le troiſiéme nombre de l'ordre pour le premier de la bande ſuivante, & pour le ſecond Quarré en prenant le quatriéme de ſon ordre: ces deux Quarrés auront chacun les conditions de la Propoſition, & étant combinés par la ſixiéme Propoſition, ils formeront le Quarré Parfait, qui contiendra tous les nombres du Quarré qui ſont icy 49, & il aura toutes les conditions de la Propoſition: car tou-

tes les cellules du Quarré centralement opposées font ensemble 50, qui est un nombre double de 25 de la cellule du milieu.

On remarquera que dans cette disposition de nombres, on peut prendre pour recommencer les bandes horizontales suivantes, le premier de l'ordre aprés le premier ou bien le dernier; car dans ces deux cas l'une des diagonales a toûjours les mêmes nombres, & ce nombre sera le moyen de l'ordre par la construction, puisqu'il est égal à celui de la cellule du milieu du Quarré : c'est-pourquoy par les remarques de la troisiéme Proposition cette construction sera bonne.

DEMONSTRATION.

Chacun des deux Quarrés Primitifs a toutes les conditions de la Proposition, & par consequent le Quarré Parfait les aura aussi. Car dans le premier Quarré le nombre 4 est au milieu, celui qui est au-dessus est 3, & celui qui est au-dessous est 5: mais il y a même distance de 3 à 4 ou de 4 à 3, que de 4 à 5 dans l'ordre par la construction; car toutes les cellules verticales de suite ont des nombres également éloignés les uns des autres par la seconde Proposition; & puisque par la construction ceux qui sont également éloignés du milieu font ensemble une somme égale au double de celle du milieu, 3 & 5 feront cette somme 8 égale à deux fois 4, & ils sont centralement opposés.

Mais par la construction ceux des côtés 2 & 6 sont aussi également éloignés de 4 & centralement opposés, ils feront donc aussi ensemble 8.

Maintenant le nombre 5, qui est au-dessus de 2, en est éloigné de trois cellules dans l'ordre par la construction, & 3 qui est au-dessous de 6, est aussi éloigné de 6 de trois cellules de l'autre côté, & 2 & 6 sont également éloignés de 4 l'un d'un côté & l'autre de l'autre; donc 5 & 3 feront également éloignés de 4 dans l'ordre l'un d'un côté & l'autre de l'autre & centralement opposés, & par consequent ils feront ensemble une somme double de 4.

Ce ſera la même démonſtration pour les autres nombres de ce Quarré en paſſant ſucceſſivement des uns aux autres. Ce ſera encore la même methode de démonſtration pour le ſecond Quarré ; & par conſequent le Quarré Parfait qui eſt une combinaiſon des deux premiers, aura toutes les mêmes proprietés qu'ils ont, qui ſont celles de la Propoſition ; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XI.

Les Quarrés Parfaits étant conſtruits comme dans la Propoſition précedente : Je dis qu'on peut les varier en pluſieurs autres qui ne ſuivront plus les regles précedentes.

Ces variations ſe feront en tranſpoſant les bandes les unes à la place des autres, c'eſt à dire les verticales à la place des verticales, & les horizontales à la place des horizontales ; mais avec cette regle, que celles qui étoient également éloignées de celle du milieu, le ſoient encore aprés leur tranſpoſition.

Par exemple, ſi dans le Quarré de 7 de racine de la Propoſition précedente, je tranſpoſe la premiere bande horizontale & que je la mette à la place de la troiſiéme, & la troiſiéme à la place de la premiere ; il faut auſſi mettre derniere à la place de la cinquiéme, & la cinquiéme à la la place de la derniere, ce Quarré changé ſera encore parfait : car alors toutes les cellules oppoſées centralement & également éloignées du centre, ſe trouvent encore également éloignées du centre & centralement oppoſées. Ce ſera la même choſe pour le changement des autres bandes tant horizontales que verticales.

PROPOSITION XII.

Il y a encore d'autres variations qui ſervent à rendre des Quarrés parfaits, leſquels ne le ſeroient pas par la conſtruction ſuivant les premieres Propoſitions. Il ſuffira d'en donner quelques exemples pour les faire connoître.

Soit les deux Quarrés Primitifs formés par la Propoſi-

1. Quarré.

2	5	3	1	4
4	2	5	3	1
1	4	2	5	3
3	1	4	2	5
5	3	1	4	2

2. Quarré.

3	0	2	4	1
0	2	4	1	3
2	4	1	3	0
4	1	3	0	2
1	3	0	2	4

tion quatriéme, où l'on prend pour le premier, qui eſt celui des nombres ſimples, le dernier nombre de l'ordre de la premiere bande horizontale pour recommencer la ſeconde; & pour le ſecond, qui eſt celui des racines, on prend le premier de l'ordre aprés le premier dans la premiere bande horizontale pour recommencer la ſeconde.

Il eſt évident par ce qui a été dit cy-devant, que dans le premier Quarré la bande diagonale qui deſcend de gauche à droite eſt fauſſe; car le nombre 2 eſt repeté dans toutes ſes cellules, & ce nombre 2 n'eſt pas le moyen de ceux de la racine, lequel eſt 3. De même dans le ſecond Quarré, par la conſtruction, la bande diagonale qui deſcend de droite à gauche, a l'unité dans toutes ſes cellules, au lieu qu'elle devroit avoir le nombre 2 qui eſt le moyen des multiples de la racine : c'eſt-pourquoy on cherche ſi en changeant de la même maniere dans ces deux Quarrés Primitifs, quelques bandes de place, on pourra les rendre parfaits; & l'on trouve que ſi la cinquiéme bande horizontale de chacun eſt tranſportée à la place de la quatriéme, & la quatriéme à la place de la cinquiéme, les diagonales défectueuſes ſe trouveront parfaites. Car dans le premier il manque à la bande horizontale où ſont les nombres 2, cinq unités, & par la tranſpoſition au lieu de 2 & 2, on aura 4 & 5, ce qui corrige le deffaut: mais il faut auſſi prendre garde, ſi dans l'autre bande diagonale qui eſt juſte, ce changement n'y cauſe point d'erreur, comme on le voit, puiſqu'au lieu de 5 & 1 on y ſubſtituë 3 & 3 qui fait la même ſomme.

Il faut voir encore ſi dans le ſecond Quarré, qui eſt celui des racines, ce même changement ne cauſe point d'erreur, & corrige celui qui eſt à la bande diagonale où ſont les nombres ſimples; car il faut faire le même changement dans l'un que dans l'autre, afin que les racines com-

binées avec les nombres ſimples faſſent les mêmes ſommes que d'abord & ſans repetition. On voit donc dans ce Quarré que la bande diagonale où ſont les unités en a cinq de moins qu'il ne faut; mais par ce changement au lieu de 1 & 1, on aura 4 & 3 qui corrige le deffaut, & pour l'autre diagonale qui eſt juſte, on aura 2 & 2 au lieu de 0 & 4 qui font la même ſomme. C'eſt-pourquoy ces deux Quarrés ainſi corrigés, comme on les voit icy, donneront par leur combinaiſon le Quarré Parfait.

1. Quarré.

2	5	3	1	4
4	2	5	3	1
1	4	2	5	3
5	3	1	4	2
3	1	4	2	5

2. Quarré.

3	0	2	4	1
0	2	4	1	3
2	4	1	3	0
1	3	0	2	4
4	1	3	0	2

Quarré Parfait.

17	5	13	21	9
4	12	25	8	16
11	24	7	20	3
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

On pourra faire auſſi d'autres changemens ſemblables dans les bandes horizontales ou verticales, mais dans les conditions marquées cy-deſſus.

Autres variations des Quarrés Parfaits.

Il y a encore de ſemblables variations aux Quarrés Parfaits, en tranſportant des bandes horizontales à la place d'autres horizontales, ou des verticales à la place des verticales; pourvû que les nombres changés dans les diagonales faſſent la même ſomme que ceux qui y étoient auparavant.

Par exemple, dans le Quarré Parfait qu'on vient de former, on peut changer la premiere bande horizontale à la place de la derniere, & réciproquement, & le Quarré ſera encore parfait.

De même, on peut changer dans le même Quarré la premiere bande horizontale à la place de la quatriéme, & réciproquement, & le Quarré ſera encore parfait.

De même, en changeant la troiſiéme bande horizontale à la place de la cinquiéme, & réciproquement.

Et ainsi des autres. Mais il faut remarquer que ces Quarrés changés peuvent encore recevoir d'autres changemens, comme dans le dernier que je viens de marquer, on peut mettre la premiere bande verticale à la place de la troisiéme, & réciproquement.

On peut faire aussi de semblables changemens aux Quarrés formés par les regles des premieres Propositions, ce qui augmente de beaucoup le nombre de leurs variations; & ces Quarrés ainsi changés ne se rapportent plus aux regles de ces Propositions, comme on peut voir en les résolvant en leurs Quarrés Primitifs.

PROPOSITION XIII.

Dans la multitude des Quarrés Parfaits qu'on peut former sur une même racine plus grande que trois, il y en a qui ont une proprieté particuliere, & dont M. Frenicle a parlé le premier, à ce que je sçache : Sçavoir, que si l'on ôte une enceinte de cellules au Quarré Parfait, le Quarré restant soit encore un Quarré Parfait, & ainsi de suite jusqu'au Quarré 9 dont on ne peut pas ôter d'enceinte. Ces sortes de Quarrés ne se rapportent point aux regles de mes premieres Propositions; & il y a grande apparence que M. Frenicle avoit proposé ce Problême à M. de Fermat.

Pour faire ces sortes de Quarrés, & pour trouver tous ceux qu'on peut faire sur la même racine, je donne icy une methode qui en abrege de beaucoup le travail, en réduisant les nombres qui les composent à des nombres beaucoup plus simples, & qui fait voir en même tems la démonstration de la construction.

Je propose seulement icy le Quarré de 5 de racine, lequel servira pour tous les autres Quarrés de même nature.

Je fais d'abord une Table de tous les nombres du Quarré que je range de suite en deux colonnes, dans la premiere desquelles sont les nombres jusqu'à celui du milieu qui est icy 13, & dans l'autre sont leurs complemens vis à vis jusqu'à la somme 26 des deux extrêmes, ou du double

de celui du milieu 13, qui est icy complément à lui-même, & je mets entre deux leur difference jusqu'à 13, avec les signes plus + & moins − les uns d'un côté & les autres de l'autre, pour montrer qu'il faudroit ajoûter cette difference aux nombres moindres que 13 pour aller jusqu'à 13, & aux autres qui sont leurs complémens, qu'il la faudroit ôter pour les réduire à 13; ensorte que ces differences deviennent communes, & les signes + & − ont seulement rapport aux differences. Enfin je me sers seulement de ces differences dans la recherche des nombres qui doivent composer le Quarré, suivant ce qui est requis par le Problême.

Nomb.	Diff.	Nomb.
1 +	12 −	25
2 +	11 −	24
3 +	10 −	23
4 +	9 −	22
5 +	8 −	21
6 +	7 −	20
7 +	6 −	19
8 +	5 −	18
9 +	4 −	17
10 +	3 −	16
11 +	2 −	15
12 +	1 −	14

Maintenant pour former le Quarré de 9 du milieu, qui est le plus petit qu'on puisse faire, car un n'est pas consideré comme un Quarré; je place d'abord 13 au milieu, qui est le nombre moyen de tous les nombres du Quarré proposé; & je prens dans les differences quelque nombre à volonté pour la cellule de l'angle *A*, comme 9, & quelqu'autre nombre, comme 1, pour la cellule *B* de l'autre angle de la premiere bande horizontale, & je cherche à remplir les deux bandes *AB*, *AD*; car leurs complémens doivent remplir les deux autres bandes *CD*, *CB*, & la cellule *D* sera le complément de la cellule *B*; c'est-pourquoy les deux cellules *B* & *D* auront le même nombre pour leur difference, mais avec un signe different. Il ne faut donc plus qu'un nombre à chacune de ces bandes pour remplir leurs cellules du milieu.

A B

4	23	12
21	13	5
14	3	22

D C

Or les differences pour les cellules de chaque bande doivent être égales à zero, en mettant à leurs nombres le signe + & moins, comme on le trouve à propos.

Je pose donc par la supposition pour la bande *AB*,

+9

+9 pour la cellule *A*, +1 pour la cellule *B*, ce qui fait +10, & je trouve 10 entre les differences; c'est-pourquoy je mets −10, & le tout = 0.

A *B*
+9 +1 −10 = 0 pour *AB*
A *D*
+9 − 1 − 8 = 0 pour *AD*

Je fais la même chose pour la bande verticale *AD* dans laquelle j'ay déja +9 pour *A*, & je dois mettre −1 pour *D*, puisque +1 est pour *B*, & pour remplir l'équation de cette bande il faut encore −8, que je trouve aussi dans les differences, & −8 sera la difference de la cellule du milieu *AD*.

Si l'on ne pouvoit pas trouver entre les differences des nombres propres à remplir ces équations, il faudroit faire une autre supposition ou en tout ou en partie seulement.

Les autres bandes *CD*, *CB* auront les mêmes differences dans les cellules opposées centralement, & avec des signes contraires.

Maintenant avec ces differences je remplis les cellules du Quarré. Pour la cellule *A* j'ay +9, & je trouve dans la Table le nombre 4 qui répond à +9, lequel je mets dans la cellule *A*. Pour la cellule *B* j'ay +1, & dans la Table le nombre correspondant est 12, & pour la cellule *D* on a −1, qui donne 14 pour cette cellule, comme −9 donne 22 pour la cellule *C*. Pour la difference −10 de la cellule du milieu de la bande *AB*, on a 23 dans la Table qu'on écrit dans cette cellule, & son complément 3 pour son opposée. Enfin pour la cellule du milieu de la bande *AD*, on a −8, à qui appartient le nombre 21 qu'on met dans cette cellule, & son complément 5 à l'opposite. Par ce moyen le Quarré de 9 est rempli comme il faut, & la somme des nombres de toutes ses bandes sera 39. Il reste maintenant à faire l'enceinte.

J'efface d'abord dans la Table les differences qui m'ont servi pour le Quarré de 9, & je fais à peu prés la même operation pour cette enceinte composée de quatre bandes, que j'ay fait pour les bandes du Quarré du milieu.

A *B*
$+7+5+2-11-3=0$ pour la bande *AB*
A *D*
$+7-5-12+6+4=0$ pour la bande *AD*.

A B

6	11	24	16	8
25	4	23	12	1
7	21	13	5	19
9	14	3	22	17
18	15	2	10	20

D C

Je prens à volonté quelque nombre comme 7 dans les differences restantes pour la cellule *A* de la bande *AB* de l'enceinte, & quelqu'autre aussi à volonté comme 5 pour la cellule *B* de la même bande auquel je mets le signe +; & par consequent on aura aussi les cellules *A* & *D* de la bande *AD*. Il reste donc à remplir trois cellules dans chacune de ces bandes, ensorte que la somme des nombres soit égale à zero, & je les trouve comme on voit icy, lesquelles contiennent toutes les differences de la Table.

J'écris donc dans ces cellules les nombres correspondans aux differences avec leurs signes, & à l'opposite dans les autres bandes j'écris leurs complémens qui répondent aussi aux mêmes differences, mais avec des signes contraires, & le Quarré sera parfait comme on le voit icy.

Si l'on ne pouvoit pas faire l'enceinte avec les differences restantes du Quarré du milieu, en supposant les angles tels qu'on les a pris, il en faudroit prendre d'autres pour *B*, & enfin d'autres pour *A* & pour *B*; & si enfin on ne pouvoit pas remplir ces bandes, ce seroit une marque que le Quarré précedent, tel qu'on l'a trouvé, ne pourroit pas servir à faire cette espece de Quarré.

On trouve aussi quelquefois pour un seul Quarré du milieu plusieurs enceintes parfaites avec les mêmes angles, & d'autres encore en changeant les angles, comme on peut voir dans cet autre Quarré de la même racine, où ayant trouvé entre les differences, les deux bandes pour le Quarré du milieu,

$$\begin{array}{cccc} & A & & B \\ +3 & -12 & +9 & =0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} & A & & D \\ +3 & +6 & -9 & =0 \end{array}$$

on aura pour l'enceinte,

$$\begin{array}{cccccc} A & B & & & & \\ +7 & +5 & +1 & -11 & -2 & =0 \end{array} \quad \text{ou bien} \quad \begin{array}{cccccc} A & B & & & & \\ +7 & +5 & +2 & -10 & -4 & =0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} A & D & & & & \\ +7 & -5 & -4 & -8 & +10 & =0 \end{array} \quad\quad \begin{array}{cccccc} A & D & & & & \\ +7 & -5 & +1 & -11 & +8 & =0 \end{array}$$

dont on pourra former deux Quarrés Parfaits sur le même Quarré du milieu; & en changeant les angles on en peut trouver plusieurs autres sur le même Quarré du milieu.

Si le Quarré du milieu a sa racine plus grande que 5 comme 7, 9, &c. on prendra des nombres entre les differences pour remplir chaque enceinte séparément, de la même maniere qu'on a fait pour celle de 5.

Le Quarré du milieu, comme tout Quarré peut se renverser & retourner en 8 manieres differentes: mais aussi les trois cellules du milieu dans chaque bande avec leurs opposées, font 6 variations dans les horizontales & 6 dans les verticales, ce qui fait 36 variations de l'enceinte, lesquelles étant multipliées par 8 variations du Quarré du milieu, donne 288 variations de chacun de ces Quarrés, comme dit M. Frenicle, sans parler de ses renversemens & retournemens qui ne changent pas le Quarré. Mais M. Frenicle donne une Table de 26 de ces Quarrés qui n'ont que deux differens Quarrés du milieu, & il dit qu'ils peuvent se varier chacun en 288, comme nous venons de trouver, & il semble que c'est toutes les variations qu'il avoit pû trouver par sa methode; cependant le premier que j'ay donné icy par ma methode a un Quarré du milieu different de ceux de M. Frenicle, & c'est celui qui s'est presenté d'abord: c'est-pourquoy je ne doute pas qu'il n'y en puisse avoir bien plus de 26, & par consequent il y aura de ces sortes de Quarrés de la racine de 5, un bien plus grand nombre que 7488, comme le dit M. Frenicle; mais il seroit trop long & trop ennuyeux d'examiner tous les Quar-

rés qu'on peut faire de la même maniere, & il me suffit d'en avoir expliqué la methode.

Démonstration de la Methode.

Il est évident dans ces sortes de Quarrés, que chaque bande doit être composée du nombre du milieu du Quarré multiplié ou pris autant de fois qu'il y a de cellules dans la bande ; & par consequent si l'excés des uns est égal au défaut des autres, ce qui est les differences, quoyque les uns soient en plus grand nombre que les autres, ces nombres ensemble feront autant de fois celui du milieu, qu'il y aura de nombres, comme on a pû voir dans l'exemple proposé, & c'est sur cette proprieté qu'est fondée cette regle, ce qui est facile à connoître.

Par ce moyen on peut trouver toutes les constructions possibles de cette espece de Quarrés.

Si l'on vouloit construire un de ces Quarrés par enceintes sans se servir de la methode précedente, on le pourra faire comme il suit. Mais on remarquera que tout l'artifice de cette construction, consiste à faire que dans toutes les enceintes les cellules des angles opposés centralement, soient complément les uns des autres jusqu'à la somme du premier & du dernier nombre du Quarré, de même que tous les nombres opposés dans les bandes verticales & horizontales ; & enfin que la somme des nombres de chaque bande horizontale ou verticale soit égale au multiple du nombre du milieu, qui est la moitié des extrêmes, par le nombre des cellules de la bande ; d'où il suit évidemment que si toutes les enceintes ont cette proprieté dans le Quarré, lorsqu'on aura ôté du Quarré quel nombre d'enceintes on voudra, le reste sera toûjours Quarré Parfait.

On place donc d'abord dans les cellules du Quarré tous les nombres de suite du Quarré, comme on les voit dans la Figure, ce qu'on appelle l'ordre du Quarré naturel. On separe ensuite de ce Quarré toutes les enceintes jusqu'au milieu, & à cause que nous supposons le Quarré impair, il restera au milieu une cellule, laquelle contiendra le

nombre moyen de tous les nombres du Quarré, lequel eſt auſſi égal à la moitié de la ſomme du premier & du dernier.

J'appelle la premiere enceinte, celle qui eſt autour de la cellule du milieu: celle qui ſuit ou qui envelope la premiere, ſera la ſeconde : la ſuivante ſera la troiſiéme, & ainſi juſqu'à l'enceinte exterieure ou derniere.

Dans toutes les enceintes on y conſidere d'abord huit cellules principales, & autant de nombres principaux : ces cellules ſont celles des quatre angles, & celles du milieu des quatre bandes, ſans avoir aucun égard aux autres cellules ni aux nombres qui y ſont.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121

Les premieres, troiſiémes, cinquiémes, ſeptiémes, &c. enceintes ſe font d'une façon, & les autres qui ſont les 2e, 4e, 6e, 8e, &c ſe font d'une autre. On n'employe dans chaque enceinte magique que les nombres qui ſont dans les mêmes enceintes naturelles.

Pour la conſtruction des premieres, troiſiémes, &c. enceintes, on avance les huit nombres principaux qui ſont

dans l'enceinte naturelle, ſeulement d'une moitié de bande, ſans en changer l'ordre, enſorte que les nombres qui étoient au milieu des bandes de l'enceinte naturelle, ſe trouvent aux angles de l'enceinte magique, & ceux des angles ſe trouvent au milieu des bandes. Enſuite on tranſportera les milieux de chaque bande à leurs oppoſés, comme on peut voir, par exemple, dans la troiſiéme enceinte du Quarré de 11 qu'on propoſe icy.

Il reſte maintenant à diſpoſer les autres nombres qui ſont encore dans les bandes, s'il y en a, car la premiere n'en a point. Ces nombres reſtans dans chaque bande ſont toûjours multiples de 4, leſquels ſont diſtribués également des deux côtés de la cellule du milieu de la bande tant horizontale que verticale, & l'on ne cherche qu'à remplir la bande horizontale ſuperieure & la verticale à gauche. On laiſſera donc la moitié des nombres qui ſont dans ces deux bandes à leur place naturelle, en obſervant toûjours que ceux qu'on laiſſe ſoient dans chaque bande également éloignés de la cellule du milieu, & les autres on les changera avec leurs oppoſés qui ſont dans la bande oppoſée, comme on voit dans la troiſiéme enceinte; on a laiſſé 27 & 29 à leurs places, & l'on a mis à la place des deux autres 26 & 30, leurs oppoſés 92, 96, qui étoient dans la bande horizontale inferieure. On a fait la même choſe pour la verticale à gauche, en laiſſant 36 & 80 à leurs places, & mettant à la place de 47 & de 69 leurs oppoſés 53 & 75; par ce moyen on aura l'horizontale & la verticale toute diſpoſée, & l'on placera dans les deux autres bandes oppoſées à celles-cy, & dans les cellules oppoſées, les nombres complémens de ceux qui ſont placés, & toute l'enceinte magique ſera faite avec les nombres de l'enceinte naturelle qui y étoient.

P[illegible]r les autres enceintes qui ſont les ſecondes, quatriémes, ſixiémes, &c. les nombres des quatre angles demeureront dans leur place naturelle, & ceux des milieux ſeront tranſpoſés tant de haut en bas que de droite à gauche, & ainſi ces huit nombres ſeront tous placés dans l'en-

56	2	113	114	5	121	7	118	119	10	6
22	13	14	79	104	105	106	87	20	21	100
33	32	58	92	27	97	29	96	28	90	89
34	19	36	37	70	83	74	41	86	103	88
45	46	53	40	60	73	50	82	69	76	77
11	65	31	63	51	61	71	59	91	57	111
67	68	75	84	72	49	62	38	47	54	55
78	107	80	81	52	39	48	85	42	15	44
99	98	94	30	95	25	93	26	64	24	23
110	101	108	43	18	17	16	35	102	109	12
116	120	9	8	117	1	115	4	3	112	66

ceinte. Pour les reſtans qui ſeront toûjours en nombre impair des deux côtés des milieux, on mettra dans la bande horizontale ſuperieure à la place des nombres qui ſont au milieu entre les angles & le milieu, ceux qui ſont dans les deux bandes verticales au milieu des deux moitiés d'embas, comme icy dans la quatriéme enceinte à la place de 15 on mettra 79, & à la place de 19 on mettra 87 ſans changer ces nombres de côté ; & de même dans la premiere bande verticale laquelle eſt à gauche, à la place des nombres du milieu des deux moitiés, on y met les nombres du milieu des deux dernieres moitiés des deux horizontales naturelles, comme icy à la place de 35 on y met 19, & à la place de 79 on y met 107. Il reſte encore dans la bande horizontale ſuperieure & dans la verticale à gauche des nombres en quantité paire de chaque côté du milieu, dont une moitié ſera laiſſée dans ſa place, & l'on tranſpoſera l'autre moitié avec ſes oppoſés directement, en obſervant, comme on a fait cy-devant, de tranſpoſer dans la même bande ceux qui ſont également éloignés du

milieu. Ces deux bandes étant diſpoſées, les deux autres qui leur ſont oppoſées le ſeront auſſi, en mettant à l'oppoſite des nombres qui ſont placés, leurs complémens à la ſomme du premier & du dernier, & tous les nombres qui ſervent à remplir l'enceinte magique ſont ceux de l'enceinte naturelle; car dans l'enceinte naturelle les nombres oppoſés centralement ſont tous complémens les uns des autres.

Il eſt facile à voir que ces ſortes de Quarrés peuvent être variés en pluſieurs manieres, ou par les differens nombres qu'on peut laiſſer ou tranſpoſer dans les enceintes, ou en retournant & renverſant quelques enceintes, ou en tranſpoſant des bandes dans le Quarré Parfait, ou enfin en mettant dans les enceintes premiere, troiſiéme, cinquiéme, &c. au lieu des huit nombres principaux qui s'y trouvent naturellement, les huit autres d'une autre enceinte de même nature, ce qui ſe peut toûjours faire à cauſe que dans ces enceintes les trois nombres principaux de chaque bande feront toûjours une ſomme égale au triple de la cellule du milieu.

DEMONSTRATION.

LEMME I.

Dans le Quarré naturel toutes les bandes tant horizontales que verticales & diagonales, ont les nombres de leurs cellules en progreſſion Arithmetique, comme il eſt évident par la diſpoſition des nombres du Quarré; & par conſequent tous ces nombres auront les proprietés de cette progreſſion.

LEMME II.

Dans le Quarré naturel & dans une enceinte, ſi l'on prend dans chacune des bandes horizontales ou verticales les deux nombres également éloignés de celui du milieu des bandes ou des extrêmes, ces quatre nombres feront une ſomme égale au quadruple de celle du milieu, ou au double

double de la somme des extrêmes du nombre quarré proposé.

Car ces deux nombres dans chaque bande opposée, feront une somme double du nombre du milieu de la bande, ou égale aux extrêmes par le Lemme I. & ces deux nombres du milieu ou ces deux extrêmes, qui se trouvent dans une bande prise de l'autre sens, feront encore par les mêmes raisons une somme double de la cellule du milieu, ou égale aux deux extrêmes : c'est-pourquoy ces quatre nombres pris ensemble dans deux bandes opposées, feront le quadruple de la cellule du milieu, ou le double des deux extrêmes.

Comme dans l'exemple proposé 26 & 30 font le double de 28; & 93 & 95 le double de 94; & enfin 28 & 94 le double de 61: donc 26, 30, 93, 95 font le quadruple de 61, ou le double de 122, qui est la somme des extrêmes du Quarré. Ce sera la même chose pour les Quarrés qui n'ont point de milieu.

LEMME III.

Si dans quelque enceinte d'un Quarré naturel on prend les nombres de deux cellules du milieu, l'une horizontale & l'autre verticale, comme 50 & 60 dans nôtre exemple, & celui 73 de l'angle opposé à celui qui est entre les deux nombres qu'on a pris, ces trois nombres feront le triple de la cellule du milieu 61.

Car à cause de la progression Arithmetique on aura $\frac{1}{2}49 + \frac{1}{2}51 = 50$, & $\frac{1}{2}49 + \frac{1}{2}71 = 60$: mais aussi $\frac{1}{2}51 + \frac{1}{2}71 = 61$; donc les trois nombres $50 + 60 + 73$ se réduisent à $49 + 73 + 61$: mais encore $49 + 73 = 2 \times 61$; donc $50 + 60 + 73 = 3 \times 61$. Ce qu'il falloit prouver.

LEMME IV.

Lorsque dans les bandes d'une enceinte du Quarré naturel, il y a entre les angles & le milieu un nombre impair de cellules; je dis que si dans une bande on laisse les angles à leur place, & qu'on change la cellule du milieu avec son

opposée dans l'autre bande; enfin si au lieu des nombres des cellules du milieu entre le milieu & les angles, que j'appelle les cellules des quarts, on substitue les nombres des cellules des quarts les plus éloignés de cette bande, qui sont dans les bandes à côté, on aura cinq nombres qui seront égaux à cinq fois celui du milieu.

Comme icy 37, 41, 70, 74, 83, & 37, 81, 40, 84, 63.

Car à cause de la progression Arithmetique dans chaque bande, on a $37 + 41 = 2 \times 39$, & $70 + 74 = 2 \times 72$: mais $2 \times 72 = 61 + 83$, donc les cinq nombres se réduisent à $2 \times 39 + 2 \times 83 + 61$: mais $2 \times 39 + 2 \times 83 = 4 \times 61$, donc les cinq nombres proposés = à cinq fois 61.

Il est facile à connoître par ces Lemmes que la construction du Quarré que nous avons donnée est juste, puisqu'elle y est comprise & quelques autres encore que l'on pourroit faire.

PROPOSITION XIV.

Comparaison & rapport des methodes qui ont été données jusqu'à present, avec celles que j'ay proposées icy.

Le plus ancien Auteur, à ce que je crois, dont nous ayons des methodes pour disposer des nombres quarrés dans un Quarré qu'on appelle *Magique*, est Manuel Moscopule, dont j'ay trouvé un petit manuscrit dans la Bibliotheque du Roy.

Il donne deux manieres de faire les Quarrés impairs. La premiere est de compter les cellules par deux & par trois pour placer les nombres du Quarré de suite, comme on verra dans l'exemple suivant du Quarré de 5 de racine.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Il place toûjours l'unité dans la cellule qui est au dessous de celle du milieu; ensuite il compte deux cellules y comprenant celle-là même & en descendant directement, puis étant venu à la seconde il détourne dans celle qui lui est la plus proche à droite où il place le nombre 2.

Enſuite il compte encore deux cellules en deſſous, y comprenant celle où eſt 2 : mais comme il n'y en a point, il remonte directement à celle qui eſt au haut du Quarré, & détournant à droite, il place 3 dans celle qui eſt voiſine. Il pourſuit de même, & lorſque les cellules manquent à droite, il retourne à la premiere bande qui eſt à gauche, comme on voit icy, & il pourſuit de même juſqu'à la racine qui eſt 5.

Etant venu au nombre de la racine, il compte trois cellules en deſcendant directement, & y comprenant celle où eſt la racine ; & dans la troiſiéme ſans détourner, il met le nombre ſuivant 6, & il continuë comme il a fait d'abord, comme s'il commençoit par le nombre 6, juſqu'au nombre 10 qui eſt un multiple de la racine : mais pour placer le nombre ſuivant 11, il compte encore trois cellules en deſſous, comme il a fait pour le nombre 6, & c'eſt la même choſe aprés tous les multiples de la racine, & par ce moyen il acheve le Quarré, comme on le voit icy.

10	18	1	14	22
4	12	25	8	16
23	6	19	2	15
17	5	13	21	9
11	24	7	20	3

Pour ſa ſeconde maniere, où il compte par trois & par cinq, comme il dit, il met toûjours l'unité au milieu de la bande horizontale ſuperieure, & en comptant trois cellules en deſcendant y compris celle qui eſt remplie, il place 2 dans celle qui eſt la plus proche à droite de la troiſiéme ; & comptant encore trois cellules en deſcendant, il met à la droite le nombre 3, & il continuë de même juſqu'à la racine en remontant en haut quand il eſt au bas du Quarré, & paſſant à la premiere bande verticale à gauche quand il n'y a plus de cellules à la droite, de la même maniere qu'il a fait dans l'autre methode.

Mais quand il eſt venu juſqu'à la racine ou à ſes multiples, il compte cinq cellules en deſcendant directement, & il place dans la cinquiéme le nombre, comme 6, qui recommence un autre multiple des racines, comme on voit dans cette Figure du Quarré.

La premiere methode de cet Auteur n'eſt qu'un cas de

celle que j'ay donnée dans ma dixiéme Propoſition, comme on pourra voir icy en faiſant la réſolution du Quarré fait par ſa methode en deux Quarrés Primitifs, dont l'un contiendra les nombres ſimples, & l'autre les racines.

Premier.

1	4	2	5	3
4	2	5	3	1
2	5	3	1	4
5	3	1	4	2
3	1	4	2	5

Second.

10	20	5	15	0
0	10	20	5	15
15	0	10	20	5
5	15	0	10	20
20	5	15	0	10

Dans ces deux Quarrés, qui ne ſont qu'un cas des regles generales des premieres Propoſitions, comme je l'ay marqué dans ma dixiéme, tous les nombres oppoſés centralement & également éloignés du centre, étant pris deux à deux, font une ſomme égale au double de celui de la cellule du milieu.

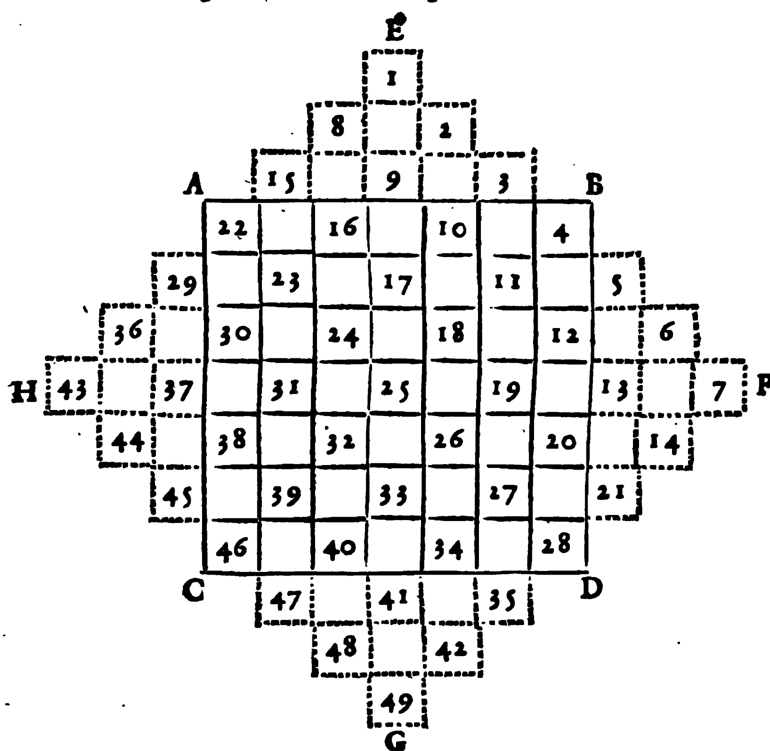
Car le premier de ces Quarrés qui contient les nombres ſimples, a dans ſa bande horizontale du milieu ces nombres ordonnés ſuivant la regle de cette Propoſition, & la bande horizontale ſuivante recommence par le premier nombre de l'ordre aprés le premier de la bande ſuperieure. C'eſt pourquoy le même nombre ſe trouvera repeté dans la diagonale qui deſcend de droite à gauche, & ce nombre étant auſſi celui de la cellule du milieu du Quarré eſt le moyen de ces nombres, & le Quarré ſera bon par ce qui a été remarqué dans la même Propoſition X.

Pour le Quarré des racines il ſuit auſſi les mêmes regles, & comme ces deux Quarrés ſont formés par deux repetitions differentes des nombres de l'ordre, le Quarré Parfait ſera bon.

Pour ce qui eſt de la ſeconde methode, ce n'eſt auſſi qu'un cas de ma ſixiéme Propoſition; car ce Quarré étant réduit dans ſes deux primitifs, on trouvera l'ordre des nombres ſimples de la premiere bande horizontale 5, 3, 1, 4, 2, dans l'exemple cy-deſſus, & celui des racines 5, 15, 0, 10, 20, & celui des nombres ſimples ſe fait en recommençant les bandes horizontales ſuivantes par le premier qui ſuit celui du milieu dans l'ordre de la bande ſuperieure; & celui des racines par celui du milieu de la bande ſuperieure.

On remarquera que par cette methode les nombres qui recommencent les bandes horizontales des Quarrés Primitifs ne sont pas toûjours le même quantiéme aprés le premier, mais differens dans chaque Quarré; ce qui ne change pas les regles de ma sixiéme Proposition.

M. Bachet dans ses Problêmes plaisans imprimés en 1624, dit qu'il a vû les sept nombres Quarrés depuis 3 de racine jusqu'à 9 tout disposés suivant la question des Quarrés Magiques, & c'est comme ils sont dans Agrippa; mais qu'il n'a trouvé en aucun endroit de regle pour les faire: que pour ce qui regarde les Quarrés impairs, il en a inventé une qu'il donne comme on la voit icy; mais que pour les pairs il n'a pû rien trouver qui l'ait satisfait.



Il fait d'abord le Quarré *ABCD* comme dans cet exemple de 7 de racine, puis il ajoûte à chaque côté de

ce Quarré des especes de pyramides de cellules qui vont toûjours en diminuant de deux cellules jusqu'à l'unité; ainsi le premier Quarré *ABCD* se trouve changé en un autre Quarré plus grand *EFGH*, dont les cellules quarrées sont posées sur l'angle par rapport aux côtés de ce Quarré, & chacun de ces côtés n'a aussi que sept cellules; il écrit dans ce nouveau Quarré *EFGH* tous les nombres de suite du Quarré proposé, comme on les voit icy.

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

Ensuite il transporte les nombres des pyramides dans les cellules vacantes du premier Quarré, celle d'en-haut en bas, celle de bas en haut, & celle d'un côté à l'autre, sans les renverser ni les retourner, & par ce moïen tout le premer Quarré est rempli suivant ce qui est requis dans la Proposition, comme on le peut voir icy.

Il dit qu'on peut faire la même chose avec d'autres nombres, pourvû qu'ils soient en progression Arithmetique.

Cette methode donne la même disposition que la premiere de Moscopule; c'est-pourquoy tout ce que j'ay dit de celle-là servira pour celle-cy: mais celle de Moscopule est plus simple que celle de Bachet.

M. Frenicle donne d'abord la même regle que celle de Bachet, comme on peut voir dans le Traité de ces sortes de Quarrés qu'il avoit composé, lequel j'ay fait imprimer sur ses manuscrits. Il donne ensuite des variations de ces Quarrés, comme je les ay marquées dans ma Proposition II. Mais enfin il propose de faire ces sortes de Quarrés de telle maniere, que si l'on en ôte des enceintes jusqu'au Quarré du milieu, qui est 1 dans les impairs, & 4 dans les pairs, le Quarré restant sera toûjours un Quarré Magique.

Il s'étend fort au long sur ces sortes de Quarrés; mais la methode qu'il donne pour les faire n'est qu'un simple tatonnement pour choisir les nombres du Quarré. Il est

vrai qu'il fait plusieurs remarques, lesquelles peuvent beaucoup servir pour la construction.

J'ay expliqué dans ma treiziéme Proposition une maniere assez facile & simple pour trouver tous les Quarrés possibles d'une même racine lesquels ayent cette proprieté, & j'ay donné ensuite une methode generale pour faire un de ces Quarrés qui peut être varié en plusieurs manieres.

La construction de cette espece de Quarré Magique étoit un Problême qui s'étoit rendu celebre du tems de M. Frenicle, & la maniere de le construire paroissoit plus simple que celle dont on se servoit pour ceux qui n'avoient pas cette proprieté, car la démonstration en étoit évidente. C'est pourquoy l'Auteur des nouveaux Elemens de Geometrie ne donne que cette construction, que le Pere Prestet a rendu plus claire dans ses nouveaux Elemens de Mathematique.

M. de la Louberre Envoyé extraordinaire auprés du Roy de Siam, rapporte dans la Relation de son voyage fait en 1687, qu'il avoit appris que les Indiens de Surate avoient une methode de ranger les Quarrés Magiques; mais qu'il ne pût en avoir connoissance que pour les impairs, qu'il rapporte comme il suit.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

On met l'unité au milieu de la premiere bande horizontale, & en montant diagonalement de gauche à droite. On place tous les nombres de suite du Quarré, & quand les bandes manquent en haut on descend en bas, & quand elles manquent à droite on passe à gauche: cela se fait jusqu'à ce que l'on trouve la cellule remplie où il faudroit aller, ce qui arrive lorsque les nombres sont les multiples de la racine; alors on met le nombre suivant dans la cellule immediatement au-dessous du dernier, & par ce moyen on remplit tout le Quarré.

Il est aisé de voir que cette construction n'est qu'un cas de ma dixiéme Proposition, où toutes les cellules oppo-

ſées centralement & également éloignées du centre, font une ſomme égale à celle des deux nombres extrêmes. Il donne enſuite un exemple tiré d'Agrippa, qui eſt fait ſuivant la premiere regle de Moſcopule.

Mais comme M. Bachet n'avoit point donné de démonſtration de ſa methode, M. de la Louberre dit qu'il l'a cherchée. Il la donne enſuite, & elle me paroît fort ingenieuſe, quoyque difficile. Il en tire des manieres de varier ces Quarrés.

Il ajoûte enfin une penſée de M. de Malezieu Intendant de Monſeigneur le Duc du Maine, ſur les raiſons qu'on a euës de diſpoſer les Quarrés Magiques ſuivant la methode Indienne, qui eſt celle, à ce qu'il dit, qui peut les mieux executer.

M. Poignard grand Chanoine de Bruxelles, qui a fait imprimer l'année derniere un Traité de ces ſortes de Quarrés ſous le nom de *Quarrés ſublimes*, propoſe d'abord ſa methode generale dans la premiere Propoſition, qui eſt, comme on peut voir, toute la même que celle que donne M. de la Louberre pour la methode Indienne. Sa ſeconde Propoſition contient, à ce qu'il dit, une methode generale pour la variation de ces Quarrés; *ſçavoir, en partageant les termes de la progreſſion par de petits traits de* 5 *en* 5, *parceque le côté du Quarré eſt de cinq cellules, ce qui fera cinq membres chacun de cinq termes, comme il s'enſuit* 1, 2, 3, 4, 5, | 6, 7, 8, 9, 10, | 11, 12, *&c. Aprés avoir ainſi partagé tous les chiffres de la progreſſion, on variera chaque membre l'un comme l'autre par la tranſpoſition uniforme des termes de chaque membre : par exemple* 3, 1, 4, 5, 2, | 8, 6, 9, 10, 7, | 13, 11, 14, *& l'on formera avec ces membres ainſi diſpoſés le Quarré propoſé, en écrivant de ſuite les chiffres ſelon la methode generale de la Propoſition I.*.

Cette maniere de varier les Quarrés eſt fort belle & fort facile, mais elle n'eſt pas generale comme il dit; car elle pourra manquer dans des Quarrés dont les racines ne ſont pas des nombres premiers, comme on peut voir icy dans le Quarré de 9 de racine: car l'ordre des nombres de

de la progreſſion étant diſpoſé à volonté, & comme on le voit icy 3, 6, 4, 1, 2, 5, 9, 8, 7, | 12, 15, 13, 10, 11, 14, 18, 17, 16, | 21, 24, &c. & rempliſſant le Quarré ſuivant la methode generale, on trouvera que la ſomme des nombres de toutes les bandes ſera 369, hormis la diagonale qui deſcend de gauche à droite qui a 372.

51	55	68	80	3	13	20	36	43
58	65	81	7	15	19	32	44	48
64	77	8	12	22	29	45	52	60
74	9	16	24	28	41	53	57	67
5	17	21	31	38	54	61	69	73
18	25	33	37	50	62	66	76	2
26	30	40	47	63	70	78	1	14
34	42	46	59	71	75	4	11	27
39	49	56	72	79	6	10	23	35

Il eſt facile à voir par ce que j'ay expliqué dans mes trois premieres Propoſitions; que ce défaut vient de ce que par la conſtruction de M. Poignard, il ſe trouve que le Quarré Primitif des nombres ſimples de la racine recommence ſes bandes horizontales ſuivantes par le cinquiéme de l'ordre ſuperieur dans ce Quarré, & que la diagonale qui deſcend de gauche à droite aura tous les ſixiémes de l'ordre aprés le premier, & ſix étant les deux tiers de la racine, les nombres ſimples y ſeront repetés de trois en trois & trois fois, & ce ſeront les nombres 6, 2, 8 : mais ces nombres faiſant 16 qui differe d'une unité du nombre 15 qui eſt le tiers de la ſomme de ceux de la racine, il ſe trouvera dans cette bande 3 unités de trop. Car pour ce qui eſt des racines, le Quarré Primitif ſe trouve diſpoſé comme il faut, en ce que le nombre 36 qui eſt le moyen des racines, ſera dans toutes les cellules de la bande diagonale qui deſcend de droite à gauche, ce qui doit arriver par cette methode.

On auroit pû prendre d'autres ordres des nombres ſimples pour faire réüſſir la methode de M. Poignard dans ce Quarré, comme 3, 5, 4, 1, 2, 6, 8, 7, pour les nombres de la premiere racine; car alors les nombres de la diagonale auroient été 5, 2, 8, repetés trois fois qui auroient fait 45 dans le Quarré Primitif, ce qu'il falloit; mais la methode ne ſera pas generale.

PROPOSITION XV.

Examen du nombre des variations de ces Quarrés par la methode que j'ay proposée.

Il eſt certain par ma methode que le nombre des variations ſera plus grand à proportion que la racine du Quarré ſera plus grande : mais pour faire voir l'étenduë de ces variations, je ne les conſidereray que dans le Quarré de 7 de racine.

On ſçait par les regles des combinaiſons ordinaires, qu'on peut donner à 7 choſes ou nombres, & ſeulement par rapport aux places les unes à l'égard des autres 5040 diſpoſitions. Ainſi dans le Quarré que je propoſe on peut varier l'ordre des nombres ſimples dans le premier Quarré Primitif & dans la premiere bande horizontale en 5040 manieres, & de cet ordre dépend toute la diſpoſition du Quarré ſuivant les differentes repetitions dans les bandes horizontales. Ce ſera la même choſe pour le Quarré Primitif des racines.

On voit donc de-là que ſi l'on diſpoſe le premier Quarré Primitif que je ſuppoſe celui des nombres ſimples par la premiere Propoſition, & celui des racines par la ſeconde, ils auront chacun 5040 variations, dont chacune de l'un pourra être combinée avec tout le nombre des autres, & ce qui produira autant de Quarrés Parfaits ; on aura donc par ce ſeul moyen 25, 401, 600 variations de ce Quarré.

Mais comme on peut prendre par la troiſiéme Propoſition d'autres repetitions dans l'ordre pour former les bandes horizontales inferieures des Quarrés Primitifs, comme le troiſiéme, le quatriéme, &c. de l'ordre de la bande horizontale ſuperieure, on pourra combiner les Quarrés Primitifs en 12 manieres differentes, ſans parler de la repetition par le premier & le dernier de l'ordre, on aura donc pour ces variations 12 fois le nombre qu'on vient de trouver, ce qui eſt 304, 819, 200 variations.

Il y a encore les repetitions par le premier aprés le premier de l'ordre & le dernier, avec la sujetion que le même nombre qui se trouve dans toute la diagonale, soit le moyen de l'ordre ; & comme on le peut faire dans l'un & dans l'autre Quarré Primitif séparément, on aura 29,030,400 variations, lesquelles étant jointes aux premieres feront en tout par cette methode 334, 886, 400 variations de ce Quarré de 7.

Mais il y en a encore une infinité d'autres qui ne se rapportent point à cette regle, & dont j'ay donné un échantillon dans la douziéme Proposition, & entre lesquels sont ceux dont les enceintes étant ôtées, il reste encore des Quarrés Parfaits.

Dans tous ces Quarrés on ne compte point ceux qui se feroient par le renversement ou par le retournement de ces Quarrés, puisqu'en effet ils ne seroient pas differens dans l'arrangement de leurs nombres.

DE L'INVERSE DES TANGENTES ET DE SON USAGE.

PAR M. ROLLE.

QUoyque les secondes formules des Tangentes & celles d'un ordre plus élevé ne soient pas d'un aussi grand usage que les autres formules de Tangentes, il est peut-être bon de marquer en peu de mots comment on pourroit faire l'Inverse de ces formules du second ordre, & de celles d'un ordre plus élevé, par le moyen des regles que j'ay proposées dans les quatre Memoires que je donnay à l'Academie en 1704 pour l'Inverse des premieres formules, & qui ont été imprimés dans la même année : C'est la premiere chose que je me suis proposé icy. Ensuite j'y mar- 1705. 13. Juin.

queray de nouveaux usages de l'Inverse des premieres formules.

ARTICLE I. Soit pour exemple d'une seconde formule de Tangentes, celle qui est marquée icy en *A*.

$$A \ldots \; 5yydx^2 = 3xxdy^2.$$

Et qu'on veüille remonter à son égalité generatrice: Ayant pris une égalité indéterminée pour representer cette generatrice, comme je l'ay dit dans mon second Memoire, on aura aussi celle qui est icy en *B*.

$$B \ldots \; nsy^4 = hx^3.$$

Ensuite on prendra la seconde formule de cette generatrice, suivant le Journal du 13 Avril 1702, & cette formule sera comme on la voit icy en *C*.

$$C \ldots \; 3nsyydy^2 = 5hx^3dx^2.$$

Comparant cette formule *C* à la proposée *A* pour faire évanoüir les inconnuës relatives dx & dy, & divisant la réduite par la supposée, comme je l'ay dit au second Memoire, il ne restera rien du tout. Ainsi l'on n'aura point de Problême auxiliaire, & dans ce cas la supposée est la generatrice de la formule proposée. De maniere que l'égalité *B*, quoyqu'indéterminée, est la generatrice de la seconde formule *A*. Dans tout autre cas on poursuivroit selon les regles du second Memoire, en quoy il ne paroît point de difficulté.

REMARQUES. Dans cet exemple on auroit pû prendre $sy^r = hx^c$ pour la generatrice supposée, comme je l'ay dit dans mon quatriéme Memoire, & il y a des recherches où cela est comme necessaire. Ainsi l'égalité *A* étant proposée comme une premiere formule, & voulant trouver sa generatrice, alors la supposée $sy^r = hx^c$ donneroit d'abord pour generatrice $sy^{c\sqrt{3}} = hx^{c\sqrt{5}}$, dans laquelle on voit que les coëfficiens sont entierement indéterminés, & qu'il y a encore de l'indétermination aux exposans. Mais avec toute cette indétermination il y aura du moins un exposant irrationel: ce qui fait naître des difficultés dont il sera parlé dans la suite.

Delà on voit aussi qu'une même égalité *A*, seroit une

premiere formule à l'égard d'une generatrice, & une seconde formule à l'égard d'une autre generatrice, &c.

L'égalité marquée G est la premiere formule de la generatrice H, & la seconde formule de K.

Pareillement l'égalité L est la premiere formule de M, & la seconde formule de N.

$G.\ a^4dy^2 = 36ppxxdx^2.$	$L.\ fdy^2 = 3xdx^2.$
$H.\ aay = 3pxx.$	$M.\ 3fyy = 4x^3.$
$K.\ a^4yy = 6ppx^4.$	$N.\ fyy = x^3.$

Ainsi une même égalité est une formule de differens ordres par rapport à differentes generatrices : d'où l'on voit qu'il seroit bon de sçavoir de quel ordre est la formule proposée avant que de chercher les generatrices : sinon il faudroit faire un dénombrement, comme on le dira dans la suite.

Les formules du second ordre, & au delà, sont souvent divisibles ; mais en les prenant dans leur entier, les limites que j'ay données pour les generatrices des premieres formules, peuvent servir pour les generatrices des secondes formules, & de celles qui les suivent. Et si l'on propose un diviseur d'une formule du second ordre, & au delà, comme la formule entiere, il faut y avoir égard.

Les regles que j'ay données sur les Tangentes prescrivent de faire évanoüir les signes radicaux, & par consequent les fractions des exposans. Ainsi il ne faut point être surpris, si faute de le faire, on trouvoit de fausses formules. Par exemple, si l'on a la generatrice R, & que, sans faire évanoüir les fractions des exposans, on y applique les regles abregeantes que j'ay proposées dans le Journal du 13 Avril 1702 pour trouver la seconde formule de cette generatrice, ces regles donneroient l'égalité qu'on voit en P ; ce qui feroit peut-être croire que P est la seconde formule de R. Mais par l'Inverse de mes Memoires, il se trouvera que cette formule est fausse.

$$R.\ a^{\frac{1}{2}}yy = x^{\frac{5}{2}}.$$

$$P.\ 2a^{\frac{5}{2}}dy^2 = \frac{15}{4}x^{\frac{1}{2}}dx^2.$$

Si l'on vouloit faire quelque usage de l'Inverſe des formules du ſecond ordre, & au delà, il faudroit ſe ſouvenir que les ſecondes ſuppoſent que les premieres ſoient détruites ; que les troiſiémes ſuppoſent la deſtruction des premieres & des ſecondes, ainſi de ſuite : ce qui obligeroit de faire que chaque formule qui ſe doit détruire, ſoit égale à 0, & de réſoudre les égalités qui en réſultent, ſi déja cela n'étoit fait.

ARTICLE II. Les regles dont je me ſers pour l'Inverſe generale des premieres formules de Tangentes, ont des uſages qui leur ſont particuliers. En voici un qui paroît notable. C'étoit une difficulté conſiderable il y a quinze ans de trouver les lieux les plus ſimples pour les effections Geometriques ; mais une plus grande difficulté de reconnoître de quel genre eſt un lieu, ou une égalité generatrice. J'ay donné une regle tres-courte & tres-préciſe pour la premiere difficulté dans le Traité des Effections Geometriques que je publiay en l'année 1691. Car ayant tiré la racine quarrée du premier expoſant de l'égalité propoſée, on voit tout d'un coup par cette regle les lieux les plus ſimples qui doivent ſervir à réſoudre cette égalité. Mais comme il eſt beaucoup plus difficile de former des methodes generales pour la ſeconde recherche, celles que j'ay propoſées ſur ce ſujet demandent beaucoup d'operations, & même les regles que d'autres Auteurs ont données pour cette recherche, ſont encore bien longues, quoyque ces regles n'aient été faites que pour des cas particuliers. En voici une qui s'étend à toutes les égalités, & qui eſt capable d'un grand abregement. Je l'ay tirée de l'Inverſe des Tangentes, comme on le va voir icy.

Pour joindre l'exemple à la regle, je prens l'égalité qui eſt marqué icy en *D*.

$$D \ldots\ x^{18} - a^5 d^5 x^3 y^5 + d^6 n^6 y^6 = 0.$$

Et je me propoſe de trouver le veritable genre de cette égalité generatrice.

Pour cela je prens la premiere formule des Tangentes, & ſi je me ſers de t pour exprimer la ſoûtangente

des y, la formule sera comme on la voit en F.

$$F \ldots\; 18x^{18} - 3a^3d^3y^3x^3 - 5a^3d^3x^3y^4t + 6d^6n^6y^5t = 0.$$

Ensuite je regarde cette formule, comme si elle m'étoit proposée, pour en trouver la generatrice sous sa forme la plus simple, par la methode que j'ay donnée pour cette Inverse: de maniere qu'en parcourant les generatrices indéterminées que fournit cette methode, il est bon de commencer par les plus simples; ce qui me donne la generatrice indéterminée marquée icy en S, d'où je tire la premiere formule des Tangentes que l'on voit en T, comme le prescrit la methode.

$$S \ldots\; sppy = hx^3. \qquad T \ldots\; sppt = 3hx^3.$$

Je compare la formule T à la formule F pour faire évanoüir l'expression de la soûtangente; je divise la réduite par la supposée S, le tout selon la methode, & je trouve que le Problême auxiliaire ne consiste que dans la seule égalité V.

$$V \ldots\; d^6n^6h^6 - ppa^3d^3sh^3 + p^{12}s^6 = 0.$$

Où l'on voit que s & h sont dans une situation réciproque; & lorsque cela arrive, la proposée est du même genre que la supposée. Ainsi la proposée D est du même genre que la supposée S. Mais S est du second genre. Donc la proposée est aussi du second genre. *Ce qu'il falloit trouver.*

Il y a des cas où il faudroit encore quelques operations, mais la voie est toûjours la même. Ce qui sera amplement expliqué en d'autres Memoires.

Remarques. Au lieu de parcourir les generatrices indéterminées que fournit la seconde regle de la methode, on auroit pû supposer $sy^r = hx^c$, & cela abrege tres-considerablement, lorsque la proposée est réductible à un binome. Il y a encore d'autres moyens fort abregeans, que l'on donnera dans la suite, avec les éclaircissemens & les démonstrations necessaires.



VERITABLE HYPOTHÊSE DE LA RÉSISTANCE DES SOLIDES,

Avec la Démonstration de la Courbure des corps qui font Ressort.

Par M. BERNOULLI Professeur à Bâle.

Lettre du 12. Mars 1705.

1705. 4. Juillet. POur faire mieux entendre ce que je diray en son tems du *Centre de Tension*, suivant la promesse que j'en ay faite dans mon Mémoire du 13. Mars 1703. je croy devoir expliquer auparavant une hypothêse qui me paroît le véritable Principe de la Résistance des Solides, & en tirer la démonstration de la courbure que prennent les ressorts pliés, à laquelle on a donné le nom d'*Elastique*.

Galilée est le premier qui ait éxaminé cette résistance des corps, & qui ait cherché combien il falloit plus de force pour rompre un corps solide en le tirant directement suivant sa longueur, que pour le rompre transversalement. Pour cet effet il considéra une poutre, une planche ou FIGURE I. une perche prismatique *ABCD* fichée horizontalement dans un mur *AB* avec un poids *P* suspendu à son extrémité ; & s'imaginant un levier mobile sur son apuy *A*, il a trouvé par son raisonnement, que la force qui arracheroit cette poutre du mur suivant la diréction horizontale *AD* ou *BC*, doit être au poids *P* capable de la rompre transversalement suivant la diréction *CD*, comme la longueur *AD* à la moitié de la hauteur *AB*.

M. Leibnitz & Mariotte poussérent ensuite cette spéculation ; & retenant la même hypothêse du levier, ils conçûrent

concûrent de plus dans tous les corps solides une infinité de fibres, lesquelles avant que ces corps plient & rompent transversalement, doivent être tenduës plus ou moins, suivant qu'elles sont plus ou moins éloignées de l'apuy du levier, & doivent par conséquent résister autant qu'elles sont tenduës. C'est ce qui leur a fait trouver que la force necessaire pour arracher une poutre diréctement, est à celle qu'il faut emploïer pour la rompre transversalement, en raison de *AD* au tiers de la hauteur *AB*. Ce qui approche beaucoup plus de la verité que ce qu'en a dit Galilée. Mais aucun de ces Auteurs ne considerant les corps comme sujets à compression, & sur tout leur hypothêse des tensions des fibres proportionnelles aux forces tendantes, ne s'accordant pas précisément avec la nature; c'est la raison pourquoy ils n'ont pas encore rencontré assez juste, & que leur doctrine a besoin de quelque correction. Ainsi M. Varignon a eu raison de dire dans les Mémoires de l'Academie de 1702. pag. 67. *que cette hypothèse, quoyque tres vrai-semblable, pourroit n'être pas encore au gré de tout le monde.* Voici (je croy) la véritable, à laquelle M. Varignon pourra appliquer sa Regle générale, comme il l'a déja appliquée aux deux hypothêses précédentes.

Pour ce qui est de la Courbure des corps à ressort, on n'en a parlé jusqu'icy que d'une maniére fort douteuse. Galilée y a aussi pensé : il s'est imaginé que cette Courbure étoit parabolique; mais cette conjecture est tres-fausse. Depuis lui je ne sçay personne qui ait rien donné de meilleur. Il y a environ onze ans que j'entrepris le prémier de déterminer cette Courbure geométriquement : j'en donnay la construction dans les Journaux de Leipsik; mais d'une maniére encore assez imparfaite, ne considérant alors que les fibres exterieures des surfaces de la lame pliée, au lieu qu'il faut faire attention à toutes celles qui composent son épaisseur. C'est pourquoy je vais tâcher de suppléer à ce défaut, & de perfectionner le Principe de la Résistance des Solides, & ma construction de la Courbe

Elastique : l'un & l'autre se fera en même tems en se servant des Lemmes qui suivent.

LEMME I.

Des Fibres de même matière & de même largeur ou épaisseur, tirées ou pressées par la même force, s'étendent ou se compriment proportionellement à leurs longueurs.

FIG. II. DEMONST. 1°. Soient deux fibres *AB*, *AE*, dont la plus longue *AE* soit divisée en parties *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, égales chacune à la plus courte *AB* de ces deux fibres; qu'on affermisse la plus longue au point *D*, & qu'on attache à son extrémité *E* le poids *P*; la partie *DE* s'étendra autant que la plus courte fibre *AB* l'est par son poids *P* égal à l'autre, à cause de (*hyp.*) $DE = AB$. Qu'on affermisse ensuite la fibre *AE* en *C*, & qu'on ôte l'arrêt ou l'attache qu'on vient de supposer en *D*; la partie *CD* s'étendra aussi autant que fait la plus courte fibre *AB*, à cause de l'action continuelle de la pésanteur du poids *P*. Qu'on lâche l'arrêt en *C*, & qu'on affermisse la fibre *AE* en *B*, & enfin en *A*; on trouvera de même que chacune de ces parties *BC*, *AB*, s'étendra encore autant. Donc l'extension *EK* de toute la fibre *AE*, sera à l'extension *BI* de la plus courte fibre *AB*, comme *AE* est à *AB*. *Ce qu'il faloit premiérement démontrer.*

FIG. III. 2°. Soient encore deux fibres de longueur inégale *AD*, *AB*, dont la plus grande *AD* soit encore divisée en parties *AB*, *BC*, *CD*, égales chacune à la moindre *AB* de ces fibres. Qu'on soûtienne l'autre *AD* en *B*; sa partie *AB* se comprimera par le poids *P* qu'on aura mis dessus, autant que fait la plus courte fibre *AB* par un poids égal, à cause de (*hyp.*) $AB = AB$. Qu'on soûtienne ensuite la fibre *AD* en *C*, & puis en *D*, ôtant chaque fois le soûtien de l'endroit où il étoit auparavant; chacune de ses parties *BC*, *CD*, souffrira encore la même compression, à cause de l'action continuelle du poids *P*. Donc la compression *AK* de toute la fibre *AD*, est à la compression *AI* de la

fibre *AB*, comme *AD* est à *AB*. *Ce qu'il faloit secondement démontrer.*

LEMME II.

Des Fibres homogènes & même de longueur, mais de differente largeur ou épaisseur, s'étendent ou se compriment également par des forces proportionelles à leurs largeurs.

DEMONST. Soit *AF* la plus grosse de ces fibres, laquelle on imaginera divisée selon sa largeur *BF* en d'autres fibres qui soient chacune de la largeur ou grosseur de la plus menuë *AB*. Il est clair que chacune de ces fibres résultantes de la division de la grosse *AF*, pour être étenduë ou comprimée autant que la fibre *AB*, demande un poids égal au sien; & par conséquent que toutes ces fibres ensemble, c'est à dire la fibre entiére *AF*, pour arriver au même dégré d'extension ou de compression *AI* que la moindre fibre *AB*, requiert un poids *Q* d'autant plus grand que le poids *P*, que la largeur ou épaisseur de la fibre *AF* est plus grande que celle de la fibre *AB*. *Ce qu'il faloit démontrer.* FIG. III. & IV.

LEMME III.

Des Fibres homogènes de même longueur & de même largeur, mais chargées de différens poids, ne s'étendent, ni ne se compriment pas proportionellement à ces poids; mais l'extension ou la compression causée par le plus grand poids, est à l'extension ou à la compression causée par le plus petit, en moindre raison que ce poids-là n'est à celui-cy.

DEMONST. Si les compressions étoient proportionelles aux poids qui les causent, il s'ensuivroit qu'ayant chargé la fibre *AB* d'un poids *R* qui fût au poids *P* en plus grande raison que la longueur de la fibre *AB* n'est à *AI* quantité de la compression faite par le poids *P*, la fibre *AB* se comprimeroit plus que de toute sa longueur; ce qui est absurde. Donc la compression d'une même fibre ou FIG. III.

de fibres égales en tout, causée par le plus grand poids *R*, doit nécessairement être à la compression faite par le plus petit *P*, en moindre raison que le poids *R* n'est au poids *P*. Il en doit être de même des extensions des fibres, l'extension n'étant autre chose qu'une compression négative; comme la force tendante n'est autre chose qu'une force négativement comprimante. *Ce qu'il faloit démontrer.*

SCHOL. C'est aussi ce que l'expérience confirme. Car ayant pris une corde de boyaux longue de 3 pieds, je l'ay chargée successivement de 2, 4, 6 & 8 livres : j'ay remarqué qu'elle s'étendoit de 9, 17, 23 & 27 lignes; au lieu qu'elle eût dû s'étendre 9, 18, 27, 36 lignes, si les extensions étoient proportionelles aux poids.

FIG. V. COROL. Si l'on conçoit une ligne $TVN\upsilon\theta$, dont les abscisses NR, NQ, marquent les forces tendantes; $N\rho$, $N\varkappa$, les forces comprimantes : les appliquées RT, QV, les extensions; & $\rho\theta$, $\varkappa\upsilon$, les compressions d'une fibre de longueur & grosseur données : Cette ligne $TVN\upsilon\theta$, que j'appelle *ligne de tension & de compression*, ne peut être droite, mais courbe, concave vers l'axe $R\rho$, ayant du côté de $N\theta$ une asymptote parallele à cet axe; parceque la raison de RT à QV ($\rho\theta$ à $\varkappa\upsilon$) doit être moindre que celle de NR à NQ ($N\rho$ à $N\varkappa$), & que $\rho\theta$ ne sçauroit jamais excéder la longueur donnée de la fibre. Au reste il est probable que cette Courbe est différente à l'égard de différens corps, à cause de la différente structure de leurs fibres.

LEMME IV.

FIG. I. *La même force qui fait plier une poutre ou perche* ABCD *de* AB *en* GF, *en étendant une partie de ses fibres de la quantité du triangle* BSF, *& comprimant l'autre de la quantité du triangle* ASG, *seroit capable d'étendre l'assemblage de toutes les fibres sur l'apuy* A, *de la quantité du triangle* ABF, *ou bien de comprimer cet assemblage sur l'apuy* B *ou* F *de la quantité du triangle* BAG *ou* FAG.

DEMONST. Concevons pour un moment la poutre

apuyée en *A* pour empêcher sa compression; le poids *P* la fera un peu plier, comme de *AB* en *AF*. Qu'on ôte ensuite l'apuy *A* aprés que la fibre *BF* est tenduë autant qu'elle le peut être; le point *F* servira d'apuy, & le même poids *P* fera encore baisser la poutre, comme de *FA* en *FG*. Or il est clair que si l'on eût laissé librement aller la poutre sans l'apuyer en *A*, le poids *P* l'auroit d'abord fait plier de *AB* en *GF*. Donc la force qui peut tout à la fois étendre une partie de ses fibres de la quantité du triangle *BSF*, & comprimer l'autre de la quantité du triangle *ASG*, est la même que celle qu'il faudroit pour étendre l'assemblage de toutes les fibres sur l'apuy *A* de la quantité du triangle *ABF*, ou pour comprimer sur l'apuy *F* de la quantité du triangle *AFG*.

Cela paroît encore en ce que la fibre en *H* étant tenduë sur l'apuy *A* de la longueur *HK*, & comprimée en même tems sur l'apuy *F* de la longueur *KI*, c'est tout comme si elle étoit seulement tenduë de la longueur $HI = HK - KI$; & que la fibre en *N* étant tenduë sur l'apuy *A* de la longueur *MN*, & comprimée sur *F* de la longueur *ML*, c'est tout comme si elle étoit seulement comprimée de la longueur $NL = ML - NM$. Or toutes les *HI* & *NL* font les triangles *BSF* & *ASG*, ainsi que toutes les *HK* font le triangle *ABF*, & toutes les *KI* le triangle *AFG*.

Corol. La force qui peut étendre la poutre sur l'apuy *A* de la quantité du triangle *ABF*, est donc la même que celle qui peut la comprimer sur l'apuy *B* ou *F* de la quantité du triangle *BAG* ou *FAG*: parceque chacune de ces forces est la même que celle qui peut l'étendre & le comprimer tout à la fois sans apuy, de la quantité des deux triangles *BSF* & *ASG*.

PROBLÊME I.

Trouver combien il faut plus de force pour rompre une poutre directement, c'est à dire, en la tirant suivant sa longueur, que pour la rompre transversalement.

FIG. I. SOLUT. Soit la poutre *ABCD* que l'on regarde comme composée d'une infinité de fibres homogênes de même longueur, & chargée à son extrémité du poids *P*, qui la fasse plier de *AB* en *GF* en étendant une partie de ses fibres de la quantité du triangle *BSF*, & comprimant l'autre de la quantité du triangle *ASG*; & que la force de ce poids soit précisément celle qu'il faut pour rompre la poutre. Il paroît par le *Lem.* 4. que si l'on soûtenoit la poutre d'un apuy en *A*, le même poids *P* étendroit ses fibres de la quantité du triangle *ABF*, c'est à dire, sa fibre extrême de la même longueur *BF*, & une des moyennes de la longueur *HK*, qui sont les appliquées du triangle *ABF*. Qu'on représente ces longueurs *BF* & *HK* par les appli-
FIG. V. quées de la ligne de tension *RT* & *QV*; ainsi que les forces requises pour étendre ces longueurs, par les abscisses *NR* & *NQ*. Soient nommées *AB*, b; *AD*, c; *BF* (*RT*), t; *HK* (*QV*), p; *NR*, m; *NQ*, n.

L'on aura *BF* (t). *HK* (p) :: *AB* (b). $AH = \frac{bp}{t}$; dont la différentielle $\frac{bdp}{t}$ marquera la largeur de la fibre *EH*. Et parceque la résistance que fait la fibre en *H*, est proportionnée à la force absoluë *NQ*, dont elle est tirée, à la largeur de la fibre *EH* par le *Lem.* 2. & à la distance de l'apuy *AH* par la nature du levier: cette résistance sera $= n \times \frac{bdp}{t} \times \frac{bp}{t} = \frac{bbnpdp}{tt}$; & par conséquent la résistance que font toutes les fibres ensemble, sera $= \frac{bb}{tt} \times \int npdp$, c'est à dire $= \frac{bb}{tt} \times \int mtdt$ par raport à tout le triangle *ABF*. Donc cette résistance étant égale à l'action du poids *P*, laquelle a pour valeur (*momentum*) $AD \times P$,

l'on aura $\frac{bb}{tt}\times\int mtdt = AD\times P = c\times P$; & par conséquent aussi $P = \frac{bb}{ctt}\times\int mtdt$.

Supposons maintenant qu'il faille rompre la poutre suivant la diréction *AD* ou *BC*; il est clair que toutes les fibres comprises dans l'épaisseur *AB* (*b*) de la poutre, doivent être toutes également tenduës, chacune de la longueur *BF*; & par conséquent tirées chacune de la même force *NR* ou *m*: ce qui donne *bm* pour la somme de toutes ces petites forces. D'où l'on voit que la force requise pour rompre la poutre en *BF* diréctement, c'est à dire, en la tirant suivant sa longueur *AD* ou *BC*, est à celle que doit avoir le poids *P* pour la rompre transversalement au même endroit, comme *bm* est à $\frac{bb}{ctt}\times\int mtdt$, c'est à dire, comme la longueur (*c*) de la poutre est à $\frac{b}{mtt}\times\int mtdt$. Or cette quantité $\frac{b}{mtt}\times\int mtdt$ est toûjours plus petite que le tiers de la hauteur *AB*; car de ce que $\frac{t}{p} < \frac{m}{n}$ par le *Lem.* 3. il s'ensuit que *n* est toûjours $< \frac{mp}{t}$, $npdp < \frac{mppdp}{t}$, & $\int npdp < \int\frac{mppdp}{t} = \frac{mp^3}{3t}$. Donc tout le triangle *ABF* donnera $\int mtdt < \frac{mt^3}{3t} = \frac{mtt}{3}$; & enfin $\frac{b}{mtt}\times\int mtdt < \frac{b}{mtt}\times\frac{mtt}{3} = \frac{1}{3}b = \frac{1}{3}AB$. Ce qui s'accorde avec les expériences de M. Mariotte, qui a toûjours trouvé cette quantité moindre que le tiers, & plus grande que le quart de la hauteur *AB*. *Voyez son Traité du Mouvement des Eaux Part.* 5. *Disc.* 2.

COROL. Si l'on conçoit la poutre comme soûtenuë d'un apuy en *F*, & comprimée de la quantité du triangle *AFG*, & qu'on représente les racourcissemens de la fibre extrême *AG*, & d'une de ses moyennes *KI*, par les appliquées de la ligne de compression $\rho\theta$, xv, ainsi que les forces comprimantes de ces fibres par les abscisses $N\rho$, Nx: nommant *AG* ($\rho\theta$), τ; *KI* (xv), π; $N\rho$, μ; Nx, ν; on FIG. V.

trouvera de même que la résistance que toutes les fibres font ensemble à leur compression, par raport au triangle *KFI*, est $= \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \nu\pi d\pi$, & $= \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \mu\tau d\tau$ par raport au triangle *AFG*. Donc puisque (*Lem.* 4.) il faut la même force pour vaincre la résistance que les fibres font à leur compression, que pour vaincre celle qu'elles font à leur extension; l'on aura $\frac{bb}{tt} \times \int mt\,dt = \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \mu\tau d\tau$; & par conséquent aussi $tt.\ \tau\tau :: \int mt\,dt.\ \int \mu\tau d\tau$. D'où il paroît que les lignes de tension & de compression étant données, c'est à dire, m étant donnée par t, & μ par τ, le raport qu'il y a entre t & τ (entre *BF* & *AG*, ou entre *BS* & *AS*) sera aussi donné; & qu'ainsi le point *S*, qui ne souffre ni extension ni compression, sera trouvé.

PROBLÊME II.

Trouver la Courbure de la ligne Elastique, c'est à dire, celle des lames à ressort qui sont pliées.

FIG. V. SOLUT. La lame *IKCN* est un parallélogramme rectangle en son état naturel, affermie ou cloüée à l'un de ses bouts *IK*, & chargée à l'autre *N* du poids *P*, qui lui fait prendre la courbure *IBN* ou *KAC*; *EA* est une de ses parties infiniment petite, étenduë en dehors de la quantité du triangle *BSF*, & comprimée en dedans de la quantité du triangle *ASG*; *EH* & *FG* prolongées concourent au point *M* centre du cercle osculateur de la Courbe. Soient maintenant *AD* ou $NX = x$, *ND* ou $AX = y$, l'épaisseur de la lame *IK* ou $AB = b$, le poids $P = bb$, la longueur de la fibre *EB* ou $AH = dz$, la longueur de celle pour laquelle est construite la ligne de tension & de compression $= f$, & enfin la force qui peut étendre la fibre *EB* de la longueur *BF*, soit marquée par $NR = m$, & celle qui peut comprimer la fibre *AH* de la longueur *AG*, par $N\rho = \mu$.

Or (*Lem.* 4.) le poids *P* pourroit étendre la particule *EA* de la lame sur l'apuy *A* de la quantité du triangle *ABF*,

ABF en vertu du levier *DAB*, ou bien la comprimer sur l'apuy *F* de la quantité du triangle *FAG* en vertu du levier *CFG*: les bras des leviers *AD* & *FC* sont icy considerés comme égaux, à cause du peu d'épaisseur *AF* de la lame. C'est ce qui nous donne bbx ($P \times AD$ moment du poids P) $= \frac{bb}{tt} \int mt\,dt$ quantité de la résistance des fibres (par le *Prob.* I.) Ainsi en divisant par bb, l'on aura $x = \frac{\int mt\,dt}{tt}$. Le *Corol. du Prob.* I. donne aussi $\frac{\int mt\,dt}{tt} = \frac{\int \mu\tau\,d\tau}{\tau\tau}$. On aura de plus (*Lem.* I.) $f.\ t\ (RT) :: dz\ (EB).\ \frac{t\,dz}{f} = BF$; comme aussi $f.\ \tau\ (\rho\theta) :: dz\ (HA).\ \frac{\tau\,dz}{f} = AG$. Et parceque $BF.\ AG :: BS.\ AS$; donc $BF + AG\ \left(\frac{t\,dz + \tau\,dz}{f}\right).\ BF\ \left(\frac{t\,dz}{f}\right) :: AB\ (b).\ BS = \frac{bt}{t+\tau}$. Enfin à cause des triangles semblables *BSF* & *HMG*, l'on aura $BF\ \left(\frac{t\,dz}{f}\right).\ BS\ \left(\frac{bt}{t+\tau}\right) :: HG$ (qui ne différe pas sensiblement de *AH* ou dz). $HM = \frac{bf}{t+\tau}$ rayon du cercle osculateur, lequel (comme l'on sçait) dans toutes les Courbes s'exprime généralement par $\frac{dx\,dz}{ddy}$. Donc on aura $\frac{bf}{t+\tau} = \frac{dx\,dz}{ddy}$, ou $bf\,ddy = \overline{t+\tau} \times dx\,dz$; & en prenant les sommes, $bf\,dy = dz \times \int \overline{t+\tau} \times dx$; & en quarrant $bbff\,dy^2 = dz^2 \times \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2 = \overline{dx^2 + dy^2} \times \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2$, ou bien $bbff - \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2 \times dy^2 = dx^2 \times \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2$; & en tirant la racine quarrée $dy\sqrt{bbff - \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2} = dx \times \int \overline{t+\tau} \times dx$; ou enfin $dy = \frac{dx \times \int \overline{t+\tau} \times dx}{\sqrt{bbff - \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2}}$, qui est la différentielle de l'ordonnée de la Courbe que l'on cherche.

Nous avons donc trouvé trois équations: sçavoir $x = \frac{\int mt\,dt}{tt}$, $\frac{\int mt\,dt}{tt} = \frac{\int \mu\tau\,d\tau}{\tau\tau}$, & $dy = \frac{dx \times \int \overline{t+\tau} \times dx}{\sqrt{bbff - \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2}}$: dont la premiére exprime le raport qui est entre t & x,

l'autre entre t & τ, & la troisiéme celui d'entre x & y; ce qui détermine entiérement les points de la Courbe.

Pour la construire on tracera premiérement la Courbe ONZ telle que faisant $OX = RT = t$, & $YZ = \rho\theta = \tau$, NX soit $= \frac{\int mtdt}{tt}$, & $NY = \frac{\int \mu\tau d\tau}{\tau\tau}$; car ayant coupé indéfiniment dans l'axe $NX = NY$, si l'on fait $XA = $
$= \int \frac{dx \times \overline{\int t + \tau \times dx}}{\sqrt{bbff - \overline{\int \overline{t + \tau} \times dx}^2}}$, le point A sera dans la Courbe requise KAC. Supposé donc, par éxemple, que les lignes de tension & de compression fussent droites (quoyqu'elles ne soient jamais telles *par le Corol. du Lem.* 3.) ayant alors $\frac{NR}{RT}\left(\frac{m}{t}\right) = \frac{a}{g}$, & $\frac{N\varrho}{\varrho\theta}\left(\frac{\mu}{\tau}\right) = \frac{a}{b}$; l'équation différentielle de la Courbe sera $dy = \frac{xxdx}{\sqrt{\frac{4aabbff}{g \times \overline{g+b}^2} - x^4}}$, & $BS.AS :: g.b.$

Mais supposé que ces lignes-là fussent des paraboles, que g fût le paramétre de la premiére, & b celui de la seconde; alors cette équation deviendra $dy = \frac{xdx\sqrt{x}}{\sqrt{\frac{gbbff}{16 \times \overline{g+b+2\sqrt{gb}}} - x^3}}$, & $BS.AS :: \sqrt{g}.\sqrt{b}$. &c.

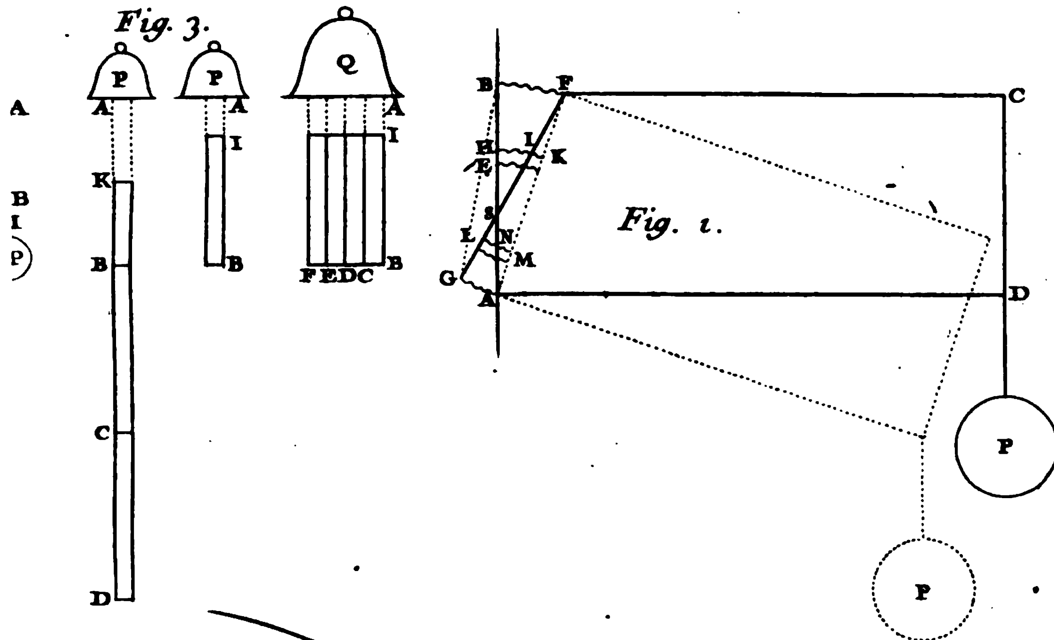
OBSERVATIONS

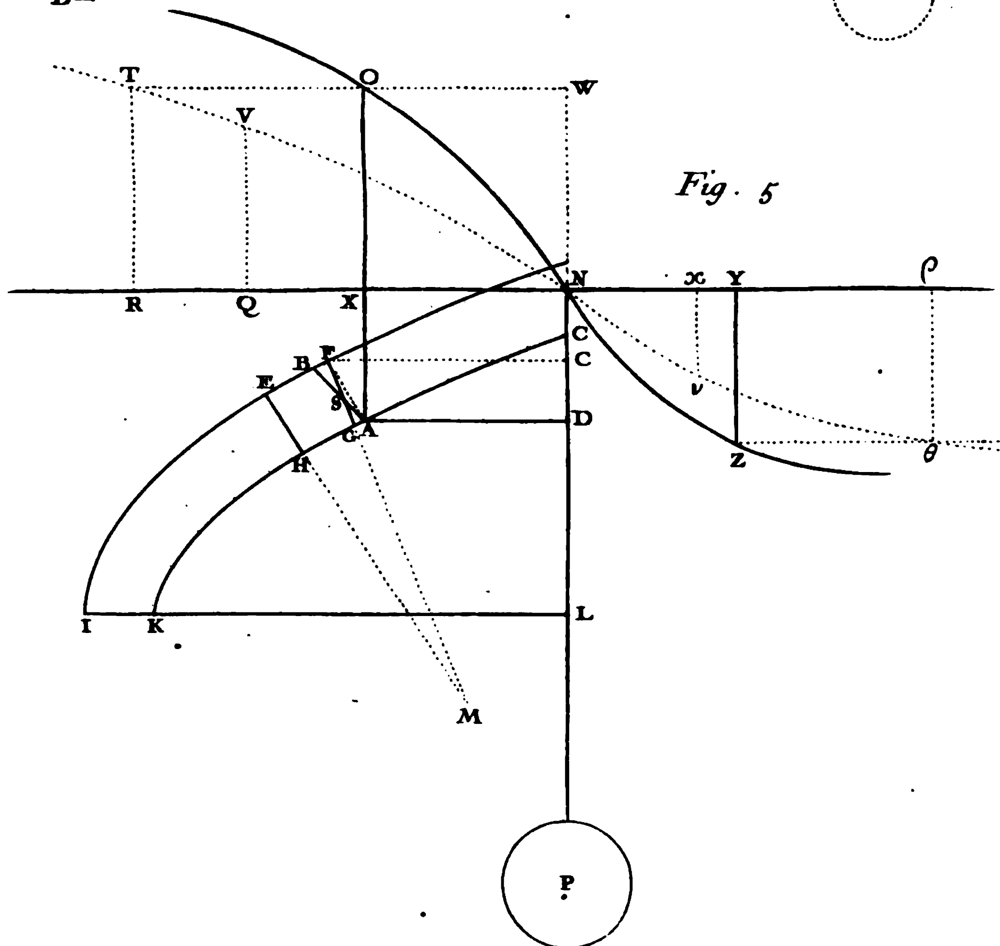
SUR LA GRATIOLE.

PAR M. BOULDUC.

1705. 8. Juillet.

JE n'ay quasi travaillé jusqu'à present que sur les medicamens purgatifs étrangers, & entre ceux-là sur les plus violents. Je les laisseray pour quelque tems, afin de donner place à quelques-uns des nôtres, pour tâcher de découvrir par nôtre travail & par nos experiences, si nous ne pourrions pas les mettre en évidence, & nous les rendre aussi familiers que nous avons fait jusqu'à present les


Fig. 4.
Fig. 3.
Fig. 1.


Fig. 5

autres, persuadé que je suis, que si l'on n'est point encore parvenu à ce point, c'est pour n'y avoir peut-être pas fait assez d'attention, & pour ne s'être pas donné la peine de les examiner d'assez prés, pour les pouvoir mettre en usage avec la même sûreté & avec la même utilité. Si je n'y parviens pas aussi heureusement que je me le suis proposé, du moins en aurai-je fait la tentative, & je pourray par-là donner occasion à d'autres d'y travailler.

Je diray donc aujourd'huy ce que j'ay fait de l'un des plus violents d'entre les nôtres, c'est la Gratiole, qui toute violente que nous la connoissons, n'a pas laissé d'être appellée *Gratia Dei*, & peut-être par diminutif *Gratiola*; parceque cette grace est pour l'ordinaire accompagnée de violents effets, d'autant que souvent en operant elle fait vomir & purger par irritation.

Cependant par le long & frequent usage que j'en ay fait jusqu'icy, je ne me suis point apperçû qu'on dût autant l'apprehender que la Coloquinthe, que la Gomme gutte & semblables. On ne la redoute que parcequ'on ne l'a pas assez connuë ni maniée; je n'en suis pas surpris, ç'a été l'usage de tous les tems, surtout en remedes, de negliger ce que nous possedons, & de nous attacher à ce que nous ne possedons pas. Si cette plante nous étoit envoyée de bien loin, nous la vanterions comme la Scammonée, le Senné, la Rhubarbe & les autres.

La Gratiole, que nous connoissons aujourd'huy sous ce nom, sans en vouloir faire la description, que je laisse aux Botanistes, pour m'attacher uniquement à la connoître dans les differentes parties qui la composent, est connuë pour un parfaitement bon hydragogue, qui purge par haut & par bas, prise en substance ou en infusion: je l'ay éprouvée comme un tres-bon vermifuge, infusée dans le lait, aussi-bien que pour l'ascite, l'effet de cette maniere en est fort doux, d'autant que ce menstruë par sa viscosité, ne peut dissoudre de ce mixte, que ce qu'il a de plus velouté, pendant que ses parties roides restent dans le marc.

Cette qualité specifique contre les vers, peut être attri-

buée à son extrême amertume, ou à quelqu'autre principe qui se trouve en cette plante, qu'on n'a pas encore démêlé.

Il est constant même, comme l'ont fort bien remarqué ceux qui en ont écrit, qu'elle est un fort bon vulneraire appliquée sur les playes; & peut-être n'a-t-on point encore observé, comme j'ay fait, que la racine de cette plante donnée en poudre au poids de demie dragme, même une dragme, est un remede specifique contre la dyssenterie, & qu'elle fait assez l'effet de l'Ypecacuanha, quand on n'a pas laissé faire trop de progrés au mal; aussi ai-je remarqué que cette racine a quelque adstriction au goût indépendemment de son amertume.

Je viens presentement au détail de ce que j'ay observé dans les differentes décompositions de cette plante, d'où par la suite je tireray mes consequences, qui peut être donneront lieu à d'autres de nous en donner leurs reflexions.

J'ay travaillé d'abord sur la Gratiole nouvellement arrachée de terre & pleine de suc; j'en avois quatre livres quinze onces avec les racines; je les ay separées, elles ont pesées quatorze onces, & n'ont plus pesées que trois onces & demie aprés avoir été bien sechées: ces quatorze onces & demie de racines renfermoient donc dix onces & demie d'humidité.

Les quatre livres une once de tiges & feüilles separées des racines, ont produit deux livres quatre onces de suc, qui aprés avoir été dépuré par résidence & passé par le filtre, ne s'est plus trouvé peser que deux livres une once & demie: les deux onces & demie de féces ont été réduites à tres-peu de chose aprés avoir été bien sechées, & le peu qu'il y en avoit m'a paru d'abord un peu salé, & sur la fin d'une amertume assez acre.

Ces tiges & feüilles aprés en avoir tiré par forte expression la quantité de suc cy-dessus marquée, n'ont plus pesées que vingt-quatre onces, & sechées qu'elles ont été dix onces & demie: ce marc contenoit donc encore trei-

ze onces & demie d'humidité qu'on n'avoit pû séparer par l'expression.

Ce suc ainsi dépuré étoit d'un verd pâle, comme ce qu'on appelle Celadon, & ce qui est surprenant peu amer, par comparaison à ce qu'est la plante dans son entier, aussi le marc est-il resté beaucoup amer.

J'ay réduit ces deux livres une once & demie de suc dépuré en sirop fort épais par le bain vaporeux: l'humidité que j'en ay tirée étoit d'une odeur assez agreable, insipide au goût, laissant pourtant quelque tems aprés un peu d'impression de chaleur sur la langue, accompagnée de secheresse.

J'ay mis cette espece de sirop épais, qui paroissoit tres-uni dans ses parties, dans une petite terrine de terre, & la terrine à la cave pendant un mois, aprés lequel j'ay trouvé au fonds & aux parois du vaisseau de petits globules qui résistoient un peu sous la dent, qui ne laissoient aprés de s'étendre & se fondre sur la langue assez facilement: ils étoient, aussi-bien que le reste du sirop, d'un salé acide, laissant sur la fin un peu d'amertume avec acreté & adstriction. C'étoit le sel essentiel de la plante.

Ce suc ainsi épaissi, & methodiquement desseché à chaleur tres-douce en consistence d'extrait tres-solide, s'est trouvé peser sept dragmes.

Cet extrait, quelque desseché & solide qu'il soit, s'humecte tres-aisément à l'air, & les parties exterieures de la masse se fondent toutes en sirop par succession de tems. Cela est assez ordinaire à tous ces extraits qui abondent en sels.

J'ay fait quelques essais de cet extrait autant que j'en ay trouvé l'occasion; j'ay veritablement remarqué qu'il purgeoit, mais non-pas autant que je l'aurois crû: il a beaucoup poussé par les urines, n'a causé que quelques nausées, sans vomissement, encore ces nausées pouvoient-elles venir de la trop grande plenitude de ceux à qui j'ay donné cet extrait. La dose a été de 24 à 30 grains.

Comme presque toute l'amertume de cette plante m'a

parû être restée dans le marc des tiges & feüilles dont j'avois tiré le suc, j'ay inferé à bon titre que ce marc n'étoit pas entierement dépoüillé ni dénué de toute la qualité de la plante; & de fait, j'ay encore tiré de la moitié de ce marc (qui pesoit dix onces & demie) par nombre de décoctions & macerations faites avec l'eau, une once douze grains d'extrait, j'en aurois donc tiré deux onces un scrupule ou environ, si j'avois employé la totalité. J'ay été bien-aise de garder de ce marc pour quelques autres experiences qui auront leur place dans une autre occasion.

Il est donc évident qu'on tire plus d'extrait du marc de cette plante, toutes proportions gardées, par les décoctions, que l'on en tire du suc, puisque le suc de 4 liv. 2 onces de Gratiole n'a produit que sept dragmes d'extrait, & que le marc de cette quantité en a donné deux onces une dragme & demie.

Ce dernier extrait, à la difference du premier, est bien moins salé acide, d'une amertume considerable, avec beaucoup d'apreté, ce que n'est point l'autre, il purge aussi beaucoup plus à même dose.

Ce procedé d'extraire ainsi les extraits à l'égard des plantes succulentes, pour en avoir toute la qualité, nous prouve bien qu'il est plus à propos de les faire par les réïterées décoctions, qu'avec les sucs seulement, à moins toutefois que dans de certaines occasions l'on ne reconnût dans le suc de quelques plantes, quelque qualité qui seroit differente de celle qui seroit restée dans le marc, qui ne conviendroit point aux intentions.

Quelques Auteurs ont prétendu & nous ont décrit les extraits des plantes succulentes par les sucs dépurez; mais probablement qu'ils n'avoient pas remarqué, comme je le viens de faire, ce qu'on pouvoit encore tirer d'extrait du marc, aprés en avoir tiré le suc; j'ay été, comme eux, dans cette erreur, & j'en ay été tiré par mes experiences: ce qui y a contribué, c'est pour avoir plusieurs fois remarqué que les sirops de fleurs de peschez & de roses faits avec leurs sucs, étoient moins purgatifs que les mêmes

ſirops préparez de la ſeule décoction du marc deſdites fleurs, dont même on avoit tiré le ſuc.

La raiſon en eſt aſſez ſenſible : les ſucs étant pleins de leur ſel eſſentiel, ne ſont point en état de délayer, d'étendre, de diſſoudre & d'entraîner celui qui reſte dans le marc ou parties ligneuſes des plantes, lequel n'eſt ſouvent pas different de l'autre ; & quand même il le ſeroit, il conviendroit ſouvent de l'y joindre, pour ne point dénaturer la qualité du mixte : d'où je croy pouvoir conclure, qu'il ſeroit plus à propos de faire les extraits des plantes ſucculentes & de leurs parties par les infuſions, macerations & décoctions bien dépurées, qu'avec leurs ſucs.

Je ne prétens pas pour cela faire paſſer pour une regle abſoluë, cette methode de faire les extraits des plantes ſucculentes ; car il y en auroit de telles, comme j'ay déja dit, dont l'extrait du ſuc pourroit être different en qualité de celui du marc, & que ne voulant avoir de la plante que l'une ou l'autre qualité, on ſeroit à la verité obligé d'en faire d'abord l'extrait avec le ſuc, & enſuite avec la décoction du marc, pour s'accommoder de l'un ou de l'autre ſuivant les indications ; & alors c'eſt l'experience qui doit guider celui qui les ordonne & qui les doit employer : car veritablement il y a nombre de mixtes qui ont en eux des vertus oppoſées.

J'ay continué mes obſervations ſur la plante ſeche avec des diſſolvans differens. Seize onces de feüilles & tiges bien ſeches, par les réïterées décoctions faites avec de l'eau & bien dépurées, ont produit quatre onces trois dragmes d'extrait tres-ſolide.

Le marc bien deſſeché n'a plus peſé que dix onces ; ainſi l'on peut compter qu'il s'eſt perdu en ſeize onces que j'avois employées, une once cinq dragmes de matiere, qui ne peuvent être que les terreſtritez & réſidences des décoctions.

Je n'ay tiré de cinq onces de ce marc par l'eſprit de vin que quarante-cinq grains d'extrait. Mes vûës dans cette operation étoient de connoître ſi cette plante contenoit

quelques principes, sur lesquels l'eau ne pouvoit pas mordre : l'on pourroit donc croire que cette petite quantité d'extrait seroit la partie resineuse de la plante, ce qui ne vaut pourtant pas la peine d'être comparé à celle que j'ay tirée en premier lieu avec l'eau. Il ne m'a parû aprés cela dans ce marc ainsi dépoüillé aucune qualité, si ce n'est que quelque adstriction, & par la calcination que j'en ay faite, que quelques grains de sel fixe, dont on ne peut tirer d'autres consequences, si ce n'est, comme je l'ay déja dit, que les mixtes ainsi travaillez ne peuvent plus contenir que tres-peu ou point de parties salines.

Je remarqueray icy en passant qu'il a fallu cinq livres & demie de cette plante verte pour en avoir seize onces de seche, & que les proportions de cet extrait de la plante seche comparez avec celui fait avec le suc & avec les décoctions du marc, l'un & l'autre en même saison se rapportent assez en quantité aussi bien qu'en effets.

Pareille quantité de cette plante seche n'a produit d'extrait fait avec l'esprit de vin, que deux onces un gros d'extrait tres-solide ; ce qui nous prouve que l'esprit de vin tire plus de moitié moins d'extrait de cette plante que l'eau, ce qu'on ne peut attribuer qu'au peu d'effet que l'esprit de vin fait sur les parties salines ; aussi cet extrait fait & préparé avec l'esprit de vin purge plus par les selles & avec plus d'irritation que celui qui est fait avec l'eau, qui non-seulement agit par les selles, mais encore beaucoup par les urines.

Ce marc dont j'ay tiré l'extrait avec l'esprit de vin aprés avoir été bien seché ne pesoit plus que douze onces, & a produit encore trois onces six dragmes d'extrait par les réïterées décoctions que j'en ay faites avec l'eau seule ; partant ces seize onces de matiere m'ont produit par ces deux differentes extractions cinq onces sept dragmes d'extrait, c'est quelques dragmes de plus que celui fait avec l'eau seule.

D'où j'ose conclure, comme j'ay déja fait, qu'en certains mixtes il est fort inutile de se servir d'esprit de vin

pour

pour en tirer les extraits, à moins que d'avoir pour cela des raiſons particulieres.

J'ay fait le même travail ſur la racine ſeche: une once & demie de racines m'ont donné deux dragmes & demie d'extrait tres-ſolide, préparé avec le diſſolvant aqueux.

Cet extrait au poids de 15 à 24 grains purge raiſonnablement, mais non-pas tant que celui des feüilles; & de pareille quantité deſdites racines ſeches avec l'eſprit de vin, je n'ay tiré que quatre ſcrupules d'extrait: le marc aprés avoir été bien ſeché étoit encore beaucoup amer, auſſi en ai-je encore tiré avec l'eau plus d'une dragme d'extrait que l'eſprit de vin n'avoit pû diſſoudre.

J'oſe en cela avancer, comme j'ay déja fait en pareil cas, que ſi l'eſprit de vin étoit tel qu'on le pouvoit ſouhaiter & ſans flegme (ce qui n'eſt pas aiſé) il tireroit peu de cette plante auſſi-bien que de beaucoup d'autres de même nature, & que ce qu'il en a tiré & diſſout n'eſt que par proportion à la quantité de flegme que l'eſprit de vin contient, dont il eſt tres-difficile de le dégager entierement; d'où je continuë de dire que cette plante ne contient que peu ou point de parties reſineuſes.

J'ay peu de choſe à dire de l'analyſe que j'ay faite de cette plante par la diſtillation ordinaire, n'y ayant rien remarqué d'extraordinaire, ni qui fût bien different des autres que j'ay cy-devant travaillées de même.

Neanmoins pour obſerver le même ordre, j'ay mis dans le bain vaporeux quatre livres de feüilles & racines recentes de Gratiole; j'en ay diſtillé avec ordre pluſieurs portions preſqu'à ſiccité de la plante: toutes ces portions m'ont parû aſſez ſemblables au goût, à l'odorat & aux effets ſur les eſſais; j'ay retiré la matiere ſeche du bain de vapeur peſant vingt-cinq onces & demie, je l'ay miſe dans la cornuë au reverbere clos & par un feu gradué, j'en ay tiré d'abord une liqueur un peu teinte, un peu amere & un peu acide, & ſucceſſivement les autres devenant à proportion plus colorées & plus acides, ſentant beaucoup l'Empyzome: la derniere portion étoit un peu volatile, mêlée d'une huile noire.

Toutes ces portions ont produit ſur les eſſais les effets ordinaires : la maſſe noire reſtée dans la cornuë ne peſoit plus que ſept onces ſix dragmes, & aprés la calcination parfaite une once & demie, dont j'ay tiré à la maniere ordinaire quatre gros & demi de ſel fixe.

METHODE

De déterminer les longitudes des lieux de la terre par les Eclipſes des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune, pratiquée en diverſes obſervations.

PAR M. CASSINI le fils.

1705. 22. Avril. LES obſervations Aſtronomiques qui peuvent ſervir à trouver les longitudes de la terre avec une aſſez grande préciſion, meritent d'être employées à cet uſage ſi neceſſaire à la perfection de la Geographie & de la Navigation.

Les anciens ſe ſervoient des Eclipſes de Lune obſervées en même tems en differens lieux de la terre. Mais Ptolemée dans ſa Geographie ſe plaint que de ſon tems on n'avoit que tres-peu de ces obſervations, & ne parle que d'une Eclipſe obſervée à Arbelle ville celebre par la victoire remportée par Alexandre en ce lieu-là, où il dit qu'elle arriva à 5 heures, & à Carthage à 2 heures, ſans determiner l'année ni le jour.

Pline rapporte auſſi une Eclipſe de Lune obſervée à Arbelle au tems de la victoire d'Alexandre à 2 heures, & en Sicile au lever de la Lune.

La rareté de ces obſervations obligeoit les Geographes à déterminer les longitudes par l'eſtime de la longueur des voyages, dans leſquelles on étoit ſi peu d'accord, que Marin Tirien, un des plus celebres Geographes de ſon tems, faiſoit la longitude compriſe entre les Iſles Fortu-

nées & l'extremité Orientale de la Chine de 225 degrez, au lieu que Ptolemée la trouvoit moins de 180, de sorte qu'il y avoit entre l'un & l'autre une difference de plus de 45 degrez.

On a depuis observé un assez grand nombre d'Eclipses de Lune en differens lieux, & particulierement dans les deux derniers siecles. On ne comparoit d'abord que le commencement & la fin de ces Eclipses observées en divers lieux, dans lesquelles il y avoit beaucoup d'ambiguité, à cause de la difficulté de distinguer l'ombre veritable de la terre qui arrive par la perte de presque tous les rayons du Soleil, de la penombre que l'on voit avant & aprés l'Eclipse veritable. On y a depuis ajoûté l'Observation de l'Immersion & de l'Emersion des Taches de la Lune dans l'ombre que l'on apperçoit avec plus d'évidence, ce qui donne le moyen de comparer ensemble un plus grand nombre de Phases, & de déterminer avec plus de précision la difference des Meridiens.

Depuis que l'on a trouvé la theorie du mouvement des Satellites de Jupiter, & que l'on a dressé des Tables pour déterminer leurs Eclipses qui sont tres-frequentes, on a experimenté qu'elles sont plus faciles à déterminer avec exactitude que celles de la Lune ausquelles on les a préferé pour cet usage, & l'Academie Royale des Sciences les a pratiquées avec ses correspondans en toutes les quatre parties du monde, ce qui a servi à corriger les grandes erreurs qui se sont trouvées dans les Cartes Geographiques.

On a enfin déterminé par une methode nouvelle & exacte les longitudes d'un grand nombre de Villes considerables par les Eclipses du Soleil, qui ont été exposées dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences.

Aprés avoir pratiqué toutes ces methodes, je me suis appliqué à déterminer les longitudes de divers lieux par les Eclipses des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune, dont l'on n'avoit fait encore aucun usage par la methode que je vais donner, & je les ay comparées avec celles

qui avoient été déterminées par diverses autres observations faites dans les mêmes lieux, afin de pouvoir connoître quelle est la précision que l'on peut attendre de ces sortes d'observations.

Cette methode quoyque fondée sur le même principe que celle que mon Pere a inventée pour calculer les Eclipses du Soleil, ne laisse pas d'en differer en plusieurs circonstances.

Premierement, parceque le centre du Soleil est toûjours dans l'Ecliptique sans latitude, au lieu que les Etoiles fixes & les Planetes en ont presque toûjours.

En second lieu, parceque dans les Eclipses du Soleil & dans ses autres conjonctions & oppositions avec la Lune, le mouvement apparent de la Lune est plus regulier, son diametre apparent & sa parallaxe plus faciles à déterminer qu'à diverses distances du Soleil.

En troisiéme lieu, parceque la révolution journaliere du Soleil qu'il faut emploïer pour la recherche des longitudes, est celle qui mesure le tems dans lequel consiste la difference des Meridiens recherchée, au lieu que la révolution journaliere des Etoiles fixes ou des Planetes qu'il faut aussi emploïer dans la recherche des longitudes, n'est pas celle qui mesure le tems, quoyque la difference ne soit pas si grande qu'on ne la puisse souvent negliger sans erreur sensible.

En plusieurs autres circonstances la methode de se servir des Etoiles fixes est plus simple que celle qui emploïe le Soleil, où il faut mettre en usage son mouvement propre, son diametre & sa parallaxe; ce qui n'arrive point dans les Eclipses des Etoiles fixes, dont le diametre apparent, même par les Lunettes que l'on emploïe à cet usage, n'est que de quelques secondes, qui n'ont point de parallaxe sensible, & dont le mouvement propre ne se peut point appercevoir dans l'espace d'un jour.

Dans les Eclipses des Planetes par la Lune, il faut avoir égard à leur mouvement propre, à leur diametre apparent, & quelquefois à leur parallaxe lorsqu'elles sont prés de la terre.

Ces diverſes circonſtances auſquelles il a fallu avoir égard pour emploïer les obſervations de ces Eclipſes à determiner les longitudes, m'ont porté à en décrire la methode de la maniere qui m'a paru la plus aiſée à pratiquer, aprés avoir donné une idée generale de la theorie de ces Eclipſes.

L'on conſidere d'abord que les rayons qui viennent du centre de l'Etoile *E* (*vide* 1. *Fig.*) & qui vont terminer en cone à la circonference de la terre, paſſant par l'orbe de la Lune y occupent un eſpace circulaire *OB*, dont chaque point répond à quelque point de la terre *AC*, & y forment une projection de l'hemiſphere de la terre qui eſt expoſé directement à l'Etoile. Lorſque cette Etoile eſt fixe & qu'elle n'a par conſequent aucune parallaxe ſenſible, alors les rayons qui forment cette projection peuvent paſſer pour paralleles, & l'eſpace qu'ils occupent dans l'orbe de la Lune eſt cenſé égal à celui qui eſt compris par la circonference de la terre; de ſorte que le demi-diametre de la terre vû de la Lune que l'on ſçait être égal à la parallaxe horizontale de la Lune, eſt égal au demi-diametre de cette projection.

Si cette Etoile avoit quelque parallaxe ſenſible, comme il arrive à quelques Planetes, principalement lorſqu'elles ſont dans leur Perigée; alors le demi-diametre de cette projection ſeroit plus petit que le demi-diametre de la terre de la grandeur de cet angle, qu'il faudroit par conſequent retrancher de la parallaxe horizontale de la Lune.

Lorſque la Lune par ſon mouvement propre paſſe par l'endroit de ſon orbe où les rayons de l'Etoile ont formé cette projection de la terre, il eſt évident qu'elle interceptera les rayons de l'Etoile aux lieux de la terre qui répondent à chaque endroit de la projection par où elle paſſera, qui verront l'Eclipſe de l'Etoile dans cet inſtant; & comme ſon mouvement propre ſe fait de l'Occident vers l'Orient, ceux qui ſont à l'Occident l'appercevront ordinairement les premiers, & elle ſera vûë ſucceſſivement par les païs qui ſont à l'Orient.

Pour déterminer quels ſont les lieux qui doivent appercevoir cette Eclipſe, il eſt neceſſaire de repreſenter dans cette projection les lieux de la terre qui y répondent.

Soit donc *AB* le demi-diametre du diſque de la terre projetté dans l'orbe de la Lune, (*v. Fig.* 2.) l'Etoile en *A* dans le centre de cette projection, *CV* le cercle de declinaiſon qui paſſe par l'Etoile & par le pole du monde.

Si l'Etoile étoit ſur l'Equinoxial ſans aucune declinaiſon, alors le rayon qui part du centre de l'Etoile & paſſe par le centre de la projection rencontreroit ſur la ſurface de la terre quelque point de l'Equinoxial, & par conſequent l'Equinoxial ſeroit repreſenté dans la figure circulaire de la projection par un diametre comme *OB*, & les deux poles qui en ſont éloignez de 90 degrez ſeroient ſur la circonference, le pole Septentrional dans la partie ſuperieure en *C*, & le pole Meridional dans l'inferieure en *V*. Les paralleles de chaque lieu de la terre ſeroient auſſi repreſentez par des lignes droites paralleles à ce diametre.

Mais ſi l'Etoile a quelque declinaiſon de l'Equinoxial, alors le rayon qui va de l'Etoile au centre de la projection, termine à un point ſur la terre dont la latitude répond à la declinaiſon de l'Etoile, & qui par conſequent eſt éloigné de l'Equateur, lequel dans ce cas doit être repreſenté de même que les paralleles par des Ellipſes, plus ou moins ouvertes, ſelon que la declinaiſon eſt plus ou moins grande ; & les poles de la terre qui dans le premier cas étoient ſur la circonference du cercle, doivent être placez entre le centre & la circonference.

L'on détermine la ſituation du pole Septentrional, en prenant de côté & d'autre du point *C* des arcs *CD*, *CE*, égaux à la declinaiſon de l'Etoile, & tirant la ligne *DE* qui coupe le cercle de declinaiſon *CV* au point *P*.

Lorſque cette declinaiſon eſt Septentrionale, alors l'Equinoxial doit être placé dans la Figure au-deſſous du diametre vers le midy ; enſorte que le point *A* qui repreſente le lieu de l'Etoile ſoit à ſon égard au Septentrion, & par conſequent le pole Septentrional ſera en *P* dans l'hemiſ-

phere exposé à l'Etoile que j'appelle l'hemisphere superieur.

Au contraire lorsque la declinaison est Meridionale, alors l'Equinoxial doit être placé au-dessus du point *A*, & par consequent le pole Septentrional *P* sera de l'autre côté dans l'hemisphere inferieur.

Il faut maintenant considerer que pendant le tems de chaque Eclipse, le même lieu de la terre doit être representé à diverses heures à divers endroits de son parallele, à cause de la révolution journaliere, soit qu'on l'attribuë à l'Etoile & à l'orbe de la Lune dont le mouvement journalier est d'Orient en Occident, suivant l'hypothese des anciens, ou à la révolution du globe de la terre dans le même espace de tems d'Occident vers l'Orient, suivant l'hypothese moderne, qui represente le mouvement de chaque lieu de la terre suivant son parallele.

L'on trace les paralleles de chaque lieu en prenant de côté & d'autre des points *D*, *C*, *E*, les arcs *CQ*, *CT*, *DF*, *DI* & *EH*, *EG* égaux au complément de la latitude du lieu dont l'on veut décrire les paralleles, & tirant par les points *H*, *I*, *Q*, *T*, *F*, *G* les lignes *HI*, *QT*, *FG* qui sont paralleles à *AB*, & coupent le cercle de declinaison *CV* aux points *K*, *X*, *L*. Les deux extrêmes *K* & *L* terminent le petit diametre de l'Ellipse ; ensorte que le point *L* est au-dessus de la figure dans l'hemisphere exposé à l'Etoile & le point *K* au-dessous dans l'hemisphere inferieur, lorsque la declinaison de l'Etoile est Septentrionale. Tout au contraire, lorsque la declinaison est Meridionale, le point *K* est dans l'hemisphere exposé à l'Etoile, & le point *L* dans l'hemisphere inferieur.

Divisant *KL* en deux, l'on a le centre de l'Ellipse en *Z*, par lequel si l'on tire la droite *MN* parallele à *QT*, & terminée en *M* & *N* par les perpendiculaires *QM* & *TN*, ensorte que *MN* soit égale à *QT*, la ligne *MN* est le grand diametre de l'Ellipse qui passe par les points *M*, *K*, *N*, *L*, & qui represente le parallele du lieu cherché.

Lorsque l'Etoile passe par le Meridien d'un lieu dont

l'on a décrit le parallele, alors le Meridien de ce lieu concourt avec le cercle de declinaiſon de l'Etoile qui eſt repreſenté dans cette figure par le diametre *CV*, qui paſſe par le pole *P* & par l'Etoile en *A*. Et comme la ſituation de chaque lieu ſur la terre ſe détermine par l'interſection de ſon Meridien avec ſon parallele, ce lieu doit être alors placé dans la figure, dans l'interſection de *CV* avec la partie de l'Ellipſe expoſée à l'Etoile qui eſt en *L*, lorſque la declinaiſon de l'Etoile eſt Septentrionale, & en *K* lorſqu'elle eſt Meridionale.

Suppoſant que le cercle de declinaiſon de l'Etoile ſoit fixe, quelque tems aprés le Meridien du lieu dont l'on a décrit le parallele decline vers l'Orient de ce cercle; de ſorte qu'ayant marqué dans l'interſection du parallele avec le cercle de declinaiſon l'heure du paſſage de l'Etoile par le Meridien, il faudra marquer l'heure ſuivante & les autres de ſuite d'Occident en Orient, qui repreſenteront dans cette projection le lieu apparent de l'Etoile à ces heures differentes.

Pour marquer ces heures ſur les Ellipſes qui repreſentent les paralleles, il faut décrire du centre *Z* à l'intervalle du grand diametre *ZM*, un cercle qu'on diviſera en 24 parties, & tirer de ces diviſions des perpendiculaires à ce diametre, qui diviſeront l'Ellipſe en autant de parties. L'intervalle entre ces diviſions ſera d'une heure moins 10 ſecondes dans les Eclipſes des Etoiles fixes, à cauſe qu'elles font leur révolution en 23 heures & 56 minutes. L'on peut dans la pratique negliger ces ſecondes, qui ſont peu ſenſibles ſur le parallele.

Le pole du monde & les paralleles diviſez en heure étant repreſentez dans cette projection, il faut décrire enſuite la trace du mouvement propre de la Lune. Cette trace eſt differente en divers mois. Elle eſt toûjours repreſentée par une ligne qui ne differe pas ſenſiblement d'une ligne droite, mais qui paſſe dans les diverſes conjonctions de la Lune avec la même Etoile à diverſes diſtances du centre, & avec des inclinaiſons differentes aux lignes droi-
tes

tes qui representent les diametres de l'Equinoxial & des paralleles. Le mouvement horaire de la Lune par ces traces differentes, est aussi different d'un mois à l'autre; ce qui arrive à cause de sa diverse distance à l'Apogée & au Perigée de la Lune & du Soleil, de même qu'à ses conjonctions, oppositions & quadratures avec le Soleil, qui sont autant de termes d'inégalitez du mouvement propre de la Lune.

Pour décrire la trace de la Lune pour le tems proposé, l'on cherchera la parallaxe horizontale de la Lune, que l'on trouvera ou par les Tables, ou par l'observation du demi-diametre de la Lune dans le tems de l'observation, & l'on divisera le demi-diametre *AB* en autant de parties qu'il y a de minutes dans la parallaxe.

L'on cherchera aussi l'ascension droite & la declinaison de l'Etoile pour le tems de la conjonction, de même que l'ascension droite & la declinaison de la Lune pour ce tems, & pour quelques heures avant ou aprés. Il est avantageux d'avoir l'ascension droite & de la declinaison de l'Etoile par le moyen des observations immediates.

L'on prendra la difference entre l'ascension droite de la Lune & de l'Etoile à diverses heures, & on la réduira en degrez & minutes d'un grand cercle que l'on prendra sur les divisions de la ligne *AB*, & on la portera de *A* vers *B*, si l'ascension droite de la Lune est plus petite, & de *A* vers *O*, si elle est plus grande. Ayant ainsi marqué divers points comme *b*, *d*, *e*, l'on élevera sur *AO* les perpendiculaires *br*, *ds*, *eh*, sur lesquelles l'on prendra la difference entre la declinaison de l'Etoile & celle de la Lune aux heures marquées, que l'on portera de *A* vers *C* lorsque la declinaison de l'Etoile est Septentrionale, & en même tems plus petite que celle de la Lune; car si elle étoit plus grande, il faudroit la marquer de *A* vers *V*. Au contraire si la declinaison de l'Etoile & de la Lune est Meridionale, alors il faut marquer la difference de leur declinaison de *A* vers *C* lorsque la declinaison de l'Etoile est plus grande que celle de la Lune, & de *A* vers *V* lorsqu'elle est plus petite.

Il peut arriver aussi que l'Etoile & la Lune étant fort prés de l'Equateur, la declinaison de la Lune & celle de l'Etoile soient l'une Meridionale & l'autre Septentrionale ; & alors il faut prendre leur somme, que l'on portera de *A* vers *C* lorsque la declinaison de la Lune est Septentrionale, & de *A* vers *V* lorsqu'elle est Meridionale. La situation de la Lune à l'égard de l'Etoile étant ainsi déterminée à ces diverses heures, l'on tirera la ligne *hsr*, qui represente la trace que le centre de la Lune a décrit en passant par la projection du disque de la terre dans son orbe. L'on divisera chaque intervalle horaire en 60 minutes, & l'on marquera sur cette trace les heures ausquelles l'on a déterminé l'ascension droite & la declinaison de l'Etoile. Ces heures seront disposées suivant la suite des signes, & sont celles que l'on compte pour le Meridien du lieu auquel l'on veut comparer les observations faites en divers autres endroits.

Le centre de la Lune faisant son mouvement sur cette trace d'Occident en Orient, son bord Oriental rencontrera successivement divers points des paralleles qui se trouvent sur sa route, ausquels il interceptera les rayons de l'Etoile, & c'est à quoy l'on a égard pour déterminer les longitudes. Car chaque Observateur comptant dans l'instant que le bord de la Lune lui intercepte les rayons de l'Etoile, c'est à dire, dans l'instant qu'il observe l'Eclipse l'heure qui est marquée sur son parallele, la difference qui est entre cette heure & celle qui est marquée sur la trace de la Lune, laquelle est décrite pour un Meridien déterminé, est la difference entre le Meridien de ce lieu, & le Meridien fixe auquel l'on compare les autres observations. Il en est de même lorsqu'aprés que l'Etoile a été couverte pendant un certain tems, la Lune vient à la quitter par son bord Occidental.

Pour déterminer le tems de ces Phases, l'on prend sur *AB* avec un compas les minutes du demi-diametre de la Lune, & posant une pointe sur le parallele à l'heure que l'on a observé l'Immersion de l'Etoile, l'on porte à cet

intervalle vers l'Orient l'autre pointe ſur l'orbite de la Lune.

L'on place auſſi ſur le même parallele une pointe du compas à l'heure que l'on a obſervé l'Emerſion, & l'on porte l'autre vers l'Occident ſur la trace de la Lune.

Si l'on a déterminé exactement le lieu de la Lune, ou par des obſervations immediates, ou par des Tables, les pointes du compas marqueront ſur l'orbite de la Lune les mêmes heures que ſur le parallele, puiſque lorſque l'Etoile nous a paru entrer dans la Lune ou en ſortir, elle étoit éloignée du centre de la Lune de la grandeur de ſon demi-diametre : mais s'il y a quelque difference, comme il arrive ſouvent lorſque l'on ſe ſert des Tables, à cauſe que l'on ne peut pas déterminer le lieu de la Lune avec la précision avec laquelle l'on calcule les Eclipſes de la Lune & du Soleil, la Lune ayant deux équations hors de ſes conjonctions & oppoſitions avec le Soleil : Alors il faut corriger le lieu de la Lune en cette maniere.

L'on place une pointe du compas ſur l'heure à laquelle l'on a obſervé l'Immerſion, & l'on décrit à l'intervalle du demi-diametre de la Lune un arc de cercle vers l'Occident.

L'on place enſuite une pointe du compas ſur l'heure du parallele à laquelle l'on a obſervé l'Emerſion, & l'on décrit au même intervalle un arc de cercle vers l'Orient. L'on prend enſuite ſur les diviſions horaires de la trace de la Lune, l'intervalle qui s'eſt écoulé entre les deux obſervations, qui eſt le tems de la durée de l'Eclipſe, & on le place en α & β, enſorte que la ligne $\alpha\beta$ terminée par les deux arcs de cercle ſoit parallele à l'orbite de la Lune. L'on marque en α l'heure de l'Immerſion, & en β celle de l'Emerſion, & l'on diviſe cet intervalle en minutes, qui ſont de la même grandeur que celles qui étoient marquées ſur l'orbite *b*, *s*, *r*.

Suppoſant l'obſervation exacte, cette ligne $\alpha\beta$ repreſente la trace veritable de la Lune. Car la direction de l'orbite de la Lune, & ſon mouvement horaire tiré des

Tables dont l'on se sert dans cette correction, ne peuvent pas differer sensiblement de la direction de l'orbite & du mouvement horaire veritable.

L'orbite de la Lune étant ainsi corrigé, si l'on veut connoître la difference des Meridiens entre le lieu pour lequel on a déterminé la situation de la Lune, & un autre où l'on a observé la même Eclipse ; il faut placer sur le parallele de ce lieu une pointe de compas sur l'heure à laquelle l'on a observé l'Immersion de l'Etoile, & décrire vers l'Occident à l'intervalle du demi-diametre de la Lune, un arc de cercle qui coupe la trace veritable du centre de la Lune αβ prolongée, s'il est necessaire, de côté ou d'autre. La difference qui est entre l'heure marquée sur la trace de la Lune par cette intersection & l'heure de l'observation, est la difference des Meridiens entre le lieu de l'observation & celui au Meridien duquel l'on a déterminé le lieu de la Lune : car l'heure où la pointe du compas est placée sur le parallele d'un lieu, est celle que l'Observateur compte dans l'instant de l'observation ; & l'heure où est placée l'autre pointe du compas sur la trace de la Lune, est celle que l'on compte au même instant dans le lieu au Meridien duquel l'on a déterminé la situation de la Lune. Or la difference entre l'heure que l'on compte en divers lieux dans le même instant, est la difference des Meridiens.

L'on détermine aussi la difference des Meridiens par l'observation de l'Emersion, en plaçant une pointe du compas sur le parallele à l'heure de l'observation, & portant l'autre pointe vers l'Orient. La difference entre les heures marquées par ces pointes, est la difference des Meridiens qui doit être la même que celle qui résulte de l'Immersion, supposé que la figure ait été décrite exactement, & que les observations aient été faites avec soin de part & d'autre.

Voicy diverses observations d'Eclipses des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune qui ont été faites depuis quelques années, comparées à celles qui ont été faites en même tems par nos Correspondans en diverses Villes, à Mar-

seille par le P. Laval Jesuite & par le P. Feüillée Minime, & à Bologne par Mrs Manfredi & Stancari. Quelques-unes de ces observations ont été inserées dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences.

La premiere est une Eclipse de l'œil du Taureau Aldebaram par la Lune, qui fut observée en même tems à Paris & à Bologne le 19 Aoust 1699.

1h 41′ 30″ du matin à Paris Immersion d'Aldebaram dans la partie claire de la Lune.

2h 19′ 20″ Emersion d'Aldebaram de la partie obscure de la Lune.

2h 6′ 39″ du matin à Bologne Immersion d'Aldebaram dans la partie claire de la Lune.

3h 5′ 25″ Emersion de la partie obscure.

Ayant dressé une figure de la maniere qui a été décrite cy-dessus, où l'on a déterminé le pole Septentrional, les paralleles de Paris & de Bologne, & la trace que la Lune a décrite en passant par la projection de la terre dans son orbe, l'on a déterminé par l'Observation de l'Immersion la difference des Meridiens entre Paris & Bologne de 36′ 53″ d'heure, & par l'Emersion de 36′ 35″.

La seconde observation est l'Eclipse de la même Etoile par la Lune, qui a été faite en même tems à Bologne & à Marseille le 2 Janvier 1700.

6h 31′ 33″ du soir à Marseille Immersion d'Aldebaram dans la partie obscure de la Lune.

7h 42′ 32″ à Marseille Emersion de la partie claire.

7h 3′ 42″ à Bologne Immersion dans la partie obscure.

8h 16′ 32″ Emersion.

Cette Eclipse n'ayant point été observée à Paris, l'on a tracé dans la Figure qui represente la projection de la terre dans l'orbe de la Lune les paralleles de Marseille & de Bologne, & l'on y a décrit la trace de la Lune pour le Meridien de Marseille.

Par l'observation de l'Immersion dans la partie obscure, l'on a déterminé la difference des Meridiens entre Bologne & Marseille de 24′ 22″, & par celle de l'Emersion de 24′ 2″.

Prenant le milieu entre ces differences, & y ajoûtant la difference des Meridiens entre Paris & Marseille, que l'on a déterminé par les Satellites de Jupiter de 12′ 30″, l'on aura la difference des Meridiens entre Paris & Bologne de 36′ 42″ peu differente de celle que l'on a trouvée par les observations précedentes.

Il faut remarquer icy qu'il y a une erreur dans l'observation d'Aldebaram faite à Bologne le 2 Janvier 1700, rapportée dans les Memoires de l'Academie 1701, où il faut lire $7^h\ 3'\ 42''$ à la place de $7^h\ 3'\ 32''$, & $8^h\ 16'\ 32''$ à la place de $8^h\ 12'\ 23''$.

La troisiéme observation est aussi une Eclipse d'Aldebaram qui a été observé à Paris, à Perpignan, à Marseille & à Bologne le 16 Fevrier 1701.

* Nous étions alors à Perpignan occupez à prolonger la ligne Meridienne de l'Observatoire.

$6^h\ 30'\ 18''$ du soir à Perpignan Immersion d'Aldebaram dans la partie obscure de la Lune.

$7^h\ 44'\ 10''$ Emersion d'Aldebaram de la partie claire.

$6^h\ 43'\ 8''$ à Paris Immersion d'Aldebaram à quelques secondes prés, à cause des nuages qui couvrirent ensuite le Ciel; de sorte qu'on ne pût observer l'Emersion.

$6^h\ 46'\ 18''$ à Marseille Immersion d'Aldebaram.

$7^h\ 58'\ 23''$ Emersion.

$7^h\ 21'\ 19''$ à Bologne Immersion d'Aldebaram.

$8^h\ 30'\ 13''$ Emersion.

Cette Eclipse ayant été observée en quatre endroits differens, je l'ai choisie pour donner un exemple de la methode qu'il faut pratiquer pour déterminer les longitudes par ces sortes d'observations.

Ayant décrit le cercle *OCBV* qui represente la projection du disque de la terre dans l'orbe de la Lune, j'ay tiré à angles droits les deux diametres *OB*, *CV*, dont l'un represente le cercle de declinaison, & l'autre le diametre de l'Equinoxial. L'on a divisé *OB* en minutes, ensorte que *AB* soit égale à la parallaxe horizontale de la Lune qui

étoit alors de 58′ 5″. J'ay pris de côté & d'autre du point *C*, *CD*, *CE*, égales à la declinaiſon Septentrionale d'Aldebaram qui étoit alors de 15ᵈ 52′ 10″, & j'ay tiré la ligne *DE* qui coupe le cercle de declinaiſon au point *P*, qui repreſente le pole Septentrional, lequel eſt dans ce cas dans l'hemiſphere expoſé à l'Etoile. J'ay pris de côté & d'autre des points *D*, *C*, *E*; *CQ*, *CT*, *DF*, *DT*, *EH*, *EG* égales à 41ᵈ 9′ 50″ complément de la hauteur du pole de Paris, & j'ay tiré les lignes *HKI*, *QT*, *FG*. Ayant enſuite diviſé *KL* en deux parties égales en *Z*, j'ay tiré par *Z* la ligne *MZN* parallele à *QT*, ſur laquelle j'ay abaiſſé les deux perpendiculaires *QM* & *TN*, & j'ay tracé par les points *DMKN* une Ellipſe qui repreſente le parallele de Paris. La hauteur du pole de Perpignan étant connuë de 42ᵈ 41′, celle de Marſeille de 43ᵈ 17′ & celle de Bologne de 44ᵈ 30′, j'ay décrit de la même maniere les Ellipſes qui repreſentent les paralleles de ces Villes, & j'ay placé dans les interſections *L*, *l*, de la partie ſuperieure de ces Ellipſes avec le cercle de declinaiſon *CV*, l'heure du paſſage de l'Etoile par le Meridien qui eſt arrivé à Paris à 6ʰ 18′ 25″.

Le paſſage de la Lune par le Meridien fut obſervé à Paris le 16 Fevrier à 6ʰ 17′ 20″, & la hauteur Meridienne de ſon bord ſuperieur de 57ᵈ 0′ 0″; ce qui donne ſon aſcenſion droite de 64ᵈ 29′ 20″, & ſa declinaiſon Septentrionale de 16ᵈ 5′ 26″. L'aſcenſion droite d'Aldebaram étoit alors de 64ᵈ 44′ 0″, & ſa declinaiſon Septentrionale de 15ᵈ 52′ 10″. La difference entre l'aſcenſion droite de l'Etoile & celle de la Lune étoit donc à 6ʰ 17′ 20″ à Paris de 14′ 40″, & la difference de declinaiſon de 13′ 15″.

Les minutes de la difference d'aſcenſion droite étant ſur un parallele, on les a réduites en minutes de degré d'un grand cercle, & l'on a eu 14′ 5″ que l'on a pris ſur les diviſions de *AB*, & que l'on a porté de *A* vers *B*, à cauſe que l'aſcenſion droite de la Lune étoit plus petite que celle d'Aldebaram. L'on a réduit auſſi en minutes d'un grand cercle le mouvement horaire de la Lune en aſcenſion droite, calculé par les Tables, & corrigé par les obſervations,

qui étoit alors de 33′ 0″, & l'on a eu 31′ 42″ que l'on a porté de *b* en *d*, & de *d* en *e*. La declinaiſon Septentrionale de la Lune étant plus grande que celle d'Aldebaram, l'on a élevé des trois points déterminez par l'aſcenſion droite des perpendiculaires de *A* vers *C*, ſur leſquelles l'on a pris la difference entre la declinaiſon de l'Etoile & celle de la Lune qui convient à chaque heure, & qui étoit à 6ʰ 17′ 20″ de 13′ 15″, à 7ʰ 17′ 20″ de 19′ 15″, & à 8ʰ 17′ 20″ de 25′ 15″, & l'on a tiré par ces trois points une ligne qui repreſente la trace que le centre de la Lune a décrite depuis 6ʰ 17′ 20″ juſqu'à 8ʰ 17′ 20″. Aprés avoir diviſé chacune de ces heures en 60 minutes, l'on a pris ſur les diviſions de la ligne *AB* 15′ 33″, qui ſont égales au demi-diametre horizontal de la Lune; & ayant placé une des pointes du compas à 6ʰ 30′ 18″, qui eſt le tems que l'on a obſervé l'Immerſion d'Aldebaram à Perpignan, l'on a décrit vers l'Occident un arc de cercle qui a coupé l'orbite de la Lune à 6ʰ 29′ 0″. L'on a enſuite porté une des pointes du compas à 7ʰ 44′ 10″ heure de l'Emerſion, & l'on a décrit vers l'Orient un autre arc de cercle qui a coupé l'orbite à 7ʰ 44′ 30″, ce qui donne le tems de la durée de l'Eclipſe de 1ʰ 12′ 30″ plus petit d'une minute & 20 ſecondes que celui qu'on a trouvé par l'obſervation; ce qui marque que la trace de la Lune décrite cy-deſſus n'eſt pas dans ſa ſituation exacte, & qu'il eſt neceſſaire d'y faire quelque correction. Suppoſant donc l'inclinaiſon de l'orbite & ſon mouvement horaire déterminez exactement, l'on a pris ſur l'orbite de la Lune 1ʰ 13′ 50″ durée de l'Eclipſe, & on les a placez entre les deux arcs de cercle qui ont été décrits cy-deſſus, enſorte que la ligne terminée par ces arcs fût parallele à la premiere trace de la Lune. Cette ligne repreſente l'orbite veritable de la Lune que l'on a plongé de côté & d'autre, & ſur laquelle l'on a marqué les heures qui répondent au Meridien de Perpignan.

Pour déterminer preſentement la difference des Meridiens entre Perpignan & Paris, l'on a placé une pointe du compas ſur la parallele de Paris à 6ʰ 43′ 8″ heure de l'Immerſion,

mersion, & l'on a porté à l'intervalle du demi-diametre de la Lune l'autre pointe sur l'orbite, où elle a marqué 6h 45′ 50″ : la difference entre ces heures qui est de 2′ 42″, est la difference des Meridiens entre Paris & Perpignan, dont Perpignan est plus à l'Orient, à cause que l'heure marquée sur la trace de la Lune est plus grande que sur le parallele de Paris.

L'on a déterminé de la même maniere la difference des Meridiens entre Perpignan & Marseille par l'Immersion de 10′ 28″ & par l'Emersion de 10′ 18″, & entre Perpignan & Bologne par l'Immersion de 33′ 39″ & par l'Emersion de 34′ 23″.

En prenant un milieu entre les differences qui résultent des observations de Marseille & de Bologne, & y ajoûtant la difference des Meridiens entre Paris & Perpignan que l'on a déterminé par les triangles de la Meridienne de 2′ 12″, l'on aura la difference des Meridiens entre Paris & Marseille de 12′ 35″, & entre Paris & Bologne de 36′ 13″, ce qui s'accorde à celles que l'on a trouvé par plusieurs observations des Satellites de Jupiter.

La quatriéme observation est une Eclipse de Jupiter par la Lune, qui fut observée en plein jour à Paris & à Bologne le 27 Juillet 1704.

1h 22′ 57″ aprés midy à Paris le bord précedent de Jupiter touchoit le bord éclairé de la Lune.

1h 24′ 20″ Jupiter est entré entierement.

2h 7′ 29″ Jupiter est entierement sorti.

2h 6′ 18″ à Bologne Jupiter touchoit le bord éclairé de la Lune.

2h 7′ 48″ Jupiter est entré entierement.

2h 51′ 38″ Jupiter est entierement sorti.

Le diametre de Jupiter qui étoit d'environ 45 secondes étant sensible, l'on y a eu égard dans la comparaison de cette observation. L'on a eu aussi égard à son mouvement en ascension droite & en declinaison; mais on a negligé la parallaxe, qui n'étant que de deux secondes, ne peut pas diminuer sensiblement la projection de la terre dans l'orbe de la Lune.

Par la premiere obſervation faite de part & d'autre lorſque Jupiter touchoit la Lune, l'on a determiné la difference des Meridiens entre Paris & Bologne de 36′ 18″ d'heure, par la ſeconde de 36′ 18″ précisément de même que par la précedente, & par la troiſiéme de 35′ 48″.

Toutes les obſervations que je viens de rapporter s'accordent à déterminer les differences des Meridiens à quelques ſecondes prés de celles qui réſultent des obſervations des Satellites de Jupiter, que l'on a jugé juſqu'à preſent les plus propres à cet uſage ; ce qui fait voir l'utilité que l'on peut tirer de ces ſortes d'obſervations.

L'on peut ſe ſervir non-ſeulement des Etoiles principales qui ſont à 5 ou 6 degrez de côté & d'autre de l'Ecliptique, & qui ſe voient avec la Lune par de petites Lunettes, même des Etoiles moins conſiderables qui ſont à cette diſtance de l'Ecliptique en emploïant de plus grandes Lunettes, & ſe préparant de concert pour obſerver le tems de leur conjonction avec la Lune.

Dans les obſervations des Eclipſes des Etoiles fixes, il faut toûjours préferer la difference qui réſulte de l'obſervation faite dans la partie obſcure de la Lune ; car alors divers Obſervateurs dans un même lieu l'apperçoivent dans le même inſtant, quoyqu'avec des Lunettes d'une grandeur fort differente, comme nous l'avons experimenté pluſieurs fois.

Il y a même apparence que la differente ſerenité de l'air dans les divers lieux où l'on fait les obſervations, ne peut pas faire d'erreur conſiderable dans la détermination des longitudes par cette methode, puiſque pour l'ordinaire les Etoiles fixes paroiſſent ou diſparoiſſent dans un même inſtant, ſans augmenter ou diminuer de grandeur, comme font les Satellites de Jupiter, qui demandent pour l'ordinaire de plus longues Lunettes, avec une réduction quand elles ſont de differente longueur, des Obſervateurs plus exercés, & une même diſpoſition d'air de part & d'autre.

L'exactitude que l'on a trouvé dans la détermination



2.e Figure

des longitudes par cette methode, pourra engager les Astronomes à observer avec assiduité les Eclipses des Etoiles par la Lune, & à se les communiquer les uns aux autres pour en tirer cet usage, qui contribuëra à la perfection de la Geographie & de la Navigation.

EXPERIENCES PHYSIQUES

Sur la Refraction des balles de Mousquet dans l'eau, & sur la résistance de ce fluide.

PAR M. CARRÉ.

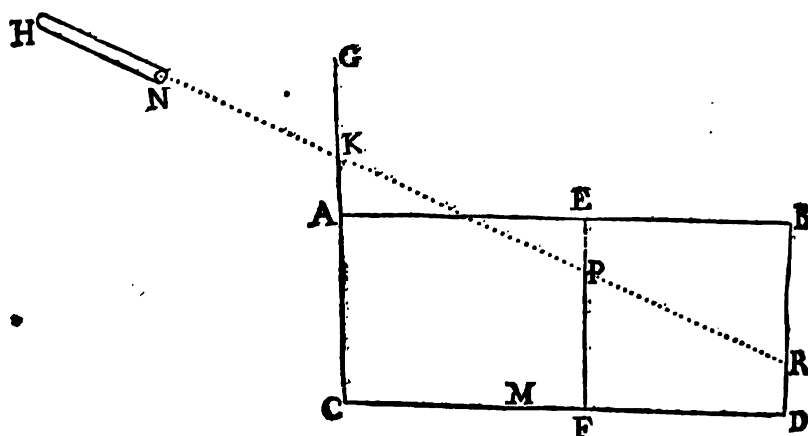
COmme il y a plusieurs personnes qui doutent si les balles de mousquet souffrent refraction, c'est à dire quelque changement dans la détermination de leur mouvement lorsqu'elles sont tirées obliquement dans l'eau, & que j'ay avancé ce fait comme certain dans un de mes Ecrits*, aprés quelques Auteurs; j'ay prié un de mes amis qui est depuis quelque tems à sa maison de campagne de tâcher de l'éclaircir & de le verifier, & voici les experiences qu'il en a faites, que j'ay extraites de differentes Lettres qu'il m'a écrites. 1705. 11. Juillet.

*Voïez l'Histoire de l'Academie de 1701.

« 1°. J'ay tiré avec un fusil chargé à balle, deux coups dans un bassin de pierre plein d'eau, de deux pieds & demi de diametre, & profond de 16 pouces, sous un angle de 20 degrés, & sous celui de 80; mais je n'ay pû m'appercevoir si les balles souffrent quelque changement dans la détermination de leur mouvement, parceque le grand effort de l'eau contre les parois du bassin où j'avois mis des ais, les a toûjours dérangez. Cet effort est si grand qu'ayant tiré trois coups de fusil dans des bennes pleines d'eau, elles ont été incontinent brisées, & c'étoit les cerceaux d'embas que l'eau faisoit casser. Pour m'assurer davantage si c'étoit le

» grand mouvement & l'effort de l'eau qui faisoient briser
» ces vaisseaux, & non-pas la balle en passant au travers;
» j'ay fait faire une caisse quarrée d'un pied de haut, & de
» six pouces d'épaisseur, dont les quatre ais qui faisoient la
» longueur, avoient chacun un pouce d'épaisseur, & les deux
» du bout en avoient chacun deux, afin d'y bien attacher
» les autres avec force cloux; je l'ay remplie d'eau par un
» petit trou, ensuite j'ay tiré mon coup qui a percé les ais
» fort exactement sans les briser, mais l'eau s'est tourmentée
» de telle maniere qu'elle a fait écarter ces ais les uns des
» autres & a brisé la caisse.

» 2°. Pour faire une experience plus exacte sur la Refra-
» ction d'une balle dans l'eau, n'ayant pas été satisfait de la
» premiere; j'ay fait remplir d'eau un bassin de pierre, dont
» la longueur interieure est de trois pieds trois pouces, sa
» largeur un pied huit pouces, & sa profondeur un pied un



» pouce, semblable à *ABCD*. J'ay fait attacher à son côté
» *BD* un ais pour recevoir les balles, un autre ais *EF* pré-
» cisément au milieu, & sur le fond *CD* encore un qui le
» couvroit entierement: tous ces ais étoient bien attachez,
» afin que les coups ne les ébranlassent point. J'ay élevé au-
» dessus du côté *CA* un carton *GA* perpendiculaire à l'ho-
» rizon: l'arquebuse *HN* étoit arrêtée fixe à huit pieds du

baſſin ; l'ayant tirée, la balle a percé le carton en *K*, & je «
l'ay trouvée applatie à peu prés comme une piece de dix «
ſols vers *M*. J'ay tiré un ſecond coup, & j'ay trouvé la «
balle diviſée en trois morceaux auſſi applatis, ſans avoir «
reconnu qu'ils aient frappé l'ais *EF*. J'ay tiré deux autres «
coups avec une plus forte charge de poudre, & je n'ay point «
trouvé de balles dans le fond du baſſin, ni contre les ais : «
ces balles avoient prés de quatre lignes de diametre, elles «
ſont faites exprés pour l'arquebuſe, & ne peuvent entrer «
dans le canon qu'en les pouſſant avec un baguette de fer, «
parcequ'elles ſont fort juſtes. «

3°. Avant de tenter de nouveau l'experience de la re- «
fraction, j'ay crû que j'en devois faire quelqu'autres pour »
m'éclaircir ſur cet applatiſſement des balles. Pour cet effet «
j'ay fait mettre dans un réſervoir de dix pieds en quarré «
deux ais paralleles entr'eux & à l'horizon, & à un pied de «
diſtance l'un de l'autre, celui de deſſus ne faiſant qu'un mê- «
me plan avec la ſurface de l'eau. J'ay tiré deux coups ſur cet «
ais ſous un angle de 30 degrés avec une égale charge de «
poudre : le premier avec l'arquebuſe dont je me ſuis déja «
ſervi, & dont le canon a 3 pieds 2 pouces 6 lignes de long, «
& la balle a 3 lignes $\frac{3}{4}$ de diametre : le ſecond avec un fu- «
ſil dont le canon a 3 pieds 10 pouces 3 lignes, & la balle 7 «
lignes de diametre. La groſſe balle a percé les deux ais, «
& par conſequent a traverſé toute l'étenduë de l'eau qui «
étoit entre deux, au lieu que la petite n'a percé que l'ais «
ſuperieur, & je l'ay trouvée applatie ſur l'ais inferieur ; ce «
qui m'a fait juger que le fuſil eſt plus propre pour faire l'ex- «
perience de la refraction que l'arquebuſe. «

4°. Voici ce que j'ay fait pour m'aſſurer s'il y a une Re- «
fraction : Je me ſuis ſervi du baſſin de pierre qui eſt décrit «
ci-deſſus, & préparé de la même maniere ; j'ay attaché «
mon fuſil ſur deux appuis fixes, dont l'un étoit à cinq & «
l'autre à ſept pieds de diſtance du baſſin ; je l'ay rendu fixe «
& immobile avec des cloux mis à côté, afin qu'il ne variât «
point, & qu'il pût demeurer dans ſa même ſituation aprés «
le coup. Il faiſoit avec l'horiſon ou avec la ſurface de l'eau «

» du bassin un angle de 20 degrés, & il étoit chargé du poids
» de 3 deniers 20 grains de poudre, avec une balle de 7 lignes
» de diametre qui pesoit 17 deniers 6 grains. L'ayant tiré, la
» balle aprés avoir percé le carton en *K*, l'ais *EF* en *P* a don-
» né au point *R* où je l'ay trouvé arrêtée. Ayant vuidé l'eau
» du bassin, j'ay fait mettre un fil sur le milieu de cette balle
» en *R*, que j'ay fait passer par le trou *P* & par le trou *K* en le
» conduisant jusqu'au centre de la bouche du canon du fusil,
» & il m'a parû que ce fil se trouvoit assez exactement au
» centre de ces trous.

» J'ay réïteré la même experience en retirant le fusil un
» peu à côté, afin que la balle ne donnât pas dans le même
» endroit. La balle a percé le carton à un demi pouce de
» *K*, l'ais *EF* à un demi pouce de *P*, & s'est aussi arrêtée à
» un demi pouce de *R*, ensorte qu'il n'y avoit pas une ligne
» à dire que les centres de ces deux balles ne fussent dans
» une même ligne parallele à l'horison. L'on peut conclure
» de cette experience que s'il y a une refraction elle n'est
» pas sensible.

» J'ay voulu encore essayer si la balle de 7 lignes de dia-
» metre s'applatiroit en augmentant la charge du fusil; j'y
» ay donc mis 7 deniers 6 grains de poudre, & j'ay trouvé
» la balle vers *M* applatie d'un côté: elle a un peu frappé
» l'ais *EF*, mais ce n'est point ce qui lui a causé son appla-
» tissement, puisque les balles percent trois ou quatre ais
» sans perdre beaucoup de leur sphericité.

» J'ay mis la même charge de poudre dans l'arquebuse,
» & j'ay trouvé la balle vers *M* divisée en deux parties, cha-
» cune inégalement applatie sans avoir touché l'ais *EF*. J'ay
» tiré un second coup n'ayant mis que la moitié de la char-
» ge de poudre, la balle n'a point atteint l'ais *EF*, & n'a per-
» du que peu de sa sphericité.

» 5°. Pour vous satisfaire entierement sur l'applatissement
» des balles, j'ay étendu un linge dans l'eau parallelement à
» l'horizon à deux pieds de profondeur, dans un bassin ou ré-
» servoir de 40 pieds de diametre & profond de six pieds, afin
» d'y recevoir les balles. Ayant mis dans mon fusil une plus

forte charge de poudre avec une balle de 7 lignes de dia- «
metre, je l'ay tirée contre ce linge, & elle y est restée appla- «
tie, mais tres-inégalement & d'une figure fort irreguliere ; «
& ayant chargé de nouveau le fusil d'un tiers de poudre de «
plus, la balle s'est divisée en plusieurs petits morceaux, «
dont j'en ay trouvé cinq sur le linge la plûpart de la grof- «
seur d'une lentille, mais differemment figurez. «

J'ay encore tiré une balle perpendiculairement à la sur- «
face de l'eau, elle s'est applatie assez regulierement, en- «
sorte qu'elle étoit presqu'aussi ronde & aussi plate qu'un «
quart-d'écu, au lieu que toutes celles qu'on tire avec in- «
clinaison s'applatissent irregulierement. «

Il est bon que je vous fasse remarquer qu'en tirant une «
balle dans l'eau, il s'en éleve une certaine quantité plus «
ou moins grande, & plus ou moins haut suivant la charge «
de poudre, c'est à dire que plus la charge est forte, plus il «
s'éleve d'eau au-dessus de sa superficie, & je l'ay vûë s'éle- «
ver jusqu'à 20 pieds de haut. «

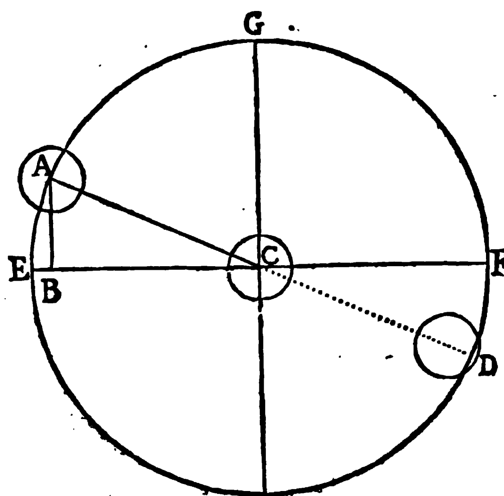
Il vous sera facile à present de juger de la cause de tous «
ces differens effets par ces diverses experiences. Surquoy «
il faut remarquer que 4 deniers de poudre ou environ «
poussent la balle de 7 lignes assez avant dans l'eau, sans «
qu'elle perde rien de sa sphericité ; qu'avec 8 deniers elle «
en perd la moitié, avec 12 elle la perd entierement, & «
avec 16 elle se divise en plusieurs parties. «

Reflexions sur ces Experiences.

Il y a deux choses à considerer dans ces experiences qui ont été faites avec beaucoup de soin & d'exactitude. La premiere est que les balles tirées sous un angle de 20 degrés, n'ont pas changé en passant dans l'eau la détermination de leur mouvement au moins d'une maniere sensible. La seconde que ces balles étant poussées par une forte charge de poudre, se sont applaties en entrant dans l'eau.

1°. Il semble d'abord suivant l'idée qu'on a de la résis-

tance des fluides, qu'une balle tirée dans l'eau sous un angle de 20 degrés, & même sous un beaucoup plus grand, devroit non-seulement changer de détermination, mais même qu'elle devroit rejaillir : car comme la quantité de matiere dans tous les corps est toûjours proportionnelle à leur poids, que les résistances des fluides sont en même raison que leurs densitez, & que la densité ou la pesanteur de l'eau est à celle de l'air comme 800 ou 850 est à 1, suivant quelques experiences, ou comme 1175 à 1, suivant celles qui ont été faites à l'Academie de Florence ; donc l'eau doit faire plus de 800 fois plus de résistance que l'air, & par consequent diminuer la vîtesse de la balle de la même quantité. Or il est aisé de faire voir, en suivant le raisonnement de M. Descartes & de plusieurs autres aprés lui, que si la balle à la rencontre de l'eau perdoit seulement la moitié de sa vîtesse, elle devroit rejaillir. Car soit décrit le cercle *EGD*, dont le diametre *EF* represente la séparation des surfaces de l'air & de l'eau : soit pris l'angle *ACE* de 20 degrés, & dont le sinus sera *AB*, donc *CB* sera le sinus de son complément. Ainsi la balle étant poussée de *A* en *C*, on regardera son mouvement composé du vertical *AB* & de l'horizontal *BC*. Or comme *CB* est beaucoup plus grande que la moitié de *CE*, donc si la balle perdoit la moitié de sa vîtesse à la rencontre de l'eau, elle devroit rejaillir. Mais l'experience y est contraire. Il faut donc faire voir qu'elle perd



si

si peu de son mouvement vertical, que non-seulement elle ne doit pas réjaillir, elle ne doit pas même changer de détermination d'une maniere sensible. Pour cela il faut prendre garde que c'est en entrant dans l'eau que la balle doit changer sa détermination, que son mouvement suivant *AC* étant composé du mouvement horizontal égal à *BC*, & du mouvement perpendiculaire *AB*, on ne doit faire attention qu'à ce mouvement vertical, puisque l'horizontal n'y est point opposé. 2°. Que cette balle ne trouve de la résistance plus d'un côté que d'un autre, que jusqu'à ce qu'elle soit enfoncée dans l'eau de la moitié de son volume : c'est-pourquoi si le volume d'eau dont elle occupe la place étoit égal en pesanteur à la moitié de cette balle, comme si c'étoit du plomb fondu, par exemple, dans lequel elle entrât, il est clair que cette balle perdroit à peu prés la moitié de sa vîtesse : mais parceque c'est de l'eau qui s'oppose à son mouvement, & que la pesanteur du plomb est à celle de l'eau environ comme 12 est à 1; donc si elle rencontroit un volume d'eau égal au sien, elle perdroit une douziéme partie de son mouvement, puisque, comme on vient de le dire, les résistances que font les corps fluides à être separés suivent les raisons de leurs densitez ou pesanteurs; mais comme il n'en faut considerer que la moitié, donc cette balle ne doit perdre qu'une vingt-quatriéme partie de son mouvement vertical, c'est à dire la vingt-quatriéme partie de *AB*, ce qui est peu de chose, donc ce changement de détermination ne doit pas être sensible. Que si l'on prétend que cette vingt-quatriéme partie est assez grande pour qu'on s'en apperçoive, l'on en rejettera la cause sur ce que la balle perce deux ais & un carton, ce qui peut causer quelque petit changement dans son mouvement. On pourroit peut-être encore considerer le mouvement de pesanteur de la balle qui tend à la mouvoir verticalement de haut en bas, & par consequent empêcher que son changement de détermination ne soit sensible : mais la grande vîtesse de cette balle & le peu d'espace qu'elle parcourt doivent le faire regarder comme nul. Il n'en est

pas de même des rayons lumineux, parceque dans leur passage de l'air dans l'eau ou dans les autres milieux transparens, il n'y a point de mouvement local, mais seulement des inégalitez de pression ou de résistance dans ces differens milieux, comme on l'a expliqué ailleurs. Ainsi cela n'empêche pas qu'on ne doive toûjours conclure que les rayons de lumiere passent plus facilement dans les milieux les plus denses, & que c'est par cette raison qu'ils approchent de la perpendiculaire.

Il faut remarquer neanmoins que si on tire une balle fort obliquement, ensorte que l'angle d'incidence ne soit que de quelques degrez; comme son mouvement horizontal est fort grand par rapport au vertical, elle peut rencontrer une si grande quantité de parties d'eau en même tems, qu'elles l'empêcheront d'entrer dedans, & l'obligeront par consequent de rejaillir. C'est ce qui arrive quand on fait ce que l'on appelle des ricochets.

La seconde chose qu'il faut considerer dans ces experiences, c'est l'applatissement des balles à la rencontre de l'eau, & il paroît d'abord surprenant qu'un corps fluide tel que l'eau qui cede assez facilement à sa division, puisse neanmoins faire la résistance d'un corps solide. Mais si l'on fait reflexion à la grande vîtesse de la balle, on verra qu'elle peut rencontrer une si grande quantité de parties d'eau en même tems, que leur résistance sera équivalente à celle d'un corps dur, & causera son applatissement. Quand on passe la main dans l'eau avec quelque vîtesse, on trouve une certaine résistance; que si on l'y passe deux fois plus vîte, on trouvera une résistance quadruple, parcequ'on rencontre deux fois plus de parties d'eau à mouvoir en même tems avec une vîtesse double; que si on l'y passe trois fois plus vîte, on trouvera une résistance neuf fois plus grande, ensorte que les résistances croissent en raison des quarrés des vîtesses; donc la vîtesse de la main pourroit être si grande, que la quantité de parties d'eau qu'elle rencontreroit dans un petit espace de tems, lui feroit une résistance égale à celle d'un corps dur. En effet, si on étend

la main parallelement à la surface de l'eau, & qu'on frappe avec force sur cette surface, on sent de la douleur; & je me souviens qu'un jour frappant fortement l'eau avec un bâton, il se cassa. Il est donc facile de connoître par ce raisonnement la cause de l'applatissement des balles de mousquet tirées dans l'eau; & ce qui le confirme, c'est que plus la charge du fusil est grande, plus ces balles s'applatissent; parce qu'ayant plus de vîtesse, elles rencontrent une plus grande quantité de parties d'eau en même tems. C'est de cette maniere que l'on peut expliquer comment un bout de chandelle dont on aura chargé un fusil, peut percer une planche assez épaisse.

COMPARAISON

Des observations du Barometre faites par le R. P. Sebastien Truchet avec les nôtres.

PAR M. MARALDI.

PArmi les observations du Barometre que le R. P. Sebastien rapporta dernierement à l'Academie, nous avons principalement consideré celles qu'il a faites à Clermont & sur le sommet du Mont-dor la plus élevée des montagnes d'Auvergne, dont nous avons déterminé la hauteur perpendiculaire sur la surface de la mer par les angles de la meridienne, & sur laquelle nous ne pûmes pas faire l'experience du Barometre, parcequ'elle étoit alors couverte de neiges. 1705. 5. Juillet.

Cette année 1705 le 8 Juin à 4 heures aprés midy le P. Sebastien observa sur le sommet du Mont-dor que le vif argent se tenoit suspendu dans le Barometre à la hauteur de 22 pouces 2 lignes. Le même jour à midy nous trouvâmes à l'Observatoire la hauteur du mercure de 27 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$, & à 7^h 24' du soir il étoit à 27 pouces 9 lignes $\frac{3}{4}$, n'ayant augmenté que d'un quart de ligne depuis midy.

Entre la hauteur du mercure obſervée au Mont-dor de 22 pouces 2 lignes, & celle de 27 pouces 9 lignes $\frac{3}{4}$ obſervée à Paris, il y a une difference de 5 pouces 7 lignes $\frac{3}{4}$, dont le mercure à l'Obſervatoire s'eſt tenu plus élevé que ſur le haut du Mont-dor. Nous avons tiré de nos experiences que le mercure au bord de la mer ſe tient ordinairement plus élevé qu'à l'Obſervatoire de 4 lignes & $\frac{5}{6}$. Donc ſur la montagne le mercure étoit plus bas de 5 pouces 11 lignes $\frac{2}{3}$ qu'il n'auroit été en même tems au bord de la mer.

Dans les Memoires de l'Academie de 1703, nous avons dit que la hauteur perpendiculaire du Mont-dor ſur la ſurface de la mer étoit de 1030 toiſes: mais M. Caſſini le fils par un calcul plus exact l'a trouvée depuis 14 toiſes plus haute; de ſorte que ſa hauteur perpendiculaire ſur la ſurface de la mer ſera de 1047 toiſes, auſquelles nous avons trouvé cy-deſſus qu'il répond une variation de 5 pouces 11 lignes $\frac{2}{3}$ dans la hauteur du mercure.

Par la progreſſion fondée ſur les experiences rapportées dans les Memoires de l'Academie de l'an 1703 à cette hauteur du Mont-dor, il devoit y avoir un abaiſſement de mercure de 5 pouces 7 lignes qui ſont 4 lignes de moins que par l'obſervation.

M. de la Hire nous a communiqué les obſervations du Barometre qu'il a faites les mêmes jours; & quoyque ſon Barometre & le nôtre ſoient dans le même plan de l'Obſervatoire, ces obſervations ſont quelquefois un peu differentes entr'elles, ſoit que cela vienne de ce qu'elles ont été faites à differentes heures du jour, ou de quelqu'autre cauſe.

Par l'obſervation de M. de la Hire faite le 8 Juin à 5 heures $\frac{1}{2}$ du matin, la hauteur du Barometre fut de 27 pouces 8 lignes $\frac{1}{3}$. Si on compare cette obſervation à celle du P. Sebaſtien de la même maniere que nous avons fait la nôtre, on trouvera par cette comparaiſon entre le niveau de la mer & le Mont dor une variation de 5 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$ dans la hauteur du Barometre, ce qui s'accorde à 3

lignes prés à ce que donne la progreſſion.

Le P. Sebaſtien a fait une autre obſervation du Barometre à Clermont prés du Convent des Minimes, qui eſt l'endroit de la Ville où M. Perier fit l'an 1641 ſon experience du Barometre, le même jour qu'il le tranſporta ſur le Puy de Domme pour trouver la variation du Barometre qui répond à ces deux hauteurs.

Le 10 Juin à 6ʰ du ſoir le P. Sebaſtien trouva à Clermont la hauteur du mercure de 26 pouces 6 lignes.

A Paris par les obſervations faites avant & aprés il étoit à la hauteur de 27 pouces 10 lignes.

Donc la difference du mercure entre Clermont & Paris étoit de 1 pouce 4 lignes.

Nous avons dit cy-deſſus qu'entre Paris & le niveau de la mer, il y a dans la hauteur du mercure une variation de 4 pouces $\frac{1}{6}$.

Donc entre Clermont & la ſurface de la mer, il y aura eu alors 1 pouce 8 lignes $\frac{1}{6}$.

Par les obſervations de M. Perier faites l'an 1641 entre le Convent des Minimes & le haut du Puy de Domme, il y eût dans la hauteur du mercure une variation de 3 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$.

Donc du niveau de la mer juſqu'au ſommet du Puy de Domme, il y auroit eu par ces differentes obſervations dans la hauteur du mercure une variation de 4 pouces 9 lignes $\frac{2}{3}$, qui répond à 810 toiſes de hauteur perpendiculaire du ſommet du Puy de Domme juſqu'au niveau de la mer. Par la progreſſion établie dans les Memoires il conviendroit à cette hauteur 55 lignes $\frac{1}{4}$ de variation du mercure, ce qui eſt different de 2 lignes ſeulement de l'obſervation.

Mais par l'obſervation de M. de la Hire faite le même jour 10 Juin, le Barometre étoit à la hauteur de 27 pouces 8 lignes; & faiſant les mêmes réductions & comparaiſons que dans l'obſervation précedente, il y aura entre le bord de la mer & le ſommet du Puy de Domme une variation de 55 $\frac{1}{3}$ dans la hauteur du mercure, comme on le tire de la progreſſion établie dans les Memoires.

OBSERVATIONS SUR LES TANGENTES.

PAR M. ROLLE.

1705. 5. Aoust. C'Est un préjugé de plusieurs Geometres, que la Tangente d'une Courbe est toûjours perpendiculaire à un des deux axes generateurs lorsque la soûtangente est égale à 0. Il est vrai qu'en cela ils ont tacitement supposé que les appliquées font toûjours des angles droits avec leur axe, & qu'ils ne reconnoissent point d'autres Tangentes que celles que j'ay nommées *Tangentes absoluës* dans le Journal du 13 Avril 1702. Mais avec ces conditions il ne seroit pas encore toûjours vrai de dire que la soûtangente étant 0, la Tangente soit perpendiculaire à l'axe. J'en ay donné des preuves pour les points les plus ordinaires des Courbes dans les Memoires de l'Academie de l'année 1703 page 137. Voici d'autres observations sur des points extraordinaires, où l'on verra que pour un exemple dans lequel l'axe & la Tangente font un angle droit, il y en a une infinité où cela n'arrive point.

Pour cela, soient proposées les Courbes que fournit l'égalité marquée *CC*.

$$CC \ldots\ y = \sqrt{ax} + \sqrt{by}.$$

Et que l'on veüille trouver les Tangentes de ces Courbes au point que déterminent $y = 0$ & $x = 0$. Alors il faudra faire évanoüir les signes radicaux suivant la methode dont je me sers, & ces signes ayant disparu, on aura la proposée sous la forme que l'on voit icy en *A*.

$$A \ldots\ aaxx - 2ayyx + y^4 = 0.$$
$$-2abyx - 2by^3$$
$$+bbyy.$$

Et faisant $x = z - c$ pour avoir la situation de la Tangente, on trouve la résultante *B*.

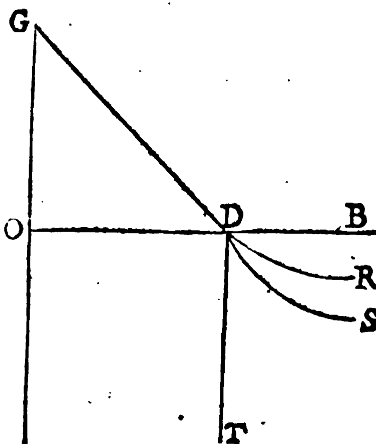
$$B \ldots\ aazz - 2ayyz + y^4 = 0.$$
$$- 2abyz - 2by^3$$
$$- 2aacz + bbyy$$
$$+ 2acyy$$
$$+ 2abcy$$
$$+ aacc.$$

Cela posé, si l'on prend s pour la soûtangente des y, & t pour la soûtangente des z, & que l'on cherche leurs valeurs dans l'égalité B par le moyen des Regles que j'ay données dans le Journal du 13 Avril 1702, on trouvera les formules qui sont marquées icy en M & en P.

$$M \ldots\ s = \frac{az}{b}.\ \text{ou}\ b : a :: z : s.$$

$$P \ldots\ t = \frac{by}{a}.\ \text{ou}\ b : a :: t : y.$$

Mais l'on a $y = 0$ pour le point où il faut mener la Tangente, & substituant cette valeur de y dans $\frac{by}{a}$ qui est la valeur d'une soûtangente, on trouve que cette soûtangente est 0. Ainsi il faudroit conclure, selon les préjugez, que la Tangente est perpendiculaire à l'axe. Ce qui est vrai lorsque $b = 0$, mais cela ne se trouve point veritable dans tous les autres cas.



Lorsque $b = 0$, la Courbe DS ou DR n'est que la parabole ordinaire, & dans ce cas la Tangente au point D, est DT perpendiculaire à l'axe DB.

Mais si b est réel, le rapport de l'appliquée à la soûtangente change toûjours à mesure que l'on fait varier le rapport de b à a. Cela est évident en M & en P, & il est évident aussi que cette varieté fournit une infinité de cas, où la Tangente au point D n'est ni parallele ni perpendiculaire aux axes. Ainsi pour un exemple qui

favorise les préjugez, il y a une infinité d'exemples qui les combatent.

Lorsque $a = b$, la soûtangente s ou GO est égale à l'appliquée OD, quelque varieté que l'on veüille supposer dans b réel, ou bien dans a; ce qui est manifeste dans la formule M. D'où il suit que dans tous ces changemens la Tangente fera toûjours un angle de 45 degrez avec chacun des axes, loin de leur être perpendiculaire ou parallele.

Je ne parle point de $a = 0$, parceque dans ce cas l'égalité proposée n'exprime aucune Courbe, ni des autres cas où a, b, x, y sont negatifs, parceque tous ces derniers cas rentrent dans les premiers.

Mais il est peut-être bon de faire icy une petite remarque dans l'Analogie qui est en P. C'est que y étant égal à 0, cette Analogie deviendroit $b : a :: t : 0$. Ainsi il sembleroit que le rapport de t à 0 seroit infini. D'où il faudroit conclure que la Tangente est parallele à un des axes, & par consequent perpendiculaire à l'autre axe. *Mais il* est facile de voir, 1°. Que t devient égal à 0 lorsque $y = 0$, & que les deux derniers termes de l'Analogie n'étant que des 0, leur rapport par cela seul ne seroit qu'un rapport indéterminé, comme je l'ay prouvé dans la Methode des Questions indéterminées que je donnay au public en l'année 1699, page 62.

2°. Ce rapport reçoit toute sa détermination quand on le compare au rapport de a & b, qui sont les deux premiers termes de l'Analogie; & comme leur rapport est toûjours fini dans tous les cas où b est réel, il faut conclure que le rapport de t à y est aussi toûjours fini lorsque b est réel, quoyque y soit anéanti.

On peut encore observer icy que cet exemple CC est celui que j'ay donné dans le Journal du 30 Juillet dernier; & comme je me suis servi dans ce Journal de la transposition generale des axes, on ne peut point mettre en doute la situation des Tangentes ni les consequences qui s'en déduisent pour la methode de *Maximis* & *Minimis*.

Dans

Dans ce Journal les axes proposez sont un angle de 45 degrez avec les nouveaux axes, & prenant z pour exprimer les abscisses d'un de ces nouveaux axes, on trouvera en y appliquant ce que j'ay dit dans le Journal du 13 Avril 1702, que la soûtangente est $\frac{az+bz}{b-a}$; de maniere que si l'on prend l pour l'expression de cette soûtangente, on aura l'Analogie marquée icy en *V*.

V.... $b-a : b+a :: z : l$.

D'où il est aisé de voir comment j'ay formé la Regle que j'ay donnée dans ce Journal pour l'effection geometrique de la Tangente.

Delà encore se peuvent confirmer les observations que j'ay données icy sur ce Problême. Par exemple, dans le cas où $b=a$, on trouve $l=\frac{2az}{0}$: ce qui montre que la Tangente est parallele à un des nouveaux axes, & par consequent perpendiculaire à l'autre. Et delà on peut voir aussi que dans ce même cas la Tangente fait un angle de 45 degrez avec chacun des premiers axes, ou des axes proposez, & dont la position est determinée à l'égard de la Courbe dans l'égalité proposée *CC*.

On trouve aussi en prenant $b=0$ que $l=-z$. Ce qui fait voir que dans le cas où l'égalité generatrice ne fournit qu'une Parabole, la Tangente est perpendiculaire à un des axes proposez, & qu'elle se confond avec l'axe réciproque. Mais que dans tous les autres cas la Tangente n'est ni perpendiculaire ni parallele aux axes proposez, c'est à dire aux axes determinez par l'égalité proposée $y=\sqrt{ax}+\sqrt{by}$ marquée *CC*.



REMARQUES

Sur quelques Experiences faites avec plusieurs Barometres, & sur la Lumiere que fait un de ceux dont on s'est servi en l'agitant verticalement.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1705. 12. Aoust. NOus avons deux Barometres à l'Observatoire, dont l'un a le tuyau de 1 ligne ½ de diametre interieur, & il a 36 pouces ½ de hauteur; & par consequent lorsque le mercure est à 28 pouces, il reste 8 pouces ½ de vuide. C'est celui dont nous nous servons ordinairement. L'autre a 2 lignes de diametre interieur, & de hauteur 32 pouces ¾, & par consequent il ne reste que 4 pouces ¾ au-dessus des 28 pouces. Ce Barometre est celui dont M. Picard se servoit, & qui a été le premier où l'on ait remarqué de la lumiere en l'agitant verticalement. Il en fait encore une tres-grande à son ordinaire: l'autre n'en faisoit point, quoyqu'il eût été rempli avec le même mercure que celui qui en fait; ce qui est tres-certain, car on y avoit regardé fort souvent. Cependant depuis quelques jours, l'ayant agité, nous avons vû qu'il en faisoit presqu'autant que l'autre.

Ce Barometre de M. Picard a été vuidé & rempli plusieurs fois sans aucunes précautions, pour nettoyer le mercure & le tuyau; cependant il fait toûjours la même lumiere qu'il faisoit d'abord. Mais nous avons observé que quoyque cette lumiere fût tres-vive, puisqu'on la voyoit le soir à la chandelle & au clair de la Lune, le tuyau y étant exposé: si pendant le jour on fermoit exactement une chambre, ensorte qu'il n'y fît point clair, & qu'un peu de tems aprés on y agitât le Barometre on ne lui voyoit point faire de lumiere, ce qui nous avoit d'abord fait croire qu'il ne faisoit point de lumiere pendant le jour:

mais voulant nous assûrer davantage de cette experience, nous restâmes dans la chambre où il ne faisoit point clair pendant plus d'un quart-d'heure ; & alors agitant le Barometre que nous avions mis pendant ce tems-là au Soleil, nous y vîmes la lumiere aussi grande qu'on la voit la nuit. Cette derniere experience détruisit la pensée que nous avions euë, & nous fit connoître qu'il falloit un tems considerable à la retine pour perdre l'ébranlement que lui cause la lumiere du Soleil.

La hauteur du mercure dans ces deux Barometres est toûjours differente de 3 lignes $\frac{1}{2}$, dont celui de M. Picard est plus haut. Nous en avons fait un autre depuis peu. Le mercure a été passé par un linge fin & bien net, & le tuyau qui a 3 lignes de diametre & 35 pouces de long a été bien nettoyé avec de l'esprit de vin, & ensuite bien seché avec des linges bien secs qu'on a passé dedans ; & aprés l'avoir rempli avec bien du soin pour n'y point laisser de bulles d'air sensibles, nous avons remarqué que le mercure s'y tenoit à 1 ligne $\frac{3}{4}$ plus bas que dans le Barometre de M. Picard, & plus haut que dans l'autre de la même quantité à tres-peu prés.

Mais en mettant ce Barometre en experience, nous avons remarqué qu'aprés avoir rempli le tuyau avec le mercure & en avoir fait sortir tout l'air, & avoir plongé dans le mercure le bout ouvert qu'on bouchoit avec le doigt, le tuyau étant d'abord fort incliné ; quand on l'élevoit & que le vuide commençoit à paroître au haut, on voyoit de petites bulles d'air presqu'imperceptibles, qui devenoient tout d'un coup grosses comme de petits pois, & qui entroient dans le vuide : les unes étant engagées entre le mercure & le tuyau, & les autres paroissant sortir du mercure, & faisant le même effet que s'il eût été boüillant. Nous remarquâmes aussi que ces bulles qui sortoient du mercure en élevant le tuyau lorsqu'elles étoient devenuës un peu grosses, en le baissant elles disparoissoient & sembloient rentrer dans le corps du mercure, car à l'endroit où elles disparoissoient on ne voyoit rien contre le

tuyau. Ce Barometre n'a point fait de lumiere en l'agitant.

Il ne faut pas douter que toutes ces bulles, tant celles qui ſont engagées entre le mercure & le tuyau, que celles qui paroiſſent ſortir du mercure, ne ſoient de petites particules d'air qui y ſont renfermées & engagées, & qui étant alors déchargées de toute la peſanteur de l'atmoſphere & de la hauteur du mercure qui les comprimoit dans le tuyau lorſque le bout ouvert étoit en haut, n'occupent un volume tres-grand par rapport à celui qu'elles occupoient auparavant; & il eſt certain que plus le tuyau ſera long pardeſſus 28 pouces & menu, & plus il y aura de ces bulles qui s'échaperont dans l'eſpace que le mercure quitte, puiſque tout le mercure qui occupoit cette place s'y eſt purgé d'air. C'eſt-pourquoy il paroîtroit qu'il faudroit prendre des tuyaux d'une longueur proportionnée aux endroits où l'on voudroit mettre les Barometres, & ne leur laiſſer qu'un pouce au-deſſus de la plus grande hauteur du mercure dans l'endroit où ils ſeroient, & qu'ils euſſent environ 3 lignes de diametre plutôt plus que moins, & que le mercure fût bien purgé d'air. Avec ces précautions je crois qu'on pourroit faire des Barometres juſtes autant qu'on les peut faire.

Nous ne doutons plus à preſent que le Barometre dont nous nous ſervons ordinairement, & dont le tuyau eſt menu & trop long au-deſſus de 28 pouces, n'ait eu beaucoup de ces particules d'air engagées dans le mercure, & entre le mercure & le verre, qui s'étant dégagées en le mettant en experience, n'ayent occupé une place conſiderable dans le haut du tuyau, & que c'eſt la veritable cauſe pourquoy le mercure y eſt plus bas que dans ceux qui ſont plus larges & plus courts, où ces mêmes bulles dilatées ne font pas un effet ſi ſenſible, par les raiſons qu'on vient de rapporter.

On doit remarquer que les circonſtances que l'on a crû neceſſaires pour rendre un Barometre lumineux, paroiſſent être détruites par ce que nous venons de dire.

DE LA HAUTEUR DU MERCURE DANS LES BAROMETRES.

PAR M. AMONTONS.

VOici une experience tres-considerable, en ce qu'elle nous met dans la necessité de faire repasser par l'examen toutes les observations du Barometre qui ont été faites jusqu'à ce jour. 1705. 14. Aoust.

On a crû jusqu'ici que la hauteur du mercure dans les Barometres étoit toûjours sensiblement la même dans un même lieu, & on a été bien éloigné de croire qu'avec des verres à peu prés semblables, emplis avec le même soin du même mercure, les hauteurs de ce mercure pussent differer entr'elles, dans le même endroit & dans le même tems, de dix-huit lignes ou environ. C'est cependant ce que la Compagnie va voir, aprés que j'aurai remarqué qu'une des principales raisons qui peut avoir empêché qu'on ne se soit encore apperçû de ce phénomene, vient de ce que la plûpart de ceux qui ont construit les Barometres, ont negligé mal à propos d'y mettre des graduations qui expriment veritablement les hauteurs du mercure, & qu'ils ont presque toûjours substitué à ces graduations veritables des graduations arbitraires, qui n'ont nul rapport aux hauteurs du mercure : ce qu'ils ont fait sans doute parcequ'ils ont bien senti la difficulté qu'il y a de rendre ces sortes d'instrumens uniformes, & que cela en augmenteroit le prix & en diminuëroit le debit. C'est ainsi que l'interêt est souvent un obstacle à la découverte de la verité.

On peut donc voir que ce n'est pas sans grande raison que j'ai rejetté de mes Barometres ces sortes de gradua-

tions arbitraires, parceque je suis bien persuadé qu'on ne peut se servir utilement des Barometres pour faire des observations exactes, s'ils ne sont gradués en parties qui expriment les pouces & les lignes des hauteurs du mercure dont ils sont chargés, & si d'ailleurs ils ne sont reglés sur un même Barometre qui en soit comme l'étalon & la regle, sans quoi il n'y a rien que d'incertain & qui ne conduise à l'erreur.

En cherchant la raison du phénomene que je rapporte, il est difficile de ne pas l'attribuer à l'inégalité des pores des differens verres, qui donnent passage plus ou moins aux petites parties de l'air, suivant qu'ils sont plus ou moins ouverts : ce qui me paroît d'autant plus vrai-semblable, que je suis assuré que les verres des deux tubes avec lesquels je vais faire cette experience sont differens en qualité.

Nous sommes redevables de cette découverte à Monseigneur le Chancelier. Il a un Barometre simple monté à la maniere d'Angleterre, c'est à dire, de ceux qui ont deux petites platines de cuivre sur lesquelles sont marquées les differentes dispositions qui peuvent arriver dans l'air, comme beau tems, changeant, pluïe, &c.

Monseigneur le Chancelier avoit pendant un tems considerable experimenté avec satisfaction ce que son Barometre lui indiquoit : mais enfin ce Barometre s'étant détraqué, il eut recours à M. Homberg qui le lui remit en état. Depuis ce tems les variations de ce Barometre se sont toûjours faites dans les parties basses des platines, c'est à dire aux endroits où elles n'indiquent que de la pluïe, des vents & de l'orage. Monseigneur le Chancelier ne remarquant rien de semblable dans la disposition de l'air, m'envoïa querir pour examiner son Barometre. La premiere chose que je fis, fut de voir, en l'inclinant, si le vuide étoit bien fait ; & aïant trouvé qu'il l'étoit autant bien qu'il le pouvoit être, & que d'ailleurs le mercure avoit toute la liberté du mouvement qu'on pouvoit demander, je répondis à Monseigneur le Chancelier que je n'y voïois

rien qui pût empêcher qu'il ne fît son effet. Il prit alors la peine de m'expliquer ce qu'il avoit remarqué, de la maniere que je viens de le dire; & je lui demandai la permission de faire emporter chez moi son Barometre pour l'examiner plus à loisir; ce qu'il m'accorda. Je mesurai aussi-tôt que je le pûs la hauteur du mercure; & ne l'aïant trouvé que de 26 pouces 6 lignes, tandis que trois autres verres qui étoient en experience, & dans lesquels le vuide n'étoit pas même si parfait, la donnoient de 28 pouces, je crus d'abord que cela pouvoit provenir du mercure, qui peut-être avoit une pesanteur extraordinaire: ce qui fit que je démontai sur le champ ce Barometre, & aïant avec son mercure même chargé un de mes tubes, il s'y arrêta à 28 pouces, comme dans les trois autres qui étoient en experience. Je chargeai aprés cela avec d'autre mercure le verre du Barometre, mais le mercure ne s'y arrêta toûjours qu'à 26 pouces 6 lignes; ce qui ne me laissa plus aucun lieu de douter, & je connus que cet effet n'etoit uniquement causé que par le verre. Je pris donc le parti de changer ce verre, & de remonter le Barometre avec un autre: ce qu'aïant fait, le mercure se soûtint dans ce nouveau verre 18 lignes plus haut que dans celui que j'en ôtois; de sorte que le jeu du Barometre qui se faisoit avant cela dans les parties basses des platines, se seroit fait au contraire dans les parties hautes, si je n'eusse rehaussé les platines d'environ 4 à 5 lignes; encore Monseigneur le Chancelier juge-t-il qu'elles le doivent être davantage: ce qui fait conjecturer que le verre que j'en ai ôté, n'est pas celui qui y étoit en premier lieu, dans lequel le vuide se faisoit apparemment à une hauteur moïenne de celle qu'on remarque dans ceux-ci.

Au reste ces remarques m'ont paru assez importantes pour en faire part à la Compagnie, afin que chacun puisse y avoir tel égard qu'il jugera à propos, & donner une autre explication de ce phenomene, si celle que j'ai rapportée n'est pas la veritable.

SUITE DES REMARQUES

Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

PAR M. AMONTONS.

1705. 19. Aoust. PAr l'inspection du verre du Barometre de Monseigneur le Chancelier, aïant jugé qu'il avoit été fourni par le sieur Deville Emailleur, je le fus trouver au sortir de l'Academie ; & le lui aïant demandé, il me dit que cela étoit vrai. Je lui en fis faire aussi-tôt quatre autres ; sçavoir, deux du même verre, & deux autres d'une autre sorte de verre ; & lorsque j'eus chargé les uns & les autres de mercure conjointement avec les deux dont je m'étois servi pour faire l'experience à l'Academie, le mercure s'arrêta dans tous à des hauteurs differentes.

La plus grande hauteur étoit de 28 pouces.

La seconde, d'une demi-ligne moins. C'étoit le verre de l'Academie où le mercure étoit resté le plus haut.

La troisiéme, d'une ligne $\frac{1}{2}$ moins.

La quatriéme, de 7 lignes moins.

La cinquiéme, de 7 lignes $\frac{1}{2}$ moins.

La sixiéme, de 10 lignes moins. C'étoit le verre où le mercure à l'Academie s'étoit arrêté le plus bas.

Si bien que la difference de la seconde hauteur que j'avois trouvée le matin de 18 lignes, & l'aprés-midi à l'Academie de 19 lignes & plus, ne se trouva à 8 heures & demie du soir, que de 9 lignes.

Je laissai tous ces verres en experience ; & le lendemain je trouvai encore ces mêmes hauteurs. Mais cette grande difference de 18 lignes, que je ne trouvois plus que de 9 lignes, m'embarrassoit. Je jugeai que n'étant point arrivé autre chose, que je sçache, au mercure, que d'avoir été bien manié, peut-être que la crasse & l'humidité des mains auroient rebouché en partie les pores de ce verre. Je le déchargeai donc de mercure pour le bien laver par dehors,

dehors & le dégraisser, autant que je le pourrois, avec de l'esprit de vin : mais aprés l'avoir fait & avoir rechargé ce verre de son mercure, je trouvai cette difference encore diminuée d'une ligne & demie, ce qui me fit résoudre de n'y plus toucher. Je l'ai laissé en experience jusqu'au jourd'hui, & il n'a varié que comme tous les autres, c'est à dire qu'il est baissé d'environ deux ou trois lignes.

Comme tout ceci est fort bizarre; pour tâcher d'apporter quelque lumiere dans une chose où il y en a si peu, sauf l'avis de la Compagnie, le mien seroit de choisir dans une multitude de verres, ceux qui chargés de mercure donneroient des hauteurs sensiblement differentes les unes des autres, & de les appliquer tous sur une même graduation ou, ce qui est la même chose, sur un même plan vertical, au bas duquel il y auroit une espece d'auge commune pleine de mercure, dans lequel ils tremperoient tous. Au dessus de cette auge, à commencer de la surface du mercure, il y auroit des lignes paralleles tracées de pouce en pouce jusqu'à 29 ou 30 : les 4 ou 5 derniers seroient subdivisés de ligne en ligne par d'autres paralleles.

Il conviendroit encore ajoûter à tous ces verres un autre verre de pareille longueur, mais uniforme d'un bout à l'autre, scellé hermetiquement par ses deux extrémités, & dans lequel il y auroit environ 28 pouces de mercure; le surplus vuide d'air grossier.

Ce tube serviroit à faire connoître l'effet de la chaleur sur le mercure, & toutes les fois que le mercure dans les autres verres n'auroit eu qu'un mouvement égal à celui-ci, on n'y auroit point d'égard, comme n'étant pas un effet du poids de l'atmosphere. Un semblable tube, pour bien faire, devroit desormais accompagner tous les Barometres simples dont on voudra se servir.

Toute cette machine construite, comme je viens de dire, devroit être observée exactement pendant un tems considerable; & on pourroit s'assurer par-là,

1°. Si les variations arrivent dans tous les verres dans le même tems.

2°. Si elles ſont égales dans tous, ou ſi elles ne ſont pas plutôt proportionnelles aux hauteurs du mercure dont chaque verre eſt chargé ; à quoi il y a beaucoup de vrai-ſemblance, s'il eſt vrai que les pores du verre donnent paſſage aux parties d'air qui ſont aſſez petites pour cela.

SUITE DES REMARQUES

Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

PAR M. AMONTONS.

1705. 22. Aouſt. MOnſieur Homberg nous aïant appris qu'il avoit lavé avec de l'eſprit de vin le tube du Barometre de Monſeigneur le Chancelier, cela fit ſoupçonner à quelques-uns que peut-être c'étoit ce qui étoit cauſe que dans ce tube le mercure s'y étoit ſoûtenu plus bas que dans les autres : ce que je jugeai d'autant plus vrai-ſemblable, qu'il me ſouvint que lorſque j'examinai pour la premiere fois ce Barometre, le petit reflet de lumiere que la courbure du haut du mercure a coûtume de faire, me parut plus obſcure qu'à l'ordinaire ; cela étant cauſé, comme je le juge preſentement, par quelque peu d'eſprit de vin reſté dans ce tube.

Ce qui m'empêcha de m'en appercevoir alors, ce fut,

1°. Que le mercure me parut fort net tout le long du verre, ſans petites bulles d'air, telles qu'elles ont coûtume de ſe former lorſque le tube n'eſt pas bien ſec.

2°. Parce qu'aïant incliné, comme je l'ai déja dit, ce Barometre ; je trouvai le vuide autant bien fait qu'il a accoûtumé de l'être dans les verres les mieux chargés.

De plus, cette grande difference que j'avois d'abord trouvée dans la hauteur du mercure de ce Barometre, d'avec celle de mes autres verres, & qui diminuoit toûjours à meſure que je déchargeois & rechargeois ce tube, me ſembloit une confirmation du fait, en ce que cet effet

pouvoit n'être qu'une suite de la dissipation de ce peu d'esprit de vin.

Enfin pour m'éclaircir & pour satisfaire à ce qui avoit été résolu, je lavai avec de l'esprit de vin ce tube par dedans, en le frotant assez fort avec un peu de cotton attaché au bout d'un fil de leton: puis l'aïant mis en égoût pendant une nuit entiere (ce qui me parut suffisant, vû la grande facilité avec laquelle on sçait que l'esprit de vin s'évapore) je le chargeai de mercure conjointement avec l'autre tube dans lequel le mercure s'étoit toûjours tenu fort haut, que je ne nettoïai point, quoiqu'il parût fort sale. Aprés cela je trouvai effectivement entre les hauteurs de mercure de ces deux verres les 19 lignes de difference que j'avois trouvées à l'Academie, & le petit rebord de mercure obscurci.

Quoique par-là le fait paroisse suffisamment éclairci; la difficulté d'en expliquer la cause subsiste neanmoins toûjours toute entiere. Car enfin il ne paroît aucunement que cet esprit de vin se réduise en air, comme on le pourroit croire; puisque cet air devroit avoir une force de ressort égale à 19 lignes de mercure, & que le verre étant mis dans une situation horizontale, cet air y occuperoit encore prés de cinq lignes, au lieu qu'on n'y apperçoit déja plus rien, & que le tube fait encore avec l'horizon un angle de 45 degrés ou environ.

D'ailleurs les tubes neufs où le mercure s'étoit tenu 6 à 7 lignes plus bas dans les uns que dans les autres, & dont la difference diminuë pareillement à mesure que je les décharge & recharge de mercure, sans qu'on y puisse soupçonner d'y avoir jamais eu d'esprit de vin, donne lieu de croire que l'esprit de vin n'occasionne une moindre hauteur de mercure, qu'en ce qu'il rend le verre plus net & empêche que le mercure ne fasse une crasse dans l'interieur du tube, qui peut-être bouche en partie les pores du verre. Mais pourquoi cette crasse dans les Barometres qu'il y a long-tems qui sont montez, ne continuë-t-elle pas de boucher tout à fait ces pores? C'est dequoi il n'est pas aisé de rendre raison.

Il est vrai que cette obstruction des pores du verre ne paroît se faire qu'à mesure qu'on décharge & recharge les verres de leur mercure: & peut-être n'a-t-on point encore déchargé & rechargé de la sorte un même verre assez de fois pour s'en être apperçû.

Quoiqu'il en soit, il paroît toûjours difficile d'expliquer le phénomene en question, qu'en supposant qu'il passe une plus grande quantité des plus petites parties de l'air à travers les verres dont les pores sont plus ouverts & moins embarrassés, comme je l'ai déja dit dans mes premieres remarques, & qu'on trouveroit peut-être des differences beaucoup plus considerables, si l'on se servoit de tubes faits d'autre matiere que de verre.

Au reste ce n'est que du tems & de l'experience que nous devons attendre un plus grand éclaircissement là-dessus.

ETABLISSEMENT DE QUELQUES NOUVEAUX GENRES DE PLANTES.

PAR M. TOURNEFORT.

1705. 22. Aoust. TOut le monde convient que rien n'a plus contribué à la perfection de la Botanique, que l'établissement exact des genres des Plantes, sous lesquels on a rangé les especes qui sont de même caractere. Dans cette vûë je suis persuadé qu'on ne sçauroit mieux faire que de profiter des occasions qui se presentent pour observer la structure des parties essentielles des Plantes dont le genre n'est pas encore connu. C'est par ce seul moyen que l'on peut achever de débroüiller une science qui étoit restée dans une étrange confusion faute d'un secours si necessaire. Voici quelques genres nouveaux dont les Auteurs de Botanique n'ont pas encore déterminé le caractere.

MORSUS RANÆ.

C'eſt un genre de Plante qui produit deux ſortes de fleurs : Des noüées *A*, & d'autres qui ne ſont pas noüées *B*. Les unes & les autres ſont en roſe composées ordinairement de trois feüilles diſpoſées autour du même centre. Le calice *C* des fleurs noüées devient un fruit *D* oblong, partagé le plus ſouvent en ſix loges *E* remplies de ſemences aſſez menuës *F*.

Je ne connois qu'une eſpece de ce genre.

Morſus Ranæ foliis circinatis, floribus albis. *Nymphæa minor ſive Morſus Ranæ J B*. 3. 773. *Nymphæa alba, minima C B Pin*. 193.

MENISPERMUM.

C'eſt un genre de Plante à fleur en roſe *A*, compoſée de pluſieurs feüilles *B*, *C* diſpoſées autour du même centre. Le piſtile *D* eſt à trois pieces, dont chacune *E* devient une baye *F*, qui renferme ordinairement une ſemence plate *G* échancrée en croiſſant.

Je ne connois qu'une eſpece de ce genre.

Meniſpermum Canadenſe, ſcandens umbilicato folio. *Clematitis hederacea perennis, Virginiana, umbilicato folio, papposo flore H R Par. Clematis Hederæ folio H R Bleſ. Mor.*

CHRYSANTHEMOIDES.

C'eſt un genre de Plante à fleurs radiées *AB*, dont le diſque *C* eſt compoſé de pluſieurs fleurons *D*. La couronne *E* eſt à demi fleurons *F*, qui portent chacun ſur un embryon *G* de graine. Le calice *H* eſt ordinairement ſimple & fendu juſqu'à ſa baſe. Lorſque la fleur eſt paſſée, les embryons deviennent autant de coques *I*, qui ont toute l'apparence d'une baye ; mais elles ſe durciſſent dans la ſuite, & renferment un noyau *K*.

Les eſpeces de ce genre ſont :

Chryſanthemoides Oſteoſpermum, Africanum, odora-

tum, ſpinoſum & viſcoſum Hort. Amſtel. tom. 1. 85. *Chryſanthemum Africanum, fruteſcens, ſpinoſum Flor. Noriberg.* 105.

Chryſanthemoides Africanum, Populi albæ foliis. *Chryſanthemum arboreſcens, Æthiopicum, foliis Populi albæ Breyn. Cent.* 1. 155.

CHAMÆBUXUS.

C'eſt un genre de Plante à fleur irreguliere *AB*, qui a toute l'apparence d'une fleur legumineuſe: cependant elle n'eſt composée que de trois feüilles, dont les deux ſuperieures *CD* ſont relevées & repreſentent l'étendard. L'inferieùre *E* eſt creuſée en goutiere terminée par une eſpece de cuillieron *F*. Le piſtile *G* qui eſt renfermé dans cette goutiere devient un fruit *H* plat, aſſez rond, tout ſemblable à celui de la *Polygala*: car il eſt partagé en deux loges dans ſa longueur, leſquelles s'ouvrent ſur les bords *IK*, & renferment des graines oblongues *L*.

Je ne connois qu'une eſpece de ce genre.

Chamæbuxus flore Coluteæ flaveſcente C B. Pin. 471. *Anonymos flore Coluteæ Cluſ. Hiſt.* 105.

Chamæbuxus flore Coluteæ ex purpura rubeſcente C B. Pin. 471. *Varieté de la précédente.*

CAMPHORATA.

C'eſt un genre de Plante à fleurs à étamines *A*, qui ſortent du fond d'un calice *B* ou tuyau évaſé, & découpé quelquefois en trois parties *B*, quelquefois en cinq *C*. Le piſtile *D* devient une graine *E* envelopée dans une eſpece de capſule *F*, qui n'eſt autre choſe que le calice dont les pointes ſe ſont réünies *GH*, & laiſſent voir une petite échancrure.

Je ne connois qu'une eſpece de ce genre.

Camphorata hirſuta C B. Pin. 486.

FICOIDES.

C'eſt un genre de Plante dont les fleurs *AB* ſont des

cloches évásées, découpées ordinairement fort menu, & percées dans le fond *C* par où elles s'articulent avec le pistile *D*. Lorsque les fleurs sont passées, le pistile & le calice *E* deviennent tous les deux ensemble un fruit *FG* divisé en plusieurs loges *HI* remplies de semences *K*.

Les especes de ce genre sont :

1. Ficoides Africana, folio Plantaginis undulato, micis argenteis asperso.
2. Ficoides Africana, acaulos, latissimis, crassis & lucidis, foliis conjugatis, flore aureo amplissimo.
3. Ficoides Africana erecta, Ocimastri folio, micis argenteis asperso, flore roseo magno.
4. Ficoides Africana, erecta, ramosa, Tripolii folio, flore aureo magno. *Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, major, flore flavo, folio plano, latiori. H. L. Bat. Chrysanthemum aizooides Africanum primum seu latifolium Breyn. Cent.* 1. 160.
5. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, folio angustiori *H. L.* Bat.
6. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, minor, multicaulis, flore intus rubente extus incarnato *H. L.* Bat.
7. Ficoides Africana, folio ensiformi, dilute virenti, flore aureo, brevi pediculo insidente. *Ficoides seu Ficus humilis, folio triangulari lucido, obtuso, flore aureo, magno Flor. Noriberg.*
8. Ficoides Africana, folio ensiformi, obscure virenti, flore longo pediculo insidente.
9. Ficoides Africana, folio ensiformi varie inciso, aureo flore pediculo insidente.
10. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, procumbens, folio triangulari ensiformi *H. L.* Bat.
11. Ficoides seu Ficus aizoides Africana, triangulari folio longissimo, fructu multicapsulari, flore luteo major *H. L.* Bat. *Chrysanthemum aizooides Africanum secundum seu teretifolium Breyn. Cent.* 1. 161.
12. Ficoides Africana, folio triangulari, longissimo, flore aureo. *Chrysanthemum aizooides, Africanum, triangulari*

folio, flore aureo Breyn. Cent. 1. 163.

13. Ficoides Africana, folio triangulari longiſſimo, flore purpureo. *Chryſanthemum aizooides, Africanum, triangulari folio, flore purpureo Breyn. Cent.* 1. 164.

14. Ficoides Africana, folio triangulari, longiſſimo, flore carneo. *Chryſanthemum aizooides, Africanum, triangulari folio, flore carneo Breyn. Cent.* 1. 164.

15. Ficoides ſeu Ficus aizooides, Africana, major, procumbens, triangulari folio, fructu maximo eduli *HL* Bat.

16. Ficoides Africana, folio longo, triangulari, incurvo, caule purpureo.

17. Ficoides Africana, folio triangulari, recurvo, floribus umbellatis, obſoleti coloris, externè purpureis.

18. Ficoides Africana, folio triangulari, flore flaveſcente.

19. Ficoides Africana, folio triangulari, lanceolato & aculeato.

20. Ficoides Africana, folio triangulari, incurvo & dentato.

21. Ficoides Africana, folio triangulari, obtuſo, *in geminos aculeos abeunte*, flore aureo.

22. Ficoides Africana, folio triangulari, apice rubro, caule purpuraſcente.

23. Ficoides ſeu Ficus aizoides Africana, minor erecta, triangulari folio viridi, flore intus aureo, foris purpureo *HL* Bat.

24. Ficoides ſeu Ficus aizoides, Africana, minor, erecta, folio triangulari, glauco, flore luteo *HL* Bat.

25. Ficoides Africana, fruteſcens, perfoliata, folio triangulari, glauco punctato, cortice lignoſo, tenui, candido.

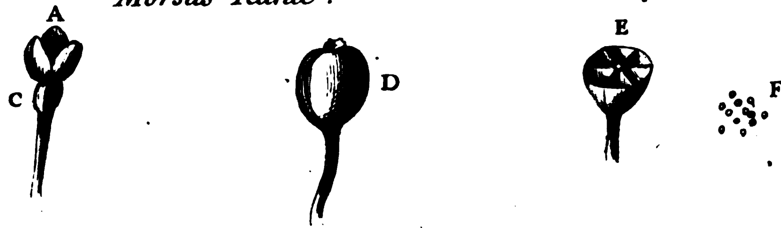
26. Ficoides Africana, erecta, folio triangulari, glauco, punctis obſcurioribus notato.

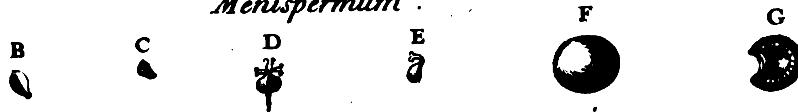
27. Ficoides Africana, humilis, folio triangulari, glauco, bullato, flore luteo.

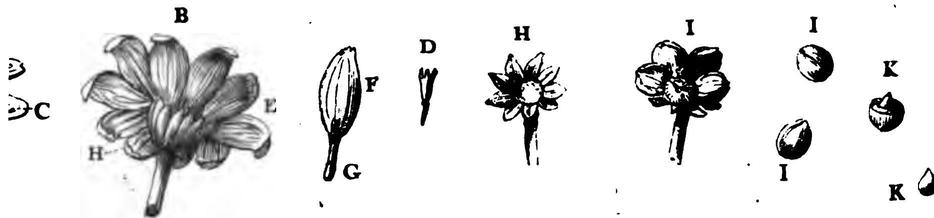
28. Ficoides Africana, humilis, folio triangulari, glauco, dorſo aculeato, flore luteo.

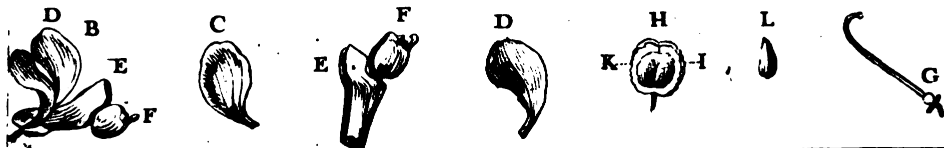
29. Ficoides Africana, erecta, ramoſa, folio triangulari glauco & brevi, flore carneo.

30. Ficoides

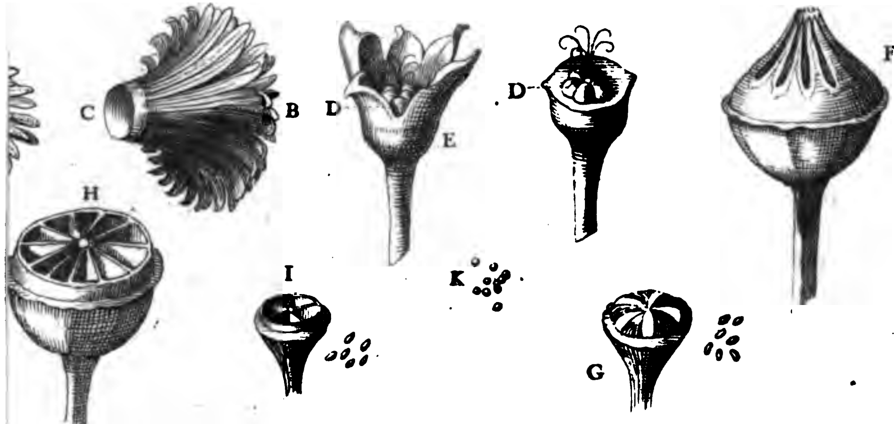

Morsus Ranæ.
A
C
D
E
F

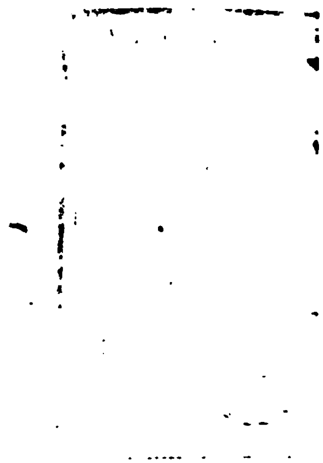

Menispermum.
B
C
D
E
F
G


Chrysanthemoides.
B
C
E
H
F
G
D
H
I
I
I
K
K

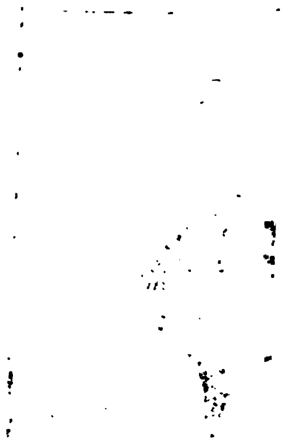

Chamæbuxus.
D
B
E
F
C
F
E
D
H
K
I
L
G

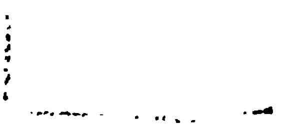

Camphorata.
A
C
D
E
F
G
H


Ficoides.
C
B
D
E
D
F
H
I
K
G









30. Ficoides Africana, humifusa, folio triangulari, longiori, glauco, flore flavescente.

31. Ficoides nostras, Kali folio, flore albo. *Kali Crassulæ minoris foliis CB. Pin.* 289. *Kali floridum, repens, aizoides, Neapolitanum Col. part.* 72.

32. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, folio tereti, procumbens, flore purpureo *HL* Bat.

33. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, folio tereti, procumbens, flore coccineo *HL* Bat.

34. Ficoides Africana, folio tereti, in villos radiatos abeunte. *Ficoides Africana, erecta, teretifolia, nonnihil glauca, summitatibus foliorum spinosis, spinulis in stellam dispositis Flor. Noriberg.*

35. Ficoides Africana, aculeis longissimis & foliatis, nascentibus ex foliorum alis.

36. Ficoides Africana, repens & læte virens, flore purpureo.

EXPERIENCES
SUR LES
TUYAUX CAPILLAIRES.

PAR M. CARRÉ.

LA plûpart des Auteurs modernes qui ont parlé de la pesanteur & du ressort de l'air, n'ont pas manqué d'examiner les experiences qui se font par le moyen des tuyaux Capillaires, & de chercher à rendre raison pourquoy l'eau y monte fort au-dessus de son niveau, & cela à proportion que le diametre du tuyau Capillaire est petit. Les sentimens sont partagez là-dessus. Les uns veulent que l'eau monte dans ces tuyaux par l'inégalité de pression de l'air sur l'eau environnante & dans le tuyau: Les autres, parceque l'air enfermé dans le tuyau n'a pas la liberté de se mouvoir & d'agir par toute la force de son ressort sur

1705. 22. Aoust.

l'eau qui monte dedans : Les autres enfin disent que cela arrive, parceque l'eau moüillant les parois interieures du tuyau, elle y adhere & y est en partie soûtenuë (sans neanmoins expliquer la cause de cette adherence) de sorte que les colomnes laterales de l'eau qui environne le tuyau ayant plus de force ou de pesanteur relative, obligent celles-ci de monter. Comme en matiere de Physique c'est à l'experience à regler la justesse des raisonnemens, j'ay crû que cela meritoit bien d'être examiné, sur tout à cause du grand nombre d'Auteurs celebres qui en ont parlé, & voici les experiences que j'ay faites, la plûpart avec M. Geoffroy.

1. Nous avons pris trois tuyaux Capillaires, dont le plus gros avoit $\frac{1}{3}$ de ligne de diametre, le second avoit $\frac{1}{6}$ de ligne, & le plus petit en avoit $\frac{1}{10}$. On les a plongez dans l'eau afin de les bien moüiller en l'y faisant passer tout au travers ; puis les mettant dans une situation verticale, l'eau a monté par dessus son niveau de dix lignes dans le premier, d'un pouce & demi dans le second, & de deux pouces & demi dans le plus petit.

L'on a pris ensuite ces trois tuyaux, on a bouché un de leurs bouts avec un petit morceau de cire, & les ayant attachez l'un aprés l'autre à un des bassins de balances tres-justes, laissant tremper le bout ouvert dans l'eau d'un vaisseau qui étoit au-dessous, étant ainsi disposez on les a mis dans un parfait équilibre. Ce morceau de cire qui bouchoit l'ouverture superieure de ces tuyaux, étoit mis afin d'empêcher que l'eau n'entrât dans ces tuyaux. L'on a ôté ce petit morceau de cire, que l'on a mis dans le bassin de la balance où le tuyau étoit suspendu, afin de ne rien changer à l'équilibre, & aussi-tôt l'eau a monté dans ces tuyaux à la hauteur que l'on vient de marquer. Le raisonnement que j'avois fait avant l'experience, est que si l'eau monte dans ces tuyaux par l'inégalité de pression de l'air, l'équilibre doit demeurer le même ; mais si c'est parceque l'eau moüille & adhere aux parois des tuyaux, alors c'est un petit poids qui est ajoûté au tuyau, & ainsi l'équilibre doit se

rompre. Voici ce qui eſt arrivé. L'eau en montant dans le petit tuyau, n'a rien changé à l'équilibre, mais il s'eſt rompu en montant dans le moyen, & encore plus ſenſiblement dans le gros tuyau, de ſorte que la balance a penché du côté du tuyau. Il ſemble d'abord aprés le raiſonnement qu'on avoit fait, que la cauſe de l'élevation de l'eau dans les tuyaux, venoit de ſon adheſion aux parois interieures, & que la queſtion étoit décidée : mais faiſant reflexion que lorſqu'un des bouts eſt bouché avec de la cire, on doit regarder le tuyau & l'air qui eſt dedans comme un ſeul corps, dont le volume eſt plus leger que celui de l'eau dont il occupe la place, & qu'ainſi il doit demeurer dans un certain équilibre ; mais que venant à déboucher ce tuyau, l'air ayant la liberté d'en ſortir, & l'eau d'y entrer, on ne doit plus conſiderer que la propre matiere du tuyau, dont le volume eſt plus peſant qu'un égal volume d'eau, & ainſi cette ſeule cauſe doit rompre l'équilibre. Ces experiences ne peuvent donc rien apprendre de la veritable raiſon pourquoy l'eau monte dans ces tuyaux.

2. L'on a pris le plus gros tuyau, c'eſt à dire celui qui a $\frac{2}{3}$ de ligne de diametre : on l'a plongé d'abord dans de l'eſprit de vin, la liqueur y a monté de trois lignes & demie au-deſſus de ſon niveau ; & l'y ayant plongé une ſeconde fois, elle a monté de quatre lignes.

Ayant plongé ce même tuyau dans l'eau commune, elle a monté de 5 lignes $\frac{1}{4}$: la ſeconde fois elle a monté de 7 lignes $\frac{2}{4}$; & l'ayant plongé une troiſiéme fois, l'eau y a monté de 10 lignes.

L'on a plongé ce tuyau dans de l'eſprit de therebentine : cette liqueur a monté de 4 lignes au-deſſus de ſon niveau.

L'on a plongé ce même tuyau abreuvé de l'eſprit de therebentine, aprés même avoir fait paſſer de l'eſprit de vin au travers afin de le nettoyer, dans de l'eſprit de vin : cette liqueur n'a pas monté juſqu'au niveau de celle du vaiſſeau ; mais on s'eſt apperçû que cela venoit de ce qu'il étoit reſté une petite goutte de liqueur adherente aux parois du tuyau. Hh ij

L'on a plongé ce tuyau dans de l'huile de tartre par défaillance, elle y a monté à la hauteur de 5 lignes & un peu plus : On l'y a plongé une seconde fois, elle a monté de 6 lignes.

On l'a plongé dans de l'esprit de nitre, qui a monté de 4 lignes.

On l'a plongé dans l'huile d'olive, elle a monté de 5 lignes. Ce tuyau avoit 12 pouces & demi de long.

L'on en a pris un autre de même diametre & de 9 pouces ½ de long; l'ayant plongé dans l'eau commune, elle a monté comme dans l'autre de 10 lignes au-dessus de son niveau. Et l'ayant plongé dans l'esprit de vin, il a monté de 4 lignes. D'où l'on peut voir que la longueur differente des tuyaux ne change rien dans l'élevation des liqueurs.

L'on a plongé ce tuyau dans le mercure, & il n'y a pas monté jusqu'au niveau. En ayant plongé un de plus petit diametre, le mercure n'y a point monté du tout.

L'on a encore pris un tuyau de 15 pouces de long & de ⅙ de ligne de diametre; on l'a plongé dans l'esprit de vin, qui a monté dedans prés de 12 lignes.

On l'a plongé dans l'eau commune, elle a monté de deux pouces 5 lignes.

L'on a pris un autre tuyau de 5 pouces de long & de même diametre; étant plongé dans l'esprit de vin, la liqueur a aussi monté prés de 12 lignes, & étant plongé dans l'eau commune, elle a monté de 2 pouces 3 lignes & demie.

L'on a pris un petit bout de tuyau Capillaire que l'on a plongé dans l'eau, elle a monté jusqu'au haut & s'y est arrêtée.

L'on voit que dans toutes ces experiences, c'est toûjours l'eau commune qui a monté plus haut. Mais il ne paroît pas qu'on en puisse tirer aucun éclaircissement pour la raison que l'on cherche : car comme les liqueurs spiritueuses sont plus legeres que l'eau, il semble que si leur élevation au-dessus du niveau venoit de l'inégalité de pression de l'air, ces liqueurs devroient monter plus haut que l'eau, ce qui n'arrive pas. De plus comme elles sont beaucoup

plus ſubtiles, il paroît qu'elles doivent moüiller plus facilement les parois des tuyaux, & par conſequent y adherer davantage, ce qui devroit auſſi les faire monter plus haut.

Ce ſont-là les experiences qui ont été faites chez M. Geoffroy; mais en voici d'autres que j'ay faites depuis.

3. J'ay pris un tuyau Capillaire que j'ay plongé dans un vaiſſeau plein d'eau, elle s'y eſt élevée trois ou quatre pouces au-deſſus de ſon niveau. J'ay ſuſpendu & arrêté le tuyau Capillaire dans cette ſituation, & ay mis le tout ſous un balon de la Machine pneumatique. Et voici comme je raiſonnois avant que de faire l'experience : Si c'eſt l'inégalité de preſſion de l'air qui eſt la cauſe de l'élevation de l'eau dans ce tuyau Capillaire, lorſqu'on aura pompé l'air du balon, cette eau doit deſcendre & ſe remettre au niveau de celle qui l'environne; ſi c'eſt par adheſion, il ne doit arriver aucun changement. Mais l'experience a été contraire à ce raiſonnement; car aprés que l'air a été pompé, l'eau bien loin de deſcendre, s'eſt encore élevée dans le tuyau Capillaire de plus d'une ligne. La raiſon en eſt claire; car comme l'eau eſt remplie de beaucoup de parties d'air, ſon reſſort n'étant plus bandé par la preſſion de l'air ſuperieur, il ſe dilate & augmente le volume de l'eau. Pour m'aſſurer davantage de cette augmentation de volume, j'ay mis le tuyau Capillaire dans un autre tuyau de demi-pouce de diametre que j'avois rempli d'eau, dont j'avois marqué la hauteur avec de l'ancre, & aprés avoir pompé l'air, l'eau s'eſt un peu élevée au-deſſus de la marque. D'où l'on peut conclure qu'il y a aſſez de parties d'air dans l'eau, pour qu'elle ſoit ſuſceptible de quelque condenſation.

4. Enfin voici les dernieres experiences qui décident la queſtion, & paroiſſent ne plus laiſſer aucun doute que c'eſt par la ſeule adheſion aux parois des tuyaux que les liqueurs montent au-deſſus de leur niveau, enſorte que les autres cauſes que les differens Auteurs en ont apportées, n'y contribuënt en rien. J'ay fait couler une goutte de ſuif dans un tuyau Capillaire, & l'ay fait fondre juſqu'à ce que la

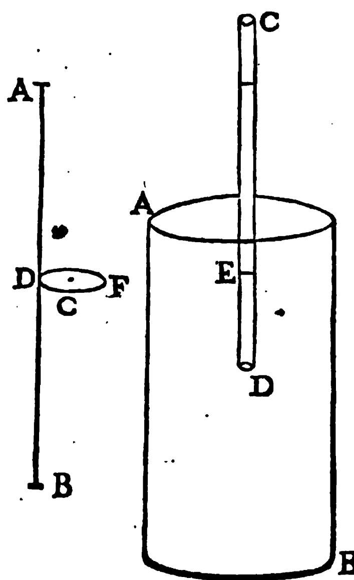
couche de ce suif le long des parois interieures fût tres-mince, de crainte qu'elle ne bouchât le tuyau : Je l'ay plongé dans l'eau, elle y a monté à la même hauteur, c'est à dire, que l'eau du dedans du tuyau n'étoit pas plus élevée que celle qui l'environnoit. Cette seule experience fait bien voir que l'inégalité de pression de l'air n'est pas réelle. En effet, comment concevoir cette inégalité ? L'ouverture de ces tuyaux étant tres-grande par rapport aux pores au travers desquels l'air peut s'insinuer avec beaucoup de facilité, & faire les mêmes effets que s'il étoit en liberté : ce que l'on peut prouver, 1°. Par l'experience du Barometre simple, dont on a bouché un des bouts avec de la vessie de porc ; car aprés avoir fait le vuide à l'ordinaire, & que la pression de l'air environnant tient le mercure suspendu à 27 ou 28 pouces plus ou moins selon les differentes condensations ou rarefactions de l'air, si l'on vient à faire un petit trou avec la pointe d'une aiguille, dont le diametre est beaucoup plus petit que celui des tuyaux Capillaires que l'on a employez dans ces experiences, aussitôt l'air s'insinuë dans le tuyau & fait descendre le mercure. 2°. Par ce qu'il m'arriva un jour en faisant des experiences sur le vif-argent ; c'est qu'aprés avoir fait le vuide, le mercure ne laissoit pas de descendre ; & en cherchant la cause, je m'apperçûs qu'il y avoit une petite felûre au tuyau dont je me servois : je colay dessus deux bandes de parchemin le plus exactement que je pûs, je reïteray l'experience, & le mercure descendoit encore, mais à la verité plus lentement ; ce qui fait bien voir l'extrême subtilité de l'air qui peut s'insinuer par les plus petites ouvertures, & y communiquer son action.

Ce qui confirme l'adhesion de l'eau aux parois des tuyaux, c'est que si l'on ne fait fondre du suif que dans une partie du tuyau moindre que la profondeur de l'eau où on le plonge, l'eau monte alors dans ce tuyau au-dessus de son niveau ; & si l'on ne fait fondre du suif que d'un côté du tuyau, on voit l'eau du côté du suif se mettre de niveau, & de l'autre côté où elle moüille le verre, elle s'éleve au-

dessus du niveau. Enfin si on laisse couler une goutte d'eau le long de la surface exterieure du tuyau, lorsque cette goutte sera arrivée à son extremité, bien loin de tomber, elle entre dedans le tuyau : mais si ce tuyau est enduit de suif, elle n'y entre point du tout. Il est donc évident par ces dernieres experiences que l'eau ne monte dans les tuyaux Capillaires, & s'eleve au-dessus de son niveau, que parceque moüillant les parois du tuyau, elle y est en partie soûtenuë en y adherant ; de sorte que les colomnes laterales de l'eau qui environne le tuyau ayant plus de pesanteur, ou appuyant davantage sur le fond du vaisseau, obligent celles qui répondent à l'ouverture du tuyau de s'élever plus haut.

Pour bien entendre comment les colomnes laterales de l'eau ont plus de force que celles qui touchent & sont appliquées immediatement aux parois interieures des tuyaux Capillaires, on va démontrer cette proposition.

Si un corps quelconque s'appuïe par une de ses extrémitez aux inégalitez d'un autre corps vertical, soit en s'y appliquant par un contact immediat, soit en entrant par son extrémité dans ces inégalitez, & qu'il soit soûtenu par une puissance appliquée à la partie opposée ; je dis que la puissance sera au poids ou à l'effort qu'il fait pour descendre, comme la distance du centre de pesanteur de ce corps au point d'appui, est à la distance de la puissance au même point d'appui.



Soit *AB* une surface verticale, & soit un corps quelconque *ED* dont une des extrémitez est appuïée ou soûtenuë au point *D* de cette surface, & qui a pour centre de pesanteur le point *C* ; il est évident que si une puissance le soûtient au point *F*, elle n'en portera pas tout le poids, puisqu'on le suppose soûtenu

en *D*; mais je dis que cette puiſſance a un même rapport à l'effort que fait le corps *FD* pour deſcendre, que la diſtance *DC* eſt à la diſtance *FD*. Car on peut imaginer ce corps comme ſuſpendu ou ſoûtenu au milieu d'un levier horizontal *FD* par deux puiſſances appliquées en *F* & en *D*. Or par les loix de l'Equilibre la puiſſance *F* eſt au poids du corps *FD*, comme *CD* eſt à *FD*; donc, &c.

Il eſt facile d'appliquer ce raiſonnement aux tuyaux Capillaires: car ſoit le vaiſſeau *AB* rempli d'eau, dans lequel on ait plongé le tuyau Capillaire *CD*: ſoit diviſée par la penſée cette eau en colomnes compoſées de petites particules d'eau miſes les unes ſur les autres comme *E*: il eſt clair que l'eau étant entrée dans ce tuyau, toutes les parties qui toucheront immediatement ſes parois ſeront en partie ſoûtenuës. Or par les loix de l'Equilibre des liqueurs, l'eau doit ſe mettre de niveau ſi rien ne l'en empêche, parceque toutes les colomnes ſont également peſantes, ou preſſent également le fond du vaiſſeau: mais celles qui touchent les parois interieures du tuyau ſont en partie ſoûtenuës, donc elles n'agiſſent pas ſur le fond du vaiſſeau avec toute leur force, donc les colomnes laterales doivent les faire monter, & cela juſqu'à ce qu'elles récompenſent en hauteur ce qu'elles perdent de force par leur adheſion, & qu'il ſe faſſe de nouveau Equilibre.

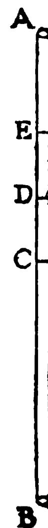
Il paroît par cette explication que les liqueurs moüillant auſſi les ſurfaces exterieures des tuyaux, devroient de même s'élever à une hauteur conſiderable, ce qui eſt contraire à l'experience: mais il faut prendre garde qu'au dedans des tuyaux, les parties de ces liqueurs ſe ſoûtiennent les unes les autres & contribuënt à leur élevation, ce qui n'arrive pas au dehors. Auſſi voit-on dans les tuyaux fort larges que l'eau s'éleve fort peu.

Il eſt évident que plus le diametre des tuyaux Capillaires eſt petit, plus l'eau y doit monter haut: car la force de l'adheſion eſt meſurée par la ſurface interieure des tuyaux, & la réſiſtance eſt meſurée par le poids des colomnes d'eau qui y ſont contenuës; mais les colomnes de même

même hauteur sont en raison doublée du diametre de ces tuyaux, & les surfaces sont seulement en raison de ces diametres; donc la surface d'un grand tuyau est moindre par raport à la quantité d'eau qu'il contient, que la surface du petit par raport à sa quantité d'eau, donc la force de l'adhesion est moindre dans le grand que dans le petit; donc, &c.

Il est encore évident que dans les tuyaux égaux également ou inégalement inclinez, l'eau doit toûjours monter à la même hauteur, quoiqu'en plus grande quantité que lorsqu'ils sont verticaux: car dans les tuyaux inclinez le moment de l'eau qui presse ne se mesure pas par toute la longueur du tuyau, ou par le poids absolu de toute la colomne d'eau du tuyau, mais par sa hauteur verticale, parcequ'elle ne sera poussée que par le poids de la colomne d'eau laterale qui presse librement.

Voici encore quelques experiences sur cette même matiere, & qui servent à confirmer ces raisonnemens.



Soit le tuyau Capillaire *AB* dont le dedans soit fort sec, si l'on fait seulement toucher le bout *B* à la surface de l'eau, elle y monte jusqu'en *C*; mais si on le moüille en faisant passer l'eau au travers, elle montera plus haut jusqu'en *D*: que si on enfonce ce tuyau dans l'eau, elle montera encore plus haut comme en *E*. Si l'on retire ce tuyau hors de l'eau, celle qui est dedans descend peu à peu, & il se forme une petite goutte d'eau en *B*, ce qui arrive lorsque la hauteur *BE* est fort grande; car si elle ne l'est pas trop, l'eau demeure suspenduë sans sortir. Si maintenant l'on vient à faire toucher l'eau qui est en *B* à une goutte d'eau posée sur un plan, on verra l'eau du tuyau descendre de *E* en *D*, qui est l'endroit même où elle se tenoit élevée lorsqu'on faisoit toucher le bout *B* à la surface de l'eau: Au contraire, si l'eau n'étoit élevée que jusqu'à *C*, & qu'on fît toucher le bout *B* à la même goutte d'eau posée sur le plan, on verroit l'eau monter jusqu'en *D*.

La raison de ces effets dépend des mêmes loix de l'Equilibre: car lorsque la goutte qui est en *B* en touche une autre, elle s'y unit par un contact immediat; & alors si

l'eau est en *E*, comme elle est trop élevée, elle s'abaisse, parceque tout doit se mettre en équilibre ; & si elle est fort basse comme en *C*, elle s'éleve par la même raison.

Il s'agit maintenant d'expliquer pourquoy il y a des corps qui peuvent être moüillez plus facilement par des liqueurs que d'autres ; pourquoy differentes liqueurs peuvent moüiller differens corps ; pourquoy enfin certaines liqueurs se mêlent ensemble, & d'autres ne peuvent se mêler, mais se separent toûjours.

Pour cela je pose ce principe* comme constant. 1°. Que l'union & la dureté des corps ne viennent que d'une compression du fluide environnant : car sans admettre dans les parties des corps homogenes une espece de *gluten*, comme quelques-uns le prétendent, nom qui n'est pas plus clair & n'explique pas mieux l'union de quelques corps, que celui de *sympathie* qui unit ces parties les unes aux autres, on doit rapporter en bonne Physique toute l'action & la force des corps à leur mouvement. 2°. Que cette union ou cette dureté est d'autant plus grande que les parties de ces corps se joignent par plus de surface, & laissent entr'elles moins du fluide qui résiste à l'action de celui qui presse exterieurement ; de sorte que si la résistance est égale à la compression, ces parties ne s'unissent point ; si au contraire le fluide interieur résiste davantage que l'exterieur, ces parties s'écartent ; & si l'exterieur a plus de force, ces parties s'unissent, & cela d'autant plus que leurs surfaces sont plus polies dans chaque endroit où elles s'unissent ; de sorte que si elles étoient tellement polies, & qu'elles pussent s'ajuster si immediatement les unes aux autres qu'elles ne laissassent aucun intervalle entr'elles, & par consequent aucun passage au fluide environnant ; alors elles seroient comprimées de toute la force de ce fluide, & c'est en quoy consiste la plus grande dureté des corps. C'est ainsi qu'on peut bien expliquer l'union de deux corps polis comme de deux morceaux de verre, de deux marbres, &c. ou l'union de deux hemispheres creux de cuivre, dont on a pompé l'air enfermé dedans, & qui

** Ce principe a été si bien prouvé par l'Auteur de la Recherche de la Verité, & aprés lui par feu M. Bernoulli, que je ne croy pas qu'il y ait aucun de ceux qui entendent les veritables principes de Physique qui puisse le nier.*

résistent tellement à leur desunion, qu'il faut un grand nombre de chevaux pour les separer.

Il est aisé d'appliquer ceci aux liqueurs qui moüillent certains corps, & qui n'en peuvent moüiller d'autres; car lorsque les parties des liqueurs ont le tissu de leur petite surface tel, qu'elles peuvent s'appliquer plus immediatement sur la surface des corps qu'elles touchent en laissant peu de fluide entr'elles & la surface de ce corps; alors elles y adherent, & y sont comme colées & soûtenuës par la pression du fluide environnant, & c'est par cette raison que les gouttes d'eau suspenduës aux feüilles des arbres, dont quelques-unes sont fort polies, ou à d'autres corps ne tombent pas. L'on peut aussi par ce même principe rendre raison pourquoy les parties d'une même liqueur s'unissent, & pourquoy celles de quelques liqueurs differentes ne s'unissent point: car les parties d'une même liqueur étant homogenes, c'est à dire, qu'ayant leurs surfaces à peu prés semblables, venant à se rencontrer, elles s'approchent plus prés les unes des autres, & laissant entr'elles moins de ce fluide qui résiste à l'action du fluide exterieur, elles s'unissent plus immediatement: Au contraire les parties de differentes liqueurs étant heterogenes, c'est à dire, que leur figure étant differente, elles laissent toûjours entr'elles beaucoup de ce fluide qui empêche qu'elles ne s'unissent: Ainsi ayant mêlé de l'huile & de l'eau ensemble en les battant quelque tems, comme toutes les parties des liqueurs ont chacune un mouvement séparément les unes des autres en haut en bas, à droit à gauche & dans toutes les directions possibles, ce qui constituë leur fluidité; une partie d'huile venant à rencontrer une partie d'eau, elles ne peuvent s'unir & se joindre assez à cause de leur figure & de l'arrangement de leurs parties, ce qui est cause qu'elles glissent l'une auprés de l'autre sans s'arrêter; mais une partie d'huile venant à rencontrer une partie d'huile, comme leur surface est semblable, elles s'approchent de plus prés & s'unissent, à cause du peu de résistance qui s'oppose à l'action du fluide environnant.

Qu'on ne dise pas que cette explication tend à détruire la fluidité des liqueurs ; car quoiqu'une partie soit assez unie à une autre pour être élevée ou soûtenuë à cause de son peu de pesanteur, elle ne l'est cependant pas assez pour résister au choq de quelqu'autre partie qui vient la frapper, ou à l'action de la matiere subtile qui peut encore s'insinuer entre deux.

Il sera facile en suivant ce raisonnement d'expliquer cette experience qui me paroît fort curieuse. Si l'on mêle du vin & de l'huile ensemble le plus qu'on pourra, & qu'on veüille les separer ; on prendra deux bandes de papier gris dont on se sert pour les filtrations, on les trempera séparément l'une dans du vin, & l'autre dans l'huile, & plongeant un de leurs bouts dans ces liqueurs mêlées ensemble, l'autre bout le plus long passant pardessus le bord du vaisseau qui les contient, on verra l'huile sortir par le papier qui en est imbibé, & le vin par l'autre. La raison en est évidente : car une partie de vin allant frapper contre une partie d'huile, comme par sa figure elle ne peut pas s'en approcher assez prés pour chasser le fluide qui est entre deux, au lieu de s'y unir, elle en est repoussée ; mais au contraire une partie de vin allant rencontrer une partie de vin, elle s'en approche assez prés pour chasser ce fluide, & celui qui les environne les comprimant, elles restent unies & montent à la maniere ordinaire.

Lorsqu'on mêle un plus grand nombre de liqueurs ensemble, la séparation s'en fait moins exactement, & il paroît en faisant l'experience, que c'est l'eau qui se dégage le mieux des autres liqueurs où elle est mêlée. Ce qui pourra servir à expliquer la grande facilité qu'a l'urine à se séparer du sang en passant au travers des glandes des reins, comme on le va voir.

L'on pourroit peut-être expliquer par ce principe les differentes filtrations du corps, c'est à dire comment les parties differentes dont le sang est composé peuvent se séparer au travers des glandes des differens visceres qui les

filtrent : car les autres explications qu'on en donne souffrent de grandes difficultez. Il y en a deux parmi plusieurs qui paroissent les plus vrai-semblables : La premiere est que toutes les parties du sang sont homogenes, mais que les pores des glandes étant differens, ce sont comme autant de moules qui leur donnent la figure propre à composer la liqueur qui y est contenuë, ou dans les réservoirs où elle est déposée. Or l'on ne voit pas bien comment le chyle qui doit être composé de toutes les differentes parties des alimens dont on use, peut se changer de maniere, que toutes ses parties & par consequent celles du sang deviennent homogenes. De plus, comment concevoir l'action de ces moules sur des liqueurs qui restent toûjours fluides ? La seconde explication est de ceux qui croïent qu'il y a dans le sang des parties de matiere de toutes sortes de figures, ce qui paroît tres-vrai ; mais que les pores des glandes étant differemment figurez, ne laissent passer que les parties qui leur conviennent, c'est à dire, que si un pore est prismatique ou pyramidal, il n'admettra que des parties prismatiques ou pyramidales. Ce sentiment auroit quelque vrai-semblance, si les parties du sang étoient également grosses ; mais comme certainement il y en a de plus petites les unes que les autres, on ne voit pas pourquoy une partie de figure cubique, par exemple, qui sera beaucoup plus petite que le pore prismatique, n'y passera pas, & ainsi des autres. Mais si l'on suppose que les glandes sont imbibées dés le commencement de la formation du corps, de la liqueur qu'elles doivent filtrer (ce qui s'accorde assez avec le sentiment * que l'on a maintenant sur la generation, qui est que les petits corps organisez ont été formez dés l'instant de la creation, contenus tous & pour ainsi dire *emboëtez* les uns dans les autres, & qu'il ne se fait maintenant qu'un dévelopement & accroissement de parties; accroissement insensible mais tres-réel dans les uns, & accroissement sensible dans les autres, & qui sont ceux qui doivent vivre indépendamment du corps dans lequel ils sont renfermez) alors il sera facile par le principe qu'on

* *Voyez la Recherche de la Verité, Liv. 1. c. 6.*

a posé, d'expliquer comment les parties heterogenes du sang se sépareront, & composeront les differentes liqueurs dont les réservoirs du corps sont remplis. Car une des parties de la bile, par exemple, allant frapper contre une des parties qui doit composer quelqu'autre humeur, ne s'y joindra pas à cause de la differente tissure de leur surface; mais par une raison contraire elle s'unira à une autre partie de bile, & iront remplir le réservoir qui la contient. C'est ainsi qu'on pourra encore expliquer la nourriture & l'accroissement des plantes differentes quoique plantées dans un même terrain, dans cette supposition qu'il y a dans la terre des parties de toutes sortes de figures, dont les unes sont propres pour la nourriture d'une plante, & les autres pour la nourriture d'une autre.

SUPPLEMENT DE TRIGONOMETRIE,

CONTENANT

Deux Theoremes generaux sur les Tangentes & les Secantes des angles multiples.

PAR M. DE LAGNY.

1705. 26. Aoust.

ARchimede dans son Livre de la Mesure du Cercle, a donné la premiere idée de supputer le rapport des cordes des arcs de cercle en raison sous-double; & il y a beaucoup plus d'art qu'il n'en paroît d'abord dans le choix de certains nombres rationaux & approchans, qu'il substitue aux nombres exacts, mais irrationaux, dont le calcul & l'usage n'ont été connus que plusieurs siecles aprés lui.

Ptolomée dans son Almageste a poussé cette matiere beaucoup plus loin, par le moyen de la fameuse proprieté

du quadrilatere inſcrit dans le cercle, dont le rectangle ſous les diametres eſt égal à la ſomme des deux rectangles ſous les côtez oppoſez. C'eſt de ce principe auſſi fécond dans la Trigonometrie, que la 47. p. 1. l'eſt dans la Geometrie ordinaire, que la plûpart des Geometres des derniers ſiecles ont tiré leurs nouvelles découvertes ſur le calcul des cordes & des ſinus.

Viete eſt le premier qui ait donné une methode exacte & generale pour trouver la ſuite des cordes des arcs multiples. C'eſt dans ſes Theoremes ſur les Sections des angles. Mrs Ougtred & Wallis ont travaillé ſur la même matiere; & depuis peu Mrs Bernoulli & Herman ont auſſi donné de nouvelles methodes preſque toutes tirées du même principe. Mais aucun Auteur, que je ſçache, n'a traité des Tangentes ni des Secantes des angles multiples: ils ſe ſont contentez, ſans paſſer plus avant, de donner la methode de trouver la Tangente & la Secante d'un arc, qui eſt la ſomme ou la difference de deux arcs dont les Tangentes & les Secantes ſont données, & celle de trouver les Tangentes & les Secantes des arcs doubles & ſous-doubles: ce qui n'eſt qu'un cas particulier & le plus ſimple de la methode generale, qui doit comprendre les angles triples, quadruples, quintuples, &c. & les ſous-triples, ſous-quadruples, ſous-quintuples, &c. à l'infini.

Il y a apparence que ce qui a empêché de s'appliquer à cette recherche, outre la longueur & la difficulté du calcul, c'eſt que connoiſſant le rapport du rayon au ſinus d'un arc donné, on peut facilement trouver la Tangente & la Secante du même arc; & ainſi ayant une methode generale pour les cordes & les ſinus des arcs multiples, il ſemble d'abord que celle des Tangentes & des Secantes n'en doit être qu'un corollaire. Mais il y a une difference infinie entre trouver de cette maniere la Tangente ou la Secante d'un arc en particulier, & trouver le rapport general des Tangentes & des Secantes à l'infini: & ſi l'on cherchoit ce rapport par celui des ſinus, on tomberoit neceſſairement dans des formules d'incommenſurables qui n'au-

roient rien ni d'élegant ni de pratiquable. On auroit dû au contraire, suivant la remarque de M. de Fermat dans sa Dissertation sur la rectification des lignes courbes, commencer par la recherche des Tangentes; parceque les proprietez en sont toûjours beaucoup plus simples que celles des lignes inscrites. Enfin la formule seule & particuliere qu'on a trouvée pour les Tangentes & les Secantes des arcs doubles & sous-doubles, & les manieres differentes dont les plus grands Geometres du dernier siecle se sont appliquez à la démontrer à l'occasion de la fausse quadrature du cercle de Longomontanus, tout cela, dis-je, fait voir ordinairement que la methode des cordes n'a rien de commun avec celle des Tangentes & des Secantes. En effet, celles-ci sont entierement indépendantes du cercle & de ses proprietez; & je n'y considere précisément que le triangle rectiligne & rectangle: elles different essentiellement & dans le fonds & pour la forme: l'expression & la démonstration de ces dernieres sont incomparablement plus simples, & l'on peut dire que la Trigonometrie étoit tres-imparfaite sans ces deux Theoremes; & ce que M. Descartes a dit de sa methode des Tangentes par rapport à la Geometrie, je puis l'appliquer à ces Theoremes par rapport à la Trigonometrie, que *c'est la chose la plus utile & la plus generale non-seulement que je sçache, mais même que j'aye jamais desiré sçavoir sur cette matiere.*

THEOREME GENERAL

Sur les Tangentes des angles multiples.

Soit le rayon a & la Tangente de l'angle $x = b$.
On demande la Tangente de l'angle cx.

REGLE.

1°. Elevez le binome $a + b$ à la puissance c.

2°. Prenez pour dénominateur le premier, le troisiéme, le cinquiéme, &c. termes impairs, & pour numerateur le second,

ſecond, le quatriéme, le ſixiéme, &c. termes pairs de cette puiſſance multipliez par a.

3°. Marquez alternativement des ſignes $+$ & $-$ les termes du numerateur & du dénominateur, c'eſt à dire le ſecond de l'un & de l'autre du ſigne $-$, le troiſiéme du $+$, le quatriéme du ſigne $-$, & ainſi de ſuite : vous aurez la Tangente cherchée de l'angle cx.

Remarquez que lorſque c eſt impair, on peut abreger l'expreſſion en diviſant les termes du dénominateur, au lieu de multiplier ceux du numerateur par a.

EXEMPLE I.

Connoiſſant le rayon a & la Tangente b d'un angle donné, on demande la Tangente de l'angle double.

1°. J'éleve $a+b$ à la ſeconde puiſſance, c'eſt $aa+2ab+bb$.

2°. Je prends pour dénominateur le premier & le troiſiéme terme de cette puiſſance, le dernier avec le ſigne $-$, & pour numerateur le ſecond terme multiplié par a; ce qui me donne pour la Tangente cherchée cette fraction $\frac{2aab}{aa-bb}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

EXEMPLE II.

Les mêmes choſes étant ſuppoſées, on demande la Tangente de l'angle triple.

1°. La troiſiéme puiſſance d'$a+b$ eſt $a^3+3aab+3abb+b^3$.

2°. Je prends pour dénominateur le premier & le troiſiéme termes de cette puiſſance, le dernier avec le ſigne $-$, & pour numerateur le ſecond & le quatriéme termes, le dernier auſſi avec le ſigne $-$ multipliez par a: ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{3a^3b-ab^3}{a^3-3abb}$, ou plus ſimplement $\frac{3aab-b^3}{aa-3bb}$ en diviſant les termes du dénominateur, au lieu de multiplier ceux du numerateur par a.

EXEMPLE III.

Pour la Tangente de l'angle quadruple.

La quatriéme puissance d'$a + b$ est $a^4 + 4a^3b + 6aabb + 4ab^3 + b^4$: ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{4a^4b - 4aab^3}{a^4 - 6aabb + b^4}$.

EXEMPLE IV.

Pour la Tangente de l'angle quintuple.

La cinquiéme puissance d'$a + b$ est $a^5 + 5a^4b + 10a^3bb + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$: ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{5a^5b - 10a^3b^3 + ab^5}{a^5 - 10a^3bb + 5ab^4}$, ou plus simplement $\frac{5a^4b - 10aab^3 + b^5}{a^4 - 10aabb + 5b^4}$, & ainsi des autres.

THEOREME GENERAL

Sur les Secantes des angles multiples.

Soit le rayon a la Tangente b, & la Secante c de l'angle x. On demande la Secante de l'angle dx.

1°. Prenez le même dénominateur que pour la Tangente par le Theoreme précédent, & pour numerateur prenez c^d lorsque d est impair, & ac^d lorqu'il est pair.

Ainsi la Secante de l'angle double sera $\frac{ac^2}{aa - bb}$.

Celle de l'angle triple sera $= \frac{c^3}{aa - 3bb}$.

Celle de l'angle quadruple sera $= \frac{ac^4}{a^4 - 6aabb + b^4}$.

Celle de l'angle quintuple sera $= \frac{c^5}{a^4 - 10a^2b^2 + 5b^4}$.

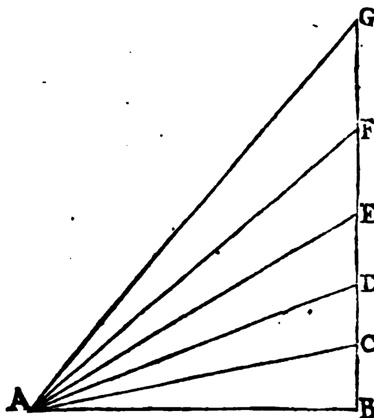
Et ainsi des autres.

DEMONSTRATION

De ces deux Theoremes.

Soit le triangle rectiligne ABC rectangle en B, dont je suppose qu'on connoît les trois côtez, & dont l'angle aigu

BAC eſt tel qu'un certain multiple, par exemple ſon quintuple, ſoit moindre que l'angle droit; ce qui eſt toûjours aiſé à trouver.



Ayant prolongé indéfiniment du côté *C* le petit côté ou la perpendiculaire *BC*, je prends les angles *BAD*, *BAE*, *BAF*, *BAG*, &c. double, triple, quadruple, quintuple, &c. de l'angle *BAC*. Il eſt évident que la ligne *BD* eſt la Tangente, & *AD* la Secante de l'angle double; que *BE* eſt la Tangente, & *AE* la Secante de l'angle triple; que *BF* eſt la Tangente, & *AF* la Secante de l'angle quadruple, &c. de l'angle donné *BAC*.

Il faut trouver la valeur de ces Tangentes & de ces Secantes par rapport aux trois côtez donnez du triangle *ABC*.

Soit $AB = a$, $BC = b$, & $AC = c$.

Il faut 1°. trouver $BD = x$ Tangente de l'angle double *BAD*.

Puiſque $BD = x$ & $BC = b$; donc $CD = x - b$, & $\overline{CD}^2 = xx - 2bx + bb$.

$\overline{AD}^2 = aa + xx$ par la 47. p. 1.

Or par la 3. p. 6. $AB : AD :: BC : CD$.

Et par conſequent $\overline{AB}^2 : \overline{AD}^2 :: \overline{BC}^2 : \overline{CD}^2$. c'eſt à dire en termes analytiques $aa : aa + xx :: bb : xx - 2bx + bb$.

En en diviſant $aa : xx :: bb : xx - 2bx$: & multipliant les moyens & les extrêmes,

on aura $bbxx = aaxx - 2aabx$: & diviſant tout par x,

on aura $bbx = aax - 2aab$: & tranſpoſant,

on aura $aax - bbx = 2aab$: & en diviſant tout par $aa - bb$,

on aura enfin $x = \frac{2aab}{aa - bb} = BD$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

Donc $CD = x - b = \frac{2aab}{aa - bb} - b = \frac{aab + b^3}{aa - bb}$.

2°. Il faut trouver AD Secante du même angle double BAD.

Par la 3. p. 6. $BC : CD :: AB : AD$.

c'eſt à dire . . $b : \frac{aab + b^3}{aa - bb} :: a$.

ou . . . . $1 : \frac{aa + bb}{aa - bb} :: a$.

ou $aa - bb : aa + bb :: a : \frac{a^3 + abb}{aa - bb} = AD$. *Ce qu'il falloit trouver.*

3°. Il faut trouver BE Tangente de l'angle triple BAE.

Soit $CE = x$ donc $BE = b + x$, & $DE = x - \frac{aab + b^3}{aa - bb}$ par le Corollaire cy-deſſus.

On aura donc $\overline{BE}^2 = bb + 2bx + xx$, & $\overline{DE}^2 = xx - \frac{2aabx + 2b^3x}{aa - bb} + \frac{a^4bb + 2aab^4 + b^6}{a^4 - 2aabb + b^4}$, & $\overline{AE}^2 = aa + bb + 2bx + xx$.

Or par la 3. p. 6. $AC : AE :: CD : DE$. Donc
$\overline{AC}^2 : \overline{AE}^2 :: \overline{CD}^2 : \overline{DE}^2$.

Donc $aa + bb : aa + bb + 2bx + xx :: \frac{a^4bb + 2aab^4 + b^6}{a^4 - 2aabb + b^4} : xx - \frac{2aabx + 2b^3x}{aa - bb} + \frac{a^4bb + 2aab^4 + b^6}{a^4 - 2aabb + b^4}$: & en diviſant, $aa + bb : 2bx + xx :: \frac{a^4bb + 2aab^4 + b^6}{a^4 - 2aabb + b^4} : \frac{xx - 2aabx + 2b^3x}{aa - bb}$; & alternant & diviſant le premier & le troiſiéme termes par le premier, multipliant les termes moyens & les extrêmes, diviſant tout par x, on trouve enfin

$$x = \frac{2aab + b^3}{aa - 3bb} = CE.$$

Donc $BE = \frac{3aab - b^3}{aa - 3bb}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

$$DE = BE - BD = \frac{3aab - b^3}{aa - 3bb} - \frac{2aab}{aa - bb} = \frac{a^4b + 2aab^3 + b^5}{a^4 - 4aabb + 3b^4}.$$

4°. Il faut trouver la Secante du même angle triple *BAE*.

Par la 3. p. 6. $CD : DE :: AC : AE$.

Or les trois premiers termes sont connus : donc on trouvera le quatriéme égal à $\frac{c^3}{aa-3bb}$. On peut aussi la trouver par la 47. p. 1.

5°. Il faut trouver *BF* Tangente de l'angle quadruple.

Soit $BF = x$. On a déja $BD = \frac{2aab}{aa-bb}$.

Donc $DF = x - \frac{2aab}{aa-bb} = \frac{aax - bbx - 2aab}{aa-bb}$.

Par la 47. p. 1. $\overline{AF}^2 = aa + xx$.

Et par la 3. p. 6. $\overline{AB}^2 : \overline{AF}^2 :: \overline{BD}^2 : \overline{DF}^2$.

C'est à dire $aa : aa + xx :: \frac{4a^4bb}{a^4 - 2aabb + b^4} :$

$$\frac{\begin{matrix} 4a^4bb + a^4xx + 4aab^3x \\ -b^4 \quad -4a^4b \\ -2aabb \end{matrix}}{a^4 - 2aabb + o^4}.$$

Otant les dénominateurs du troisiéme & quatriéme termes, & divisant & alternant & multipliant les extrêmes & les moyens,

Je trouve $x = \frac{4a^4b - 4aab^3}{a^4 - 6aabb + b^4}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

6°. Il faut trouver *AF* Secante de l'angle quadruple *BAF*.

On peut la trouver par la 47. p. 1. & par la 3. p. 6. & on trouvera $AF = \frac{ac^4}{a^4 - 6aabb + b^4}$, & ainsi des autres.

Or il est évident que dans la suite des numerateurs & des denominateurs des fractions qui expriment les Tangentes & les Secantes, on trouve la suite des termes alternatifs avec les signes + & − des puissances correspondantes d'$a + b$. Donc les deux Theoremes sont veritables.

COROLLAIRE I.

Lorsque la Tangente est commensurable au rayon, toutes les Tangentes des angles multiples sont aussi commensurables, de même que toutes les Secantes des multiples

en nombre pair, comme celles des angles doubles, quadruples, ſextuples, &c.

Et lorſque la Tangente & la Secante ſont commenſurables au rayon, toutes les Tangentes & les Secantes des angles multiples ſont auſſi commenſurables.

COROLLAIRE II.

Lorſque l'angle multiple ſuppoſé eſt égal à l'angle droit, le dénominateur s'évanoüit & devient égal à zero : ce qui donne la plus ſimple équation qu'il ſoit poſſible pour trouver les Tangentes des angles ſous-doubles, ſous-triples, &c. & en general des ſous-multiples de l'angle droit.

Il eſt évident, 1°. que le dénominateur doit être égal à zero : parceque la Tangente de l'angle droit étant infiniment grande, & le numerateur de la fraction qui l'exprime n'enfermant que des valeurs conſtantes & finies, il faut que le dénominateur devienne un infiniment petit ou égal à zero. Ainſi pour trouver la Tangente de la moitié de l'angle droit, je prends la formule de la Tangente de l'angle double $\frac{2aab}{aa-bb}$, & je ſuppoſe le dénominateur $aa-bb=0$; ce qui me donne $b=a$, la Tangente égale au rayon. *Ce qu'il falloit trouver.*

Pour avoir la Tangente du tiers de l'angle droit, je prends la formule de la Tangente de l'angle triple en general : c'eſt $\frac{3aab-b^3}{aa-3bb}$. Je ſuppoſe $aa-3bb=0$: ce qui me donne $b=\sqrt{\frac{1}{3}aa}$, Tangente cherchée.

Lorſque l'équation fournit pluſieurs racines réelles, comme dans les ſous-multiples plus compoſez ; ces differentes racines donnent les valeurs des Tangentes cherchées des angles ſous-multiples de l'angle droit & de trois ou pluſieurs angles droits. Ainſi cherchant la Tangente du $\frac{1}{4}$, de la $\frac{1}{5}$, de la $\frac{1}{6}$, &c. d'un angle droit, on trouve auſſi les Tangentes des $\frac{3}{4}$, des $\frac{3}{5}$, des $\frac{3}{6}$ d'un angle droit.

COROLLAIRE III.

Lorſque l'angle multiple ſuppoſé eſt plus grand qu'un

angle droit ; il est ou entre un & deux, ou entre deux & trois, ou entre trois & quatre angles droits, &c. Dans le premier cas le dénominateur devient négatif, & le numerateur positif. Dans le second ils sont tous deux négatifs. Dans le troisiéme le numerateur est négatif, & le dénominateur positif : ce qui avec le cas ordinaire ou l'angle multiple supposé est plus petit que l'angle droit, donne les quatre combinaisons possibles des deux signes + & − pris deux à deux, c'est à dire tous deux + : le premier + & l'autre −, tous deux − : le premier − & l'autre + : & au-dessus de quatre droits cela recommence dans le même ordre à l'infini.

COROLLAIRE IV.

Avec un seul triangle rectangle quelconque donné en nombres comme 3, 4, 5, ou 5, 12, 13, on peut construire toutes les Tables Trigonometriques. Car suivant le Theoreme de la Rectification des arcs par les Tangentes que j'envoyay à l'Academie il y a dix ans, on peut trouver les angles de ce triangle aussi prés qu'on voudra ; ensorte que le rapport d'un de ces angles à l'angle droit soit exprimé, par exemple, par le dénominateur 5400 suivi d'autant de zeros qu'on voudra ; & le numerateur sera un nombre premier à ce dénominateur, ensorte que l'erreur sera moindre que quelque donnée. Cela supposé, on trouvera par les multiples au-dessous & au-dessus de l'angle droit les Tangentes pour tous les numerateurs depuis 1, 2, 3, 4, &c. jusqu'au dénominateur ; c'est à dire depuis 1′, 2′, 3′, &c. jusqu'à 90 degrez exclusivement : Ce qui est un veritable paradoxe.



DESCRIPTION DE L'OEILLET DE LA CHINE.

PAR M. TOURNEFORT.

Caryophyllus Sinensis, Supinus, Leucoïi folio, flore vario.

1705. 29. Aoust. IL y a environ trois ans que M. l'Abbé Bignon reçût la graine d'une belle espece d'œillet sous le nom d'œillet de la Chine. Cette graine produisit la plante suivante.

Sa racine est grosse au collet comme le petit doigt, & quelquefois même comme le pouce, dure, ligneuse, blanc sale tirant sur le jaunatre dans les especes dont les fleurs n'ont pas de couleurs foncées, mais rougeatre comme celle de l'Oseille dans les pieds qui portent des fleurs rouges ou mêlées de purpurin. Ces racines se partagent en grosses fibres longues de huit ou dix pouces *jusqu'à* un pied, ligneuses aussi, subdivisées en quelques autres racines plus menuës & cheveluës.

Les tiges naissent en foule, beaucoup plus couchées sur les côtez que celles de nos œillets, longues d'un pied & demi ou deux, épaisses d'environ deux lignes, verd terne & sombre, cassantes, garnies à chaque nœud de feüilles opposées deux à deux, semblables par leur figure & par leur couleur à celles du Girofflier jaune, ou à celles de l'œillet des Poëtes. Celles de l'espece dont nous parlons embrassent la moitié de la tige par leur base, & sont longues d'environ deux pouces sur quatre ou cinq lignes de largeur, terminées en pointe, lisses, relevées sur le dos d'une côte assez sensible, accompagnées de veines fort legeres.

Ces tiges se divisent vers le haut en plusieurs branches qui naissent des aisselles des feüilles, & se partagent encore en plusieurs brins dont les feüilles ressemblent assez à celles de la Linaire ordinaire. Tous ces brins sont chargez de fleurs sur les extremitez.

La

La même graine a produit plusieurs varietez par rapport aux couleurs & au nombre de feüilles. La plûpart n'en ont que cinq. Il y a des pieds dont les fleurs sont à demi doubles, mais il y a beaucoup d'apparence qu'elles deviendront doubles dans la suite.

Les premieres fleurs que j'en ay observées sont à cinq feüilles blanc de lait, colorées de verdatre en dessous. Ces feüilles débordent d'environ 10 lignes hors de leur calice, & leur queuë qui est enfoncée dans le même calice est presque aussi longue. Elles s'arrondissent à leur extremité, où elles ont demi pouce de large, & où elles sont crenelées en pointe & comme dentées. Le calice est un tuyau long d'environ 10 lignes sur 2 lignes de diametre verd de mer, découpé en cinq pointes, accompagné à sa naissance d'une autre espece de calice composé de cinq ou six feüilles comme posées par écailles, tres-pointuës, longues de trois ou quatre lignes. Le pistile est enfermé dans le fond de ce calice. Il est long d'environ 4 lignes, cylindrique, verd pâle, large d'une ligne, surmonté par deux filets blancs & crochus par le bout, accompagné de 10 étamines blanches, longues d'un pouce, déliées, chargées chacune d'un sommet cendré, posé en travers, long d'une ligne sur demi-ligne de large.

Lorsque la fleur est passée, le pistile fait crever le calice, & devient un fruit cylindrique, pointu, long d'un pouce, épais de trois lignes, qui s'ouvre en cinq pointes & laisse voir plusieurs graines, noires, plates, presque ovales, pointuës, minces & comme feüilletées sur les bords, longues d'une ligne, un peu plus étroites, attachées à un placenta blanc & cylindrique aussi relevé de petites éminences ausquelles les graines sont attachés. Quand on les dépoüille de leur peau noire, on découvre deux lobes blancs minces & charnus. Les feüilles machées sont douceatres, saveur d'herbe. La racine n'est pas tout à fait sans acreté. Les fleurs n'ont presque pas d'odeur. Elles varient étrangement.

Outre les fleurs blanches que l'on vient de décrire, il y

en a de blanches avec une couronne rouge brun vers le milieu, dont les traits sur chaque feüille sont surmontez de trois rayons purpurins & frangez.

Il y a des fleurs blanches, veinées de pourpre avec une couronne à trois points de même couleur sur chaque feüille.

Quelques fleurs ont les feüilles blanches, mais purpurines dans le fond, avec une couronne noiratre au delà de laquelle la couleur de pourpre se répand sur chaque feüille en trois grands rayons frangez.

On voit d'autres fleurs purpurin lavé, veinées de pourpre jusqu'aux extremitez, avec la couronne noiratre.

Il y en a de même couleur, mais sans couronne.

Quelques-unes sont purpurines sur les bords, rouges dans le reste des feüilles, avec la couronne noiratre.

Il y en a de semblables avec les couleurs plus foncées.

D'autres couleur de pourpre veinées de grisdelin avec la couronne noire.

De couleur de lie de vin avec la couronne noire.

Couleur de lie de vin à couronne noire avec les bords blanchatres.

Enfin on en voit qui sont purpurines, pourpre clair à la base, piquées de même couleur à la place de la couronne.

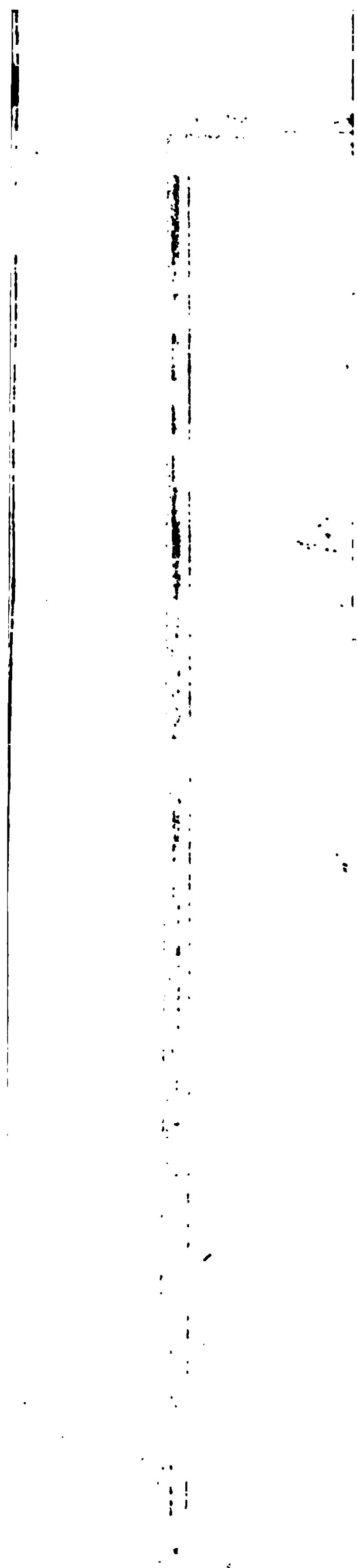
Toutes ces fleurs sont blanc sale tirant sur le verdatre luisant par dessous, excepté celles qui sont pourpre vif. Cette couleur perce des deux côtez. Par rapport à la grandeur des fleurs elle varie sur les differens pieds.

Celles qui sont demi doubles sont à deux rangs de feüilles, sçavoir cinq à chaque rang, & sous les mêmes varietez des couleurs. Il y en a une sorte dont les feüilles sont blanches veinées de purpurin sans couronne, dont le bas a une tache tout à fait purpurine à trois pointes.

Il y a une figure dans Lobel qui ne represente pas trop mal l'œillet que l'on vient de décrire; mais le nom ne lui convient pas. Il l'appelle *Caryophyllus minimus humilis, alter, exoticus, flore candido, amæno Lob. Icon.* 445.



Sinensis, supinus,
ore vario .



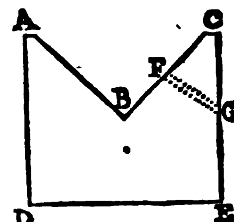
SUITE DES REMARQUES

Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

PAR M. AMONTONS.

EN ſuivant mes premieres vûës, je veux dire en ſuppoſant que les pores dans quelques tubes ſont plus ouverts que dans d'autres, & que permettant le paſſage à plus de parties d'air, il n'y a que les plus groſſieres à qui ce paſſage eſt refuſé, qui ſoûtiennent par leur poids le mercure qui reſte dans le tube; j'ay pris un moyen canon de fuſil de 34 pouces $\frac{1}{3}$ de longueur; j'ay fait ſouder à la forge la culaſſe, ce qui eſt proprement la ſceller hermetiquement. Apres l'avoir laiſſé refroidir j'ay empli ce canon entierement de mercure, il y en eſt entré le poids de 53 onces $\frac{1}{2}$. J'ay remarqué qu'il le contenoit exactement, ſans qu'il s'en échapât par aucun endroit; aprés quoy je me ſuis préparé à faire le renverſement: mais ce tube n'étant pas tranſparent, la difficulté étoit de ſçavoir à quelle hauteur s'arrêteroit le mercure. Il me tomba d'abord en l'eſprit de peſer celui qui reſteroit dans le tube aprés le renverſement fait, pour enſuite en le comparant au poids du mercure qui empliſſoit entierement ce canon, juger de la hauteur que je cherchois. Mais outre que cela me parut aſſez embarraſſant à executer, je ne crus pas pour pluſieurs raiſons ce moyen fort ſûr. Car, 1°. Je n'étois pas aſſuré que ce canon fût exactement de même groſſeur d'un bout à l'autre; au contraire il y avoit apparence que cela n'étoit pas: partant rien de précis par ce moyen. 2°. En bouchant avec le doigt le bout ouvert pour ôter la communication du mercure de la taſſe d'avec celui du tube, il étoit comme impoſſible que le mercure ne fût alors dans des balancemens qui auroient pû me donner des hauteurs plus ou moins grandes que les veritables. Aprés avoir fait 1705. 2. Septembre.

quelque attention ſur tout ceci, j'en ſuis venu à bout de la maniere ſuivante.



Je fis tourner le vaſe de bois *ABCDE*, dont le vuide avoit la figure d'un cone rectangle renverſé, & l'exterieur celle d'un cylindre.

Ayant enſuite retiré le mercure du canon, j'en preſentai le bout ouvert dans le fond du cone de bois; & le tenant incliné le plus qu'il me fut poſſible, je verſai un peu de mercure tout à l'entour pour voir à quelle hauteur je ferois l'ouverture *FG*, qui pût ſervir de décharge au mercure du vaſe *ABC*, pour n'y en laiſſer toûjours préciſément que la même quantité ſuffiſante pour empêcher l'entrée de l'air exterieur par le bas du canon.

Aprés donc avoir percé le trou *FG* un peu en pente vers *E*, je le rebouchai avec un petit bouchon de bois que je pouvois ôter & remettre à ma volonté : enſuite je remplis entierement de mercure mon tube de fer, y fourrant un fil de même matiere, que je tournai aſſez long-tems en tout ſens pour en faire ſortir toutes les petites bulles d'air qui pouvoient être reſtées attachées aux parois interieurs de ce tube.

Alors ayant verſé dans le vaſe *ABC* du mercure en quantité ſuffiſante pour y plonger le bout ouvert du tube, je mis ce vaſe dans un autre plus grand pour recevoir le mercure qui regorgeroit par la décharge *FG* pendant l'experience.

Aprés donc avoir plongé le bout ouvert du tube plein de mercure dans celui du vaſe; au lieu d'élever ce tube à plomb comme on fait ordinairement, je le tins dans une ſituation fort inclinée, & dans laquelle, ſuivant toutes les apparences, le vuide ne ſe devoit pas faire dans la partie ſuperieure.

Le tout étant en cet état, je débouchai l'ouverture *G* pour donner lieu à tout le mercure ſuperflu de ſortir; ce qu'il fit auſſi-tôt : aprés quoi je redreſſai peu à peu le tube,

remarquant exactement le moment auquel je voïois le mercure couler de nouveau par l'ouverture *G* : car cela me devoit marquer le point où le vuide devoit commencer à se faire ; ce qu'ayant executé plusieurs fois avec beaucoup de soin, tenant une regle graduée par pouces à plomb à côté du tube, j'ay toûjours trouvé la hauteur à plomb du mercure au-dessus de *F* de 23 pouces 4 lignes, quoiqu'elle fût alors dans d'autres tubes de verre à 27 pouces 8 lignes.

J'ay laissé ensuite ce tube en experience : mais pendant les cinq premieres heures il est sorti environ le poids de 13 onces & $\frac{1}{2}$ de mercure.

Pendant les six heures ensuivant il en est sorti encore 6 onces $\frac{3}{4}$, puis 10 onces pendant 12 autres heures, & enfin huit onces pendant encore huit autres heures : aprés quoi ayant vuidé ce tube entierement, j'y en trouvai encore 4 onces $\frac{3}{4}$: si bien que le total du mercure qui étoit resté dans le tube aprés le renversement fait, étoit de 43 onces. Ces 43 onces sont aux 53 $\frac{1}{2}$ qui emplissent le tube, à peu prés dans la raison des 27 pouces 8 lignes que le tube de verre avoit donné, à 34 pouces $\frac{1}{3}$ longueur du tube de fer : ce qui auroit fait croire, si je n'avois eu égard qu'aux pesanteurs du mercure, que le vuide se seroit fait dans le tube de fer de même hauteur que dans celui de verre. Mais il est à remarquer que le tube de fer, pendant les écoulemens, étoit incliné de sorte que le mercure s'y devoit tenir environ six lignes plus haut que s'il eût été à plomb, & que d'ailleurs le tube de fer diminuoit selon toutes les apparences de grosseur vers le haut ; ce que j'avois remarqué seulement à la vûë, & par l'introduction de mon doigt avant qu'il fût soudé.

Or quoique ces écoulemens fassent voir que ce tube prend air ; il y a neanmoins plusieurs choses dignes de remarque dans cette experience. Car, premierement, on ne peut pas imputer à l'ouverture par où l'air s'est insinué avec le tems dans le tube, la difference des 4 pouces 4 lignes qui s'est trouvée d'abord entre les hauteurs du mer-

cure contenu en même tems dans le tube de fer & dans celui de verre; puisqu'il auroit fallu suivant l'observation de la durée de ces écoulemens, prés de deux heures pour laisser entrer tout l'air necessaire pour produire cette difference, au lieu qu'elle s'est trouvée dans l'instant.

Secondement, cette experience fait voir encore qu'il s'en faut beaucoup que les parties du mercure puissent passer par les ouvertures où passent les plus grossieres parties de l'air, lorsque les unes & les autres sont chargées également. L'on sçait cependant que le mercure, lorsqu'il est chargé, passe par des ouvertures fort étroites, & la lenteur avec laquelle l'air a penetré dans le tube de fer, me fait conjecturer qu'il faut que l'ouverture par où il a passé soit des plus petites. Dans le tems de ces écoulemens mes Thermometres étoient à 55 pouces 9 lignes. Je garderai ce tube pour voir si dans le froid la durée de ces écoulemens ne sera pas encore plus grande. Comme je m'attends bien d'y trouver de l'augmentation, je la remarquerai exactement : cela pourra servir à perfectionner d'autant la doctrine de la transpiration, & à porter quelque lumiere dans cette partie de la Physique, où il n'est que trop ordinaire de se méprendre en supposant presque toûjours trop ou trop peu.

Enfin il ne paroît pas qu'on puisse facilement rendre raison de cette grande difference dans les hauteurs du mercure, autrement qu'en supposant avec moi de l'inégalité dans la grosseur des parties de l'air qui composent l'atmosphere, & des pores plus grands dans le fer que dans le verre. Cependant comme on ne sçait pas encore si dans d'autres tubes de fer la même chose arriveroit, je n'ose non-plus rien conclure là-dessus, & je ne regarde cette experience que comme une experience préliminaire, qui précede celles qui la doivent confirmer ou l'expliquer : car enfin peut-être que la roüille, qui est assez considerable dans l'interieur de ce tube, retient plusieurs particules d'air qui empêchent que le vuide ne se fasse aussi parfaitement dans ce tube que dans ceux de verre: ce que

J'ay cependant de la peine à croire, vû le soin que j'ay pris de l'en faire sortir, & je ne sçaurois m'imaginer qu'il en puisse être resté une quantité suffisante pour produire une difference si considerable indépendemment des pores du métal.

Au reste, j'ay dit dans mon dernier Memoire que l'esprit de vin n'occasionnoit peut-être une moindre hauteur dans les tubes qui en ont été lavez, que parcequ'il les rendoit plus nets, & qu'il empêchoit la crasse du mercure de s'y attacher.

A cette occasion il ne sera pas hors de propos que je rapporte quelques experiences que j'ay là-dessus, qui m'ont fait connoître que le mercure le plus pur, long-tems agité dans un verre tres-net, le sallit & l'obscurcit tres-considerablement. Car ayant souvent porté dans mes poches de petites bouteilles dans lesquelles il y avoit du mercure, & dans quelques-unes desquelles il étoit même enfermé sous le scel hermetique ; ayant, dis-je, porté sur moi de ces bouteilles pendant un tems considerable, comme pendant un an & plus, je trouvois toûjours non-seulement la bouteille fort salle, mais une partie du mercure réduit en une poussiere noire & semblable à du charbon pillé, comme la Compagnie l'a pû remarquer dans celle dont je me suis servi long-tems, en forme de ces niveaux qu'on nomme à balle, dans lesquels il est assez rare que les côtez opposez soient paralleles ; ce qui est cependant necessaire pour que l'usage en soit sûr, & ce qui n'est point necessaire dans celui-ci.

Mais pour revenir à nôtre sujet, il est donc tres-possible que la matiere qui passe à travers les pores du verre, que jusqu'à present on a crû n'être autre que celle de la lumiere, trouve plus ou moins d'obstacle à son passage, selon que l'entrée de ces pores est plus ou moins embarrassée d'une matiere étrangere, telle que peut être la crasse & la partie plombeuse du mercure, ou de quelqu'autre matiere qui nage dans l'air, capable de produire un semblable effet ; de même qu'il arriveroit à un tamis fort fin qui au-

roit été quelque tems exposé à la fumée: car la suye qui s'y attacheroit, pourroit tellement boucher ses trous, que ce qui y passoit auparavant avec facilité, n'y pourroit plus passer du tout ou avec peine: & comme en lavant ce tamis on pourroit le remettre en son premier état; de même aussi il se peut fort bien faire que l'esprit de vin ou d'autres liqueurs emportassent cette sorte de suye qui refuse aux petites parties de l'air le passage que la grandeur des pores du verre leur permettroit peut-être sans cela.

NOUVELLES REFLEXIONS
SUR LES REGLES
DE LA CONDENSATION DE L'AIR.

Par M. Cassini le fils.

1705. 2. Septembre. J'Ay déja lû à l'Academie quelques Reflexions sur les regles de la condensation de l'air, que M. Mariotte a établies dans un Traité de la nature de l'air. J'ay comparé ce qui résulte de ses regles aux experiences du Barometre que nous avions faites sur des montagnes élevées, & j'ay fait voir qu'elles ne s'accordent pas exactement à nos experiences, ni même à celles qu'il rapporte pour confirmer la bonté de ses regles. Voici quelques nouvelles reflexions à l'occasion des experiences que le Pere Sebastien a faites depuis peu à Clermont & sur le Mont-dor, qui est la plus élevée des montagnes de l'Auvergne. La hauteur perpendiculaire de cette montagne sur le niveau de la mer a été mesurée de 1040 toises par les observations que nous en avons faites pour déterminer les triangles de la Meridienne. La hauteur du mercure y fut observée par le P. Sebastien le 8 Juin 1705 de 22 pouces 2 lignes. Elle étoit alors à Paris dans la Tour de la Salle de l'Observatoire de 22 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$. Il y avoit donc une difference de 5 pouces

ces 7 lignes $\frac{1}{2}$, à laquelle si l'on ajoûte 4 lignes pour la difference qui convient à la hauteur de l'Observatoire sur le niveau de la mer, l'on aura pour 1040 toises hauteur du Mont-dor sur ce niveau 5 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ d'abaissement du vif-argent; ce qui est en raison de 14 toises 3 pieds & quelques pouces de diminution pour chaque ligne l'une portant l'autre. Suivant la Table * que j'ay dressée sur les regles de M. Mariotte, en donnant comme lui pour la premiere ligne de vif-argent qui répond au niveau de la mer 10 toises 3 pieds, l'on a pour la ligne qui répond à 6 pouces de diminution de vif-argent, qui est à peu prés celle que l'on a trouvée sur le Mont-dor, 13 toises 2 pieds 2 pouces 2 lignes moindre que celle que l'on trouve pour chaque ligne de vif-argent, quand même l'on ne supposeroit aucune augmentation causée par la dilatation de l'air.

* Voyez la page 72. cy-dessus.

En continuant de comparer la Table dressée sur ses regles aux experiences, l'on voit qu'à 6 pouces de diminution de vif-argent, la hauteur de l'air sur la surface de la mer devroit être de 852 toises, au lieu de 1040 que l'on a trouvé par l'observation, & qu'à la hauteur de 1044 toises sur le niveau de la mer, qui est à peu prés celle du Mont-dor, on devroit y avoir trouvé une diminution de vif-argent de 7 pouces 2 lignes, c'est à dire plus de 14 lignes davantage que l'on n'a trouvé par l'experience du P. Sebastien, comparée à celle que l'on a faite en même tems à l'Observatoire.

Cette difference est si considerable, qu'on ne peut pas l'attribuer à quelque erreur que l'on pourroit avoir fait en mesurant la hauteur des montagnes, ni à la differente temperature de l'air qui auroit pû faire varier diversement la hauteur du Barometre à Paris & au Mont-dor. Car par la comparaison des experiences que l'on a faites en même tems en divers endroits beaucoup plus éloignez que Paris ne l'est du Mont-dor, l'on a trouvé que les variations dans la hauteur du mercure arrivoient ordinairement dans le même tems; & quand il y a eu quelques dif-

ferences, elles n'ont jamais été à beaucoup prés si considerables.

L'observation que le P. Sebastien a faite à Clermont, nous donne lieu d'examiner avec plus d'exactitude l'experience que M. Perier a faite sur le Puy de Domme, & dont M. Mariotte se sert pour la confirmation de ses regles. Le 10 Juin 1705 le P. Sebastien y observa prés des Minimes, qui est le même lieu où M. Perier fit ses experiences, la hauteur du mercure de 26 pouces 6 lignes. Par les observations faites à Paris avant & aprés, elle étoit de 27 pouces 10 lignes. La difference est de 1 pouce 4 lignes, qui convient à la hauteur de Clermont sur l'Observatoire, à laquelle si l'on ajoûte 4 lignes pour la hauteur de l'Observatoire sur le niveau de la mer, l'on a 1 pouce 8 lignes pour la hauteur de Clermont sur le niveau de la mer. Si l'on ajoûte à cette difference 3 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$, qui est celle que M. Perier trouva entre les Minimes de Clermont & le haut du Puy de Domme, l'on aura pour 812 toises, hauteur perpendiculaire du Puy de Domme sur le niveau de la mer, déterminée par nos observations, une diminution de vif-argent de 4 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$. Suivant les regles de M. Mariotte la hauteur de cette montagne ne devroit être que de 663 toises, & à la hauteur de 812 toises l'on auroit dû trouver 5 pouces 9 lignes de diminution de mercure, c'est à dire 11 lignes $\frac{1}{2}$ plus que l'on n'a trouvé par les experiences. L'on trouvera encore une plus grande difference, si à la place de nos observations l'on se sert de celles que M. de la Hire a faites à l'Observatoire, qui donnent la hauteur du mercure plus basse que celle que nous avons observée de plus d'une ligne. Voilà donc plusieurs observations faites par diverses personnes en differens tems, lesquelles s'écartent toutes des regles que M. Mariotte a établies pour la condensation de l'air; ainsi l'on voit que ses regles ne peuvent pas satisfaire exactement aux experiences, au lieu que suivant les remarques que M. Maraldi a lû dernierement à l'Academie, il n'y a qu'une seule observation qui s'éloigne d'environ 4 lignes de la regle qu'il a établie.

PROBLEME D'HYDROSTATIQUE.

PAR M. CARRE'.

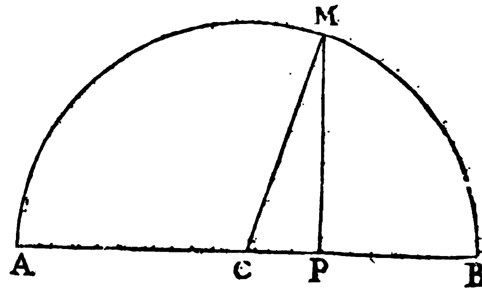
ETant il y a quelques jours dans une Maison de Campagne où il y a des Eaux, on vint à parler des tuyaux d'ajutage pour regler les differentes quantitez d'eau des jets, & quelqu'un qui paroissoit assez bien entendre la pratique des Hydrauliques, dit que pour faire sortir par un tuyau une quantité d'eau quadruple de celle qui sort par un autre, il falloit que ce tuyau fût égal en longueur, mais que son diametre fût double de celui du premier. L'on me demanda si cela étoit vrai; je répondis que si l'on faisoit abstraction des frottemens, cela ne souffroit aucune difficulté, mais qu'absolument parlant & en rigueur il en sortoit davantage par le gros que par le petit, dont la raison est que l'eau qui passe par le petit, trouve par rapport à sa quantité une plus grande résistance causée par le frottement de la surface interieure du petit, que celle qui passe par le gros: car parcequ'on suppose ces tuyaux égaux en longueur, leurs surfaces interieures sont en même raison que les circonferences ou que leurs diametres; ainsi la surface du grand n'est que double de celle du petit, au lieu que son ouverture est quadruple; d'où je conclus qu'il falloit pour conserver l'égalité, que le gros tuyau fût double en longueur du petit. Comme M. Mariotte n'a point résolu ce Probleme, quoiqu'il ait parlé de ces frottemens, & qu'il en ait fait des experiences, j'ay crû qu'il ne seroit peut-être pas hors de propos d'en donner une solution generale; c'est à dire, que le diametre d'un petit tuyau étant donné, déterminer generalement le diametre du plus gros, afin qu'il sorte par ce tuyau une quantité d'eau double, triple, quadruple, &c. en y faisant entrer les frottemens.

1705. 2. Septembre.

SOLUTION.

Soit nommé a le diametre donné du petit tuyau, & x celui du gros que l'on cherche. Comme on ſuppoſe que ces deux tuyaux ſont égaux en longueur, les réſiſtances que trouve l'eau en paſſant dans ces tuyaux, & par conſequent les diminutions de cette eau ſont entr'elles comme les ſurfaces interieures de ces tuyaux qui cauſent les frottemens : mais ces ſurfaces ſont comme les circonferences ou comme leurs diametres ; ainſi la réſiſtance ou la diminution de l'eau qui paſſe par le petit, eſt à la diminution de l'eau qui paſſe par le gros, comme le diametre du petit eſt au diametre du gros : De ſorte que nommant $\frac{aa}{n}$ la diminution de l'eau du petit tuyau, on dira $a. x :: \frac{aa}{n}. \frac{ax}{n}$, qui ſera la diminution de l'eau du gros : Mais les quantitez d'eau qui paſſent par ces tuyaux ſont comme les quarrez des diametres moins leurs diminutions ; nommant donc m le rapport de la quantité d'eau que l'on veut qu'*il ſorte* de plus par le gros que par le petit, l'on aura cette égalité $xx - \frac{ax}{n} = maa - \frac{maa}{n}$, qui eſt du ſecond degré ; d'où l'on tire pour le diametre du gros tuyau $x = \frac{a + a\sqrt{4mnn - 4mn + 1}}{2n}$.

Pour conſtruire cette équation, ſoit priſe $CP = \frac{a}{2n}$, & ſur le point P ſoit élevée la perpendiculaire $PM = \frac{a\sqrt{4mnn - 4mn}}{2n}$, ſi du point C au point M l'on mene CM, & que l'on décrive de ce point C le demi-cercle AMB, la partie AP du diametre AB ſera le diametre du tuyau que l'on demande. Car CM ou $CA = \frac{a\sqrt{4mnn - 4mn + 1}}{2n}$, donc $AP = \frac{a + a\sqrt{4mnn - 4mn + 1}}{2n}$.



Ce qu'il falloit trouver.

Que si l'on veut qu'il sorte quatre fois autant d'eau par le gros que par le petit, & qu'on suppose que $n=4$, donc $m=4$; alors l'égalité generale se changera en celle-ci, $xx-\frac{ax}{4}=3aa$, donc $x=\frac{a+a\sqrt{193}}{8}$ que l'on construit de la même maniere. Car soit prise $CP=\frac{1}{8}a$, & la perpendiculaire $PM=a\sqrt{3}$, donc $CM=\sqrt{3aa+\frac{1}{64}aa}=\frac{a\sqrt{193}}{8}$, donc $AP=\frac{a+a\sqrt{193}}{8}$: De sorte que si l'on suppose que $a=2$, alors $AP=\frac{1+1\sqrt{193}}{4}$; mais la racine de 193 est presque 14, donc $x=\frac{15}{4}$, qui est beaucoup moins que 4.

Il en est de même de tous les autres cas, puisque la construction generale renferme toutes les particulieres.

METHODES NOUVELLES

Pour former & résoudre toutes les Equations.

PAR M. DE LAGNY.

DEFINITIONS.

1°. PRemiere difference ou difference du premier degré, est la difference de deux quantitez inégales & homogenes. *1705. 5. Septembre.*

2°. Seconde difference ou difference du second degré, est la difference de deux differences inégales du second degré, ou c'est la difference des differences inégales de trois quantitez inégales & homogenes.

3°. Troisiéme difference ou difference du troisiéme degré, est la difference de deux differences inégales du second degré, ou c'est la difference des differences inégales des differences inégales de quatre quantitez inégales & homogenes, & ainsi de suite pour les differences de tous les degrez à l'infini.

4°. Differences semblables, sont les differences d'un même degré.

5°. Equations semblables arithmetiquement, sont celles dont tous les signes & tous les coëfficiens sont les mêmes, & qui ne different que dans le dernier terme ou l'homogene de comparaison. Ainsi ces trois équations,

$$xx - 2x = 3$$
$$xx - 2x = 8$$
$$xx - 2x = 15$$

sont des équations semblables arithmetiquement, & dont les racines sont 3, 4 & 5.

6°. Equations semblables geometriquement, sont celles dont tous les signes sont les mêmes, mais les coëfficiens & l'homogene de comparaison augmentent ou diminuënt, dans le second terme, en raison arithmetique; dans le troisiéme, en raison des quarrez; dans le quatriéme, en raison des cubes, & ainsi de suite. Ainsi ces trois équations,

$$x^3 + 3xx + 5x = 9$$
$$x^3 + 6xx + 20x = 72$$
$$x^3 + 9xx + 45x = 243$$

sont des équations semblables geometriquement, & dont les racines sont 1, 2 & 3.

THEOREME I.

Si l'on quarre trois nombres en progression arithmetique, la seconde difference de leurs quarrez sera double du quarré de la difference de ces trois nombres.

DEMONSTRATION.

Soient les trois nombres a. $a+b$. $a+2b$. dont la difference est b. Je dis que la seconde difference de leurs quarrez sera $2bb$.

Racines.	*Quarrez.*	*Diff. I.*	*Diff. II.*
$a+2b$	$aa+4ab+4bb$		
$a+b$	$aa+2ab+bb$	$2ab+3bb$	
a	aa	$2ab+bb$	$2bb$. *Ce qu'il*

falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la ſeconde difference ſera $2=2bb$.

COROLLAIRE II.

Dans la ſuite des quarrez naturels, 1, 4, 9, 16, 25, &c. les ſecondes differences ſont toûjours 2.

DEMONSTRATION.

Racines.		*Quarrez.*	*Diff. I.*	*Diff. II.*
a	1	1		
b	2	4	3	
c	3	9	5	2
d	4	16	7	2
e	5	25	9	2
&c.	*&c.*	*&c.*		

Par le Corollaire précédent la ſeconde difference des quarrez des trois racines a, b, c eſt 2 ; & par la même raiſon la ſeconde difference des quarrez des trois racines b, c, d, eſt auſſi 2 ; & celle des quarrez des trois racines, c, d, e : & ainſi de ſuite à l'infini. Donc dans la ſuite des quarrez naturels, 1, 4, 9, 16, 25, &c, les ſecondes differences ſont toûjours 2.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la ſuite de tous les quarrez naturels, & en general la ſuite de tous les quarrez dont les racines ſont en progreſſion Arithmetique, les trois premiers quarrez étant donnez avec leurs differences.

THEOREME II.

Si l'on cube quatre nombres en progreſſion Arithmetique, la troiſiéme difference de ces cubes ſera égale au ſextuple du cube de la difference de ces quatre nombres.

DEMONSTRATION.

Soient les quatre nombres, a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$. Je dis que la troisiéme difference de leurs cubes sera $6b^3$.

Racines.	*Cubes.*	*Diff. I.*	*Diff. II.*	*Diff. III.*
$a+3b$	$a^3+9aab+27abb+27b^3$			
$a+2b$	$a^3+6aab+12abb+8b^3$	$3aab+15abb+19b^3$		
$a+b$	$a^3+3aab+3abb+b^3$	$3aab+9abb+7b^3$	$6abb+12b^3$	
a	a^3	$3aab+3abb+1b^3$	$6abb+6b^3$	$6b^3$

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la troisiéme difference sera $6=6b^3$.

COROLLAIRE II.

Dans la suite des cubes naturels, 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c. les troisiémes differences sont 6.

DEMONSTRATION.

Racines.		*Cubes.*	*Diff. I.*	*Diff. II.*	*Diff. III.*
a	1	1			
b	2	8	7		
c	3	27	19	12	
d	4	64	37	18	6
e	5	125	61	24	6
f	6	216	91	30	6
&c.	*&c.*	*&c.*			

Par le Corollaire précédent la troisiéme difference des cubes des quatre racines a, b, c, d, est 6; & par la même raison la troisiéme difference des cubes des quatre racines, b, c, d, e, est aussi 6; & celle des cubes des quatre racines c, d, e, f: & ainsi de suite à l'infini. Donc dans la suite des cubes naturels, 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c; les troisiémes differences sont toûjours 6.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la suite de tous les cubes naturels, & en general la suite de tous les cubes dont les

les racines sont en progression Arithmetique, les quatre premiers cubes étant donnez avec leurs differences.

THEOREME III.

Si l'on éleve à la quatriéme puissance cinq nombres en progression Arithmetique, la quatriéme difference de ces cinq puissances sera égale à 24 fois la quatriéme puissance de la difference de ces cinq nombres.

DEMONSTRATION.

Soient ces cinq nombres, a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$. $a+4b$. Je dis que la quatriéme difference de leurs quatriémes puissances sera $24b^4$.

Racines.	*Quatriémes puissances.*
$a+4b$	$a^4+16a^3b+96aabb+256ab^3+256b^4$
$a+3b$	$a^4+12a^3b+54aabb+108ab^3+81b^4$
$a+2b$	$a^4+8a^3b+24aabb+32ab^3+16b^4$
$a+b$	$a^4+4a^3b+6aabb+4ab^3+b^4$
a	a^4

Les premieres differences sont,

$4a^3b+42aabb+148ab^3+175b^4$
$4a^3b+30aabb+76ab^3+65b^4$
$4a^3b+18aabb+28ab^3+15b^4$
$4a^3b+6aabb+4ab^3+1b^4$

Les secondes sont,

$12aabb+72ab^3+110b^4$
$12aabb+48ab^3+50b^4$
$12aabb+24ab^3+14b^4$

Les troisiémes sont,

$24ab^3+60b^4$
$24ab^3+36b^4$

La quatriéme est,

$24b^4$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la quatriéme difference sera $24=24b^4$.

COROLLAIRE II.

Dans la ſuite des quatriémes puiſſances naturelles, 1, 16, 81, 256, 625, 1296, 2401, &c. les quatriémes differences ſont 24. Ce qui ſe démontre comme cy-deſſus pour les quarrez & les cubes.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la ſuite de toutes les quatriémes puiſſances naturelles, & en general la ſuite de toutes les quatriémes puiſſances dont les racines ſont en progreſſion Arithmetique, les cinq premieres puiſſances étant données avec leurs differences.

THEOREME IV.

Si l'on éleve à la cinquiéme puiſſance ſix nombres en progreſſion Arithmetique, la cinquiéme difference de ces puiſſances ſera égale à 120 fois la cinquiéme puiſſance de la difference de ces ſix nombres.

DEMONSTRATION.

Soient ces ſix nombres, a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$. $a+4b$. $a+5b$. Je dis que la cinquiéme difference des ſix puiſſances cinquiémes de ces ſix nombres ſera $120b^5$.

Racines.	*Cinquiémes puiſſances.*				
$a+5b$	a^5+25a^4b	$+250a^3bb$	$+1250aab^3$	$+3125ab^4$	$+3125b^5$
$a+4b$	a^5+20	$+160$	$+640$	$+1280$	$+1024$
$a+3b$	a^5+15	$+90$	$+270$	$+405$	$+243$
$a+2b$	a^5+10	$+40$	$+80$	$+80$	$+32$
$a+b$	a^5+5	$+10$	$+10$	$+5$	$+1$
a	a^5				

Les premieres differences ſont,

$5a^4b$	$+90a^3bb$	$+610aab^3$	$+1845ab^4$	$+2101b^5$
5	$+70$	$+370$	$+875$	$+781$
5	$+50$	$+190$	$+325$	$+211$
5	$+30$	$+70$	$+75$	$+31$
5	$+10$	$+10$	$+5$	$+1$

Les secondes sont,

$20a^3bb + 240aab^3 + 970ab^4 + 1320b^5$
$20 \quad + 180 \quad + 550 \quad + 570$
$20 \quad + 120 \quad + 250 \quad + 180$
$20 \quad + 60 \quad + 70 \quad + 30$

Les troisiémes sont,

$60aab^3 + 420ab^4 + 750b^5$
$60 \quad + 300 \quad + 390$
$60 \quad + 180 \quad + 150$

Les quatriémes sont,

$120ab^4 + 360b^5$
$120ab^4 + 240b^5$

Enfin la cinquiéme difference est,

$120b^5$.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b = 1$, la cinquiéme difference sera $120 = 120b^5$.

COROLLAIRE II.

Dans la suite des cinquiémes puissances naturelles, 1, 32, 243, 1024, 3125, 7776, 16807, &c. les cinquiémes differences sont toûjours 120.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la suite de toutes les cinquiémes puissances naturelles, & en general la suite de toutes les cinquiémes puissances dont les racines sont en progression Arithmetique, les six premieres puissances étant données avec leurs differences.

COROLLAIRE GENERAL.

On démontrera de même que la sixiéme difference des sixiémes puissances de sept nombres en progression Arithmetique, comme a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$. $a+4b$. $a+5b$. $a+6b$. est $720b^6$, & ainsi de suite : Et comparant ensemble ces dernieres differences de chaque puissance, on trouve,

Pour les quarrez . . . . . . $2\,bb$ ou 2, supposant $b=1$
Pour les cubes . . . . $6\,b^3$ ou 6
Pour les quatriémes puissances $24\,b^4$ ou 24.
Pour les cinquiémes . . . . . $120\,b^5$ ou 120
Pour les sixiémes . . . . $720\,b^6$ ou 1720
&c. &c. &c.

Or $2 = 1 \times 2$
$6 = 1 \times 2 \times 3$
$24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4$
$120 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$
$720 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$
&c. = &c.

d'où je tire ce Theoreme general.

THEOREME V.

Si l'on prend autant de nombres ou termes qu'on voudra en progression Arithmetique, & qu'on éleve chacun de ces termes à une puissance dont l'exposant soit égal au nombre des termes moins un; Je dis que la difference de ces puissances d'un degré égal à l'exposant, sera égal au produit continuel des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c, continuez jusqu'à l'exposant de la puissance inclusivement, & multiplié par une puissance semblable de la difference des termes.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend trois termes $a.\ a+b.\ a+2b$; la seconde difference des quarrez sera par le Theoreme I. $=2bb$. Or $2bb = 1 \times 2 \times b^2$. Si l'on prend quatre termes $a.\ a+b.\ a+2b.\ a+3b$; la troisiéme difference des cubes sera par le Theoreme II. $=6b^3$. Or $6b^3 = 1 \times 2 \times 3 \times b^3$. Si l'on prend cinq termes $a.\ a+b.\ a+2b.\ a+3b.\ a+4b$; la quatriéme difference des quatriémes puissances sera par le Theoreme III. $=24b^4$. Or $24b^4 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times b^4$, & ainsi de suite. Donc si l'on prend autant de termes qu'on voudra en progression Arithmetique, &c. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE I.

Rien n'eſt d'un ſi grand uſage dans le calcul, que des Tables amples & exactes des quarrez & des cubes dans leur ſuite naturelle depuis l'unité.

In tenui labor, at tenuis non gloria.

Pluſieurs Auteurs en ont donné. Les plus amples que je connoiſſe ſont celles de Job Ludolff pour les quarrez juſqu'à 100000, & celles de . . . . pour les cubes juſqu'à 12000. Mais ces Tables, & ſur tout celles des cubes, ont un tres-grand défaut : c'eſt qu'il faut s'en rapporter aveuglément à l'habileté du Calculateur & à l'exactitude de l'Imprimeur : Au lieu que par le moyen des differences pour les quarrez, & des differences de differences pour les cubes, on pourroit former des Tables qui porteroient avec elles leur preuve démonſtrative. C'eſt ainſi que ſont conſtruites les grandes Tables Trigonometriques de Pitiſcus ſur un rayon de 100000. 00000. 00000. & les logarithmiques de Briggius. Voici un modele de conſtruction pour les Tables des quarrez & des cubes par la ſeule addition. On pourroit en conſtruire de même pour les autres puiſſances plus élevées ; mais cela ne ſeroit preſque d'aucun uſage, & coûteroit trop de travail & de dépenſe.

TABLE DES QUARREZ & des Cubes.

Racines.	Quarrez & diff. I.	Cubes & diff. I.	Diff. II. & III.
1	1	1	
	3	7	7=1+6
2	4	8	12=6+6
	5	19	19
3	9	27	18=12+6
	7	37	37
4	16	64	24=18+6
	9	61	61
5	25	125	30
	11	91	91
6	36	216	36
	13	127	127
7	49	343	42
	15	169	169
8	64	512	48
	17	217	217
9	81	729	54
	19	271	271
10	100	1000	60
	21	331	331
11	121	1331	66
	23	397	397
12	144	1728	72
	25	469	469
13	169	2197	78
&c.	&c.	&c.	&c.

Il eſt auſſi difficile, pour ne pas dire impoſſible, de ſe tromper en compoſant ces Tables par une ſimple addition ſuivant cette methode, & il eſt encore auſſi difficile qu'il ſe gliſſe dans l'impreſſion quelque erreur dont on ne s'apperçoive pas ſur le champ; qu'il eſt difficile au contraire d'éviter les erreurs de calcul & d'impreſſion dans

les Tables ſupputées à l'ordinaire : ce qui fait qu'on eſt toûjours dans l'incertitude quand on s'en ſert. C'eſt un ouvrage à entreprendre ſous les auſpices & par ordre de l'Auguſte Protecteur des Arts & des Sciences.

On ſentira mieux l'eſprit de la methode dans les exemples ſuivans.

Exemples de la formation des Quarrez & des Cubes d'une progreſſion Arithmetique donnée, comme 3, 10, 17, 24, 31, *&c.*

Racines.	*Quarrez & diff. I.*	*Diff. I. & II.*	*Racines.*	*Cubes & diff. I.*	*Diff. I. & II.*	*Diff. II. & III.*
3	9 91	 91	3	27 973	 973	
10	100 189	98 189	10	1000 3913	2940 3913	2940 2058
17	289 287	98 287	17	4913 8911	4998 8911	4998 2058
24	576 385	98 385	24	13824 15967	7056 15967	7056 2058
31	961 483	98 483	31	29791 25081	9114 25081	9114 2058
38	1444 581	98 581	38	54872 36253	11172 36253	11172 &c.
45 &c.	2025 &c.	&c.	45 &c.	91125 &c.	&c.	

Dans les quarrez naturels les premieres differences, 3, 5, 7, 9, &c. ſont ſi ſimples, qu'on n'a pas beſoin de les trouver par l'addition continuelle de la ſeconde difference toûjours égale 2; & de même dans les cubes naturels les ſecondes differences 12, 18, 24, 30, 36, &c, n'ont pas beſoin d'être trouvées par l'addition continuelle de la troiſiéme difference toûjours égale 6. Mais dans ces deux exemples on ne neglige rien, & tout eſt formé regulierement par addition, excepté la ſuite des racines, 3, 10, 17, 24, &c: & on devroit auſſi la former par addition conti-

nuelle, si la difference étoit beaucoup plus grande, comme 27, 66, 105, 144, &c.

REMARQUE II.

Il y a long-tems qu'on sçait que la seconde difference des quarrez naturels est 2, & la troisiéme difference des cubes est 6: Mais personne, que je sçache, n'a trouvé ni démontré tout le reste depuis le Theoreme II.

Ce qui suit est entierement neuf.

THEOREME VI.

Soit l'équation quelconque du second degré,

$$\pm axx \pm bx = c.$$

Je dis que si l'on donne à x la suite des valeurs d'une progression Arithmetique quelconque, comme $d.\ d+e.\ d+2e.\ d+3e.$ &c. les secondes differences des derniers termes ou homogenes de comparaison representez par c, seront toutes égales à $2aee$, c'est à dire au double du quarré de la difference des termes e multiplié par le coëfficient de la haute puissance a.

DEMONSTRATION.

Soit 1°. $x = d$.

Donc $\pm axx \pm bx = \pm add \pm bd = c$.

Soit 2°. $x = d + e$.

Donc $\pm axx \pm bx = \pm add \pm 2ade \pm aee \pm bd \pm be = c$.

Soit 3°. $x = d + 2e$.

Donc $\pm axx \pm bx = \pm add \pm 4ade \pm 4aee \pm 2bd \pm 2be = c$.

Les premieres differences sont $\pm 2ade \pm aee \pm be$

$$\pm 2ade \pm 3aee \pm be.$$

Donc la seconde difference est $2aee$. *Ce qu'il falloit démontrer.* Et supposant $d + e = f$, on aura $d + 2e = f + e$. $d + 3e = f + 2e$. Et la démonstration sera la même pour les trois valeurs $f.\ f+e.\ f+2e.$ que pour $d.\ d+e.\ d+2e.$ & ainsi de suite à l'infini. Donc, &c.

COROLLAIRE I.

Si $a = 1$, c'est à dire si l'équation est préparée en faisant

ſant évanoüir le coëfficient de la haute puiſſance pour avoir ſeulement $\pm xx \pm bx = c$, la ſeconde difference continuelle & toûjours égale ſera $2ee = 2aee$.

COROLLAIRE II.

Si l'on ſuppoſe encore $e = 1$, c'eſt à dire ſi l'on prend pour les valeurs d'x ces nombres d. $d + 1$. $d + 2$. &c. cette ſeconde difference ſera $2 = 2ee$.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la ſuite de tous les homogenes de comparaiſon, & par conſequent la ſuite de toutes les équations du ſecond degré arithmetiquement ſemblables. Par exemple.

Soit l'équation propoſée $7xx + 5x = c$. Si je prends pour x les termes d'une progreſſion Arithmetique donnée, comme 3, 11, 19, 27, 35, &c. dont la difference continuelle eſt 8, j'auray ſuivant la formule du Theoreme $a = 7$ & $8 = e$, & la ſeconde difference continuelle toûjours égale des derniers termes c, ou des homogenes de comparaiſon ſera $2aee$, c'eſt à dire $2 \times 7 \times 64 = 896$.

	Diff. I.	Diff. II.
Si $x = 3$, donc $7xx + 5x = 78$		
Si $x = 11$, donc $7xx + 5x = 902$	824	
Si $x = 19$, donc $7xx + 5x = 2622$	1720	896
Si $x = 27$, donc $7xx + 5x = 5238$	2616	896
Si $x = 35$, donc $7xx + 5x = 8750$	3512	896
&c. &c.	&c.	&c.

Soit 2°. l'équation propoſée $xx + 5x = c$, & ſoient encore les valeurs d'x, 3, 11, 19, 27, 35, &c.

on aura par la ſubſtitution	Diff. I.	Diff. II.
$xx + 5x = 24$		
$= 176$	152	
$= 456$	280	128
$= 864$	408	128
$= 1400$	536	128
&c.	&c.	&c.

La seconde difference continuelle, & toûjours égale des homogenes de comparaison, est $128 = 2 \times 64 = 2ee$.

Soit 3°. la même équation $xx + 5x = c$, & soient les valeurs d'x, 1, 2, 3, 4, 5, &c.

on aura par la substitution

	Diff. I.	Diff. II.
$xx + 5x = 6$		
$= 14$	8	
$= 24$	10	2
$= 36$	12	2
$= 50$	14	2
&c.	&c.	&c.

La seconde difference continuelle & toûjours égale est $2 = 2ee$.

Il est donc évident que dans toute équation du second degré où il n'y a qu'une inconnuë, sans fractions & sans incommensurables, on pourra former la suite de tous les homogenes de comparaison par une simple addition.

Si l'équation est sous cette forme $xx + ax = b$, supposez $x = 1$ & $x = 2$, & vous aurez pour homogenes de comparaison $a + 1$ & $2a + 4$, dont la difference est $a + 3$; & comme la seconde difference est toûjours 2, il n'est pas necessaire de faire une troisiéme supposition $x = 3$, & la suite des homogenes de comparaison se trouvera par addition, de même que la suite des quarrez naturels.

	Diff. I.	Diff. II.
$b = a + 1$		
$= 2a + 4$	$a + 3$	
$= 3a + 9$	$a + 5$	2
$= 4a + 16$	$a + 7$	2
$= 5a + 25$	$a + 9$	2
&c.	&c.	&c.

Si l'équation est sous cette forme $ax - xx = b$, c'est la même methode, & on trouvera

	Diff. I.	Diff. II.
$b = a - 1$		
$= 2a - 4$	$a - 3$	
$= 3a - 9$	$a - 5$	2
$= 4a - 16$	$a - 7$	2
$= 5a - 25$	$a - 9$	2
&c.	&c.	&c.

Enfin si elle est sous cette forme $xx - ax = b$, il est évident que x est toûjours plus grand que a. Ainsi supposant $x = a + 1 = a + 2$, on aura pour homogene de comparaison $b = a + 1$, comme dans le premier cas.

$= 2a + 4$
$= 3a + 9$
$= 4a + 16$
$= 5a + 25$

Exemples en nombres.

Soit l'équation proposée $7xx + 307x = 10764$.

Je suppose $x = 1 = 2 = 3$.	*Diff. I.*	*Diff. II.*
J'ay $7xx + 307x = 314$		
$7xx + 307x = 642$	328	
$7xx + 307x = 984$	342	14
&c. &c. &c.	&c.	&c.
$7xx + 307x = 17064$		

Les secondes differences toûjours égales des homogenes de comparaison sont 14, dont l'addition continuelle forme la suite des differences premieres 328, 342, 356, 370, &c. & l'addition des differences premieres aux homogenes précédens forment la suite de tous les homogenes $314 + 328 = 642$, & $642 + 342 = 984$ &c. & l'homogene donné se trouvera le 23[me], & par consequent $x = 23$.

Mais si l'homogene donné ne se fût pas trouvé dans cette suite, la valeur d'x auroit été irrationelle; & sa valeur auroit été entre les deux racines qui auroient formé les deux homogenes prochains, l'un plus grand & l'autre plus petit que l'homogene donné.

Soit encore l'équation proposée $xx + 307x = 7590$.

Supposant $x = 1 = 2 = 3$, &c.	*Diff. I.*
on aura $xx + 307x = 308$	
$= 618$	310
$= 930$	312
$= 1244$	314
&c.	&c.
$x = 23$. $= 7590$	

THEOREME VII.

Soit l'équation quelconque du troisiéme degré,

$$\pm ax^3 \pm bxx \pm cx = d.$$

Je dis que si l'on donne à x la suite des valeurs d'une progression Arithmetique quelconque $e.\ e+f.\ e+2f.\ e+3f.\ e+4f$ &c. les troisiémes differences des homogenes de comparaison representez par d, seront toutes égales à $6af^3$, c'est à dire à six fois le cube de la difference des termes f multiplié par le coëfficient de la haute puissance a.

DEMONSTRATION.

Soit 1°. $x = e$.

Donc $\pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \pm ae^3 \pm bee \pm ce = d$.

Soit 2°. $x = e + f$.

$$\text{Donc } \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \left.\begin{matrix} \pm ae^3 \pm 3aeef \pm 3aeff \pm af^3 \\ \pm bee \pm 2bef \pm bff \\ \pm ce \pm cf \end{matrix}\right\} d$$

Soit 3°. $x = e + 2f$.

$$\text{Donc } \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \left.\begin{matrix} \pm ae^3 \pm 6aeef \pm 12aeff \pm 8af^3 \\ \pm bee \pm 4bef \pm 4bff \\ \pm ce \pm 2cf \end{matrix}\right\} d$$

Soit 4°. $x = e + 3f$.

$$\text{Donc } \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \left.\begin{matrix} \pm ae^3 \pm 9aeef \pm 27aeff \pm 27af^3 \\ \pm bee \pm 6bef \pm 9bff \\ \pm ce \pm 3cf \end{matrix}\right\} d$$

Les premieres differences sont,

$$\begin{matrix} \pm 3aeef \pm 3aeff \pm af^3 \\ \pm 2bef \pm bff \\ \pm cf \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \pm 3aeef \pm 9aeff \pm 7af^3 \\ \pm 2bef \pm 3bff \\ \pm cf \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \pm 3aeef \pm 15aeff \pm 19af^3 \\ \pm 2bef \pm 5bff \\ \pm cf \end{matrix}$$

Les secondes differences sont,

$$\pm 6aeff \pm 6af^3$$
$$\pm 2bff$$
$$\pm 6aeff \pm 12af^3$$
$$\pm 2bff$$

Enfin la troisiéme difference est $6af^3$. *Ce qu'il falloit démontrer.* Et supposant $e+f=g$, on aura $e+2f=g+f$. $e+3f=g+2f$. $e+4f=g+3f$; & il est évident que la démonstration sera la même pour les quatre valeurs g. $g+f$. $g+2f$. $g+3f$, que pour les quatre e. $e+f$. $e+2f$. $e+3f$, & ainsi de suite à l'infini. Donc les troisiémes differences seront toutes $6af^3$.

COROLLAIRE GENERAL.

Dans quelque équation que ce soit, les differences de l'homogene d'un degré égal à celui de l'exposant de la haute puissance, sont toutes égales entr'elles & au produit continuel du coëfficient de la haute puissance multiplié continuellement par la suite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. jusques & compris l'exposant, & par la puissance homogene de la difference des termes de la progression Arithmetique, qui ont servi de racines à former les homogenes.

On peut supposer tel ou tels termes qu'on voudra évanoüis, les signes + & − combinez à discretion, & les coëfficiens en entiers ou en fraction, rationaux ou irrationaux.

II. COROLLAIRE GENERAL.

On pourra former par addition simple la suite de tous les homogenes des équations semblables. Il suffit pour cela de supposer dans les équations du second degré l'inconnuë $=1=2=3$. Dans les équations du troisiéme degré, il suffit de supposer cette inconnuë $=1=2=3=4$. Dans celles du quatriéme $=1=2=3=4=5$, & ainsi de suite. Car par l'addition continuelle des dernieres differences toûjours égales, on formera la suite des differen-

ces précédentes ; & par l'addition de celles-cy on formera les ante-penultiémes, & ainsi de suite en retrogradant jusqu'aux homogenes de comparaison.

III. COROLLAIRE GENERAL.

On pourra donc résoudre par la seule addition toute équation proposée ; ce qui est un veritable paradoxe.

REMARQUE I.

Il est évident que trouvant par addition simple la suite de tous les homogenes de comparaison, si l'homogene donné se trouve dans cette suite, la question est résoluë ; puisque la valeur supposée ou correspondante qui a formé cet homogene est évidemment une des racines cherchées : aprés quoy l'on peut continuer d'operer de même sur l'équation abbaissée d'un ou de plusieurs degrez pour avoir les autres racines. Mais si l'homogene donné se trouve entre deux homogenes prochains, la racine *cherchée* est irrationelle, & sa valeur est connuë à moins d'une unité prés, puisqu'elle est entre deux valeurs qui ne different que d'une unité, & qui ont formé les deux homogenes prochains, l'un plus grand & l'autre plus petit, & c'est tout ce qu'on peut souhaiter. Je suppose toûjours l'équation préparée de maniere, qu'il n'y ait qu'une inconnuë, sans fractions & sans incommensurables, qui sont les préparations ordinaires, & il n'est pas necessaire de faire évanoüir aucun terme moyen, ni le coëfficient de la haute puissance.

REMARQUE II.

En supposant $x = 1 = 2 = 3 = 4$, &c. l'homogene peut venir negatif ; ce qui marque seulement que x est plus grand que les nombres supposez. Mais si supposant $x = 1$ on trouve un homogene plus grand que le donné, x est une fraction irrationelle moindre que l'unité ; & si l'on veut en approcher à l'infini, il n'y a qu'à supposer une autre équation multiple & geometriquement semblable.

EXEMPLES.

Soit l'équation proposée $xx - 20x = 300$.

Si je suppose $x = 1 = 2 = 3 = 4$, &c.	*Diff. I.*	*Diff. II.*
J'auray $xx - 20x = -19$		
$= -36$	17	
$= -51$	15	2
$= -64$	13	2
&c.	&c.	&c.

On voit aisément par-là que la plus petite valeur qu'on puisse supposer pour avoir un homogene $= 0$, c'est $x = 20$, & par consequent $x = 21$ donnera le premier homogene positif tel que je le suppose toûjours, & il peut & doit toûjours l'être; & s'il ne l'étoit pas dans une équation proposée, il seroit aisé de le rendre positif en changeant tous les signes des termes affectez de l'inconnuë. Enfin si par la nature de l'équation les racines sont toutes negatives, on les rendra positives par le changement des signes suivant les regles ordinaires.

Je reviens à l'exemple cy-dessus $xx - 20x = 300$, où j'ay supposé $x = 1 = 2 = 3$, &c.

Je vois par les differences premieres 17, 15, 13, &c. qui vont toûjours en diminuant de 2, qu'au neuf & dixiéme termes cette difference sera 1, aprés quoy les homogenes negatifs vont en diminuant dans un sens contraire jusqu'à zero, comme on voit cy-dessous, & ensuite ils sont tous positifs.

$x = 0$, donc $xx - 20x = 0$
$x = 1$, donc $xx - 20x = -19$
$x = 2$, donc $xx - 20x = -36$
&c. $= -51$
$= -64$
$= -75$
$= -84$
$= -91$
$= -96$
$= -99$

$x = 10$, donc $xx - 20x = -100$
$x = 11$, donc $xx - 20x = -99$
&c. $= -96$
$= -91$
&c.
$x = 20$, donc $xx - 20x = 0$
$x = 21$, donc $xx - 20x = 21$
$x = 22$, donc $xx - 20x = 44$
$x = 23$, donc $xx - 20x = 69$
&c. $=$ &c.

Cette obſervation, qui n'eſt que curieuſe dans cet exemple, eſt abſolument neceſſaire dans d'autres, où la haute puiſſance eſt fort élevée, où il y a pluſieurs termes moyens affectez des ſignes $+$ & $-$ avec de grands nombres pour coëfficiens; & ſi le premier homogene poſitif trouvé eſt plus grand que l'homogene donné, la racine eſt irrationelle, & on pourra en approcher à l'infini par les équations geometriquement ſemblables. Ainſi ſi l'équation donnée eût été $xx - 20 = 18$, on ſeroit aſſuré que la racine eſt irrationelle entre 20 & 21, & il n'y auroit qu'à ſuppoſer,

$$xx - 200x = 1800$$
$$\text{ou } xx - 2000x = 180000$$
&c.

ou telle autre équation qu'on voudroit geometriquement ſemblable. Il y a pourtant un choix à faire indépendamment de la progreſſion décuple des nombres qui paroît la plus commode, mais qui n'approche pas le plus promptement qu'il ſoit poſſible. C'eſt ce que j'ay fait voir dans mon Traité de l'Extraction & de l'Approximation des racines. On trouvera donc toûjours aiſément la plus petite valeur d'x, qui donnera un homogene poſitif. Car ſi l'homogene negatif va en diminuant, on verra par les differences à quel terme il ſera poſitif; & s'il va en augmentant, il faut neceſſairement qu'il diminuë en ſens contraire avant que de devenir poſitif. Ainſi aprés deux ou trois ſubſtitutions dans les équations du ſecond degré, aprés trois

trois ou quatre substitutions dans les équations du troisiéme, & ainsi de suite en divisant par les dernieres differences égales les differences précédentes, le quotient dans le second degré, ajoûté à l'unité, donnera la valeur approchée en entiers, qui formera le plus grand homogene negatif, & par consequent le double donnera la valeur approchée pour former l'homogene positif, du moins à une unité prés. Dans les degrez plus élevez, on trouvera de même par la difference toûjours égale le terme où la difference précédente doit finir, & par celle-cy le terme de la précédente, en retrogradant de même jusqu'à l'homogene.

Je sçay que dans chaque cas particulier on peut donner des regles abregées pour trouver cette premiere & plus petite valeur d'x qui donne un homogene positif; ainsi dans l'équation $xx - ax = b$ il n'y a qu'à prendre d'abord $x = a + 1$. Mais il s'agit icy de trouver une methode qui soit en même tems tres-simple & tres-generale, & si l'on avoit par exemple cette équation,

$$x^5 - ax^4 + bx^3 - cxx - dx = e$$

il ne seroit pas aisé de trouver d'une maniere generale la plus petite valeur d'x qui donnât e positif, même en y appliquant la methode *de maximis & minimis*; au lieu qu'en supposant $x = 1 = 2 = 3$, &c. les dernieres differences seront toûjours 2 dans le second degré, 6 dans le troisiéme, 24 dans le quatriéme, 120 dans le cinquiéme, &c. & par-là on trouvera aisément ce qu'on cherche.

Lorsqu'on suppose $x = 1$, la somme des coëfficiens positifs moins la somme des coëfficiens negatifs donnera l'homogene de comparaison correspondant.

Lorsqu'on suppose $x = 2$, il faut écrire 2 multiplicateur sous le coëfficient des x, 4 sous le coëfficient des xx, 8 sous le coëfficient des x^3, 16 sous le coëfficient des x^4, & ainsi de suite, la somme des produits positifs diminuée de la somme des produits negatifs donnera l'homogene correspondant.

Lorsqu'on suppose $x = 3$, il faut écrire 3 sous le coëffi-

cient des x, 9 ſous le coëfficient des xx, 27 ſous le coëfficient des x^3, & ainſi de ſuite.

Rien n'empêche qu'on ne prenne au lieu des nombres 1, 2, 3, 4, &c. les nombres 10, 20, 30, 40, &c. ou 100, 200, 300, &c. ou 1000, 2000, 3000, &c. ſi l'on juge que ceux-cy donneront plutôt des homogenes poſitifs & aprochants par excés ou par défaut de l'homogene donné; la ſubſtitution en ſera auſſi aiſée que celle des nombres ſimples 1, 2, 3, &c. En un mot, il n'importe quels nombres on prenne en progreſſion Arithmetique, la methode peut toûjours s'y appliquer. Mais dés qu'on a trouvé des homogenes poſitifs, il faut revenir à la progreſſion Arithmetique, en augmentant ou en diminuant les valeurs d'x, ſelon que l'homogene trouvé eſt plus petit ou plus grand que l'homogene donné.

Enfin, ſi augmentant continuellement les valeurs d'x, l'homogene aprés avoir augmenté diminuë, & que dans ſa plus grande augmentation il ſoit encore plus petit que l'homogene donné, c'eſt une preuve que l'*équation eſt* impoſſible, & que toutes ſes racines ſont imaginaires. Par exemple, ſoit l'équation propoſée $-xx+20x=120$, ſuppoſant $x=1=2=3$, &c. on trouve la ſuite des homogenes 19, 36, 51, 64, 75, 84, 91, 96, 99, 100, 99, 96, 91, &c. 19, 0, & enſuite les homogenes ſont negatifs à l'infini; de ſorte que le plus grand de tous eſt 100. Or le donné eſt 120, l'équation eſt donc impoſſible, & toutes les racines ſont imaginaires. Quoique cette regle ſoit tres-ſimple & tres-generale, elle a beſoin dans la pratique d'être abbregée par la Regle ſuivante.

REGLE GENERALE

pour la réſolution des équations.

Je ſuppoſe l'équation préparée à l'ordinaire, enſorte qu'elle n'ait qu'une inconnuë délivrée des fractions & des incommenſurables, & pour plus grande facilité le coëfficient de la haute puiſſance réduit à l'unité, ſans qu'il ſoit

necessaire de faire évanoüir aucun terme moyen. Prenez pour valeurs de l'inconnuë les deux nombres entiers a & $a \pm 1$. (Je donneray dans la suite les regles necessaires pour faire cette supposition la plus juste qu'il soit possible par rapport à chaque espece d'équation) ensorte que les homogenes de comparaison soient positifs ; & substituant ces deux valeurs dans l'équation, vous aurez deux homogenes. Si l'un des deux se trouve égal à l'homogene donné, ou que l'un se trouve plus grand & l'autre plus petit, l'équation est résoluë ; car dans le premier cas $x = a$ ou $a \pm 1$, & dans le second une des valeurs est irrationelle entre a & $a \pm 1$, & on peut en approcher à l'infini par le moyen des équations geometriquement semblables. On peut aussi dans toute équation où il y a quelque racine réelle negative, la rendre positive en augmentant sa valeur, ensorte que l'homogene de comparaison soit aussi positif, & qu'il n'y ait qu'une racine à chercher. C'est la forme la plus commode pour le calcul. Les équations dont les racines sont toutes imaginaires ne sont d'aucun usage.

Si l'homogene donné se trouve plus grand ou plus petit que chacun des deux homogenes trouvez, ce qui est le cas le plus ordinaire : Prenez, 1°. La difference des deux homogenes trouvez. 2°. La difference de l'homogene donné à l'homogene trouvé prochainement plus grand ou plus petit. 3°. Divisez cette derniere difference par la premiere, & ajoûtez le quotient au nombre a s'il est plus petit, ou bien ôtez ce quotient d'a s'il est plus grand que la racine cherchée, & la somme dans le premier cas, & la difference dans le second donneront une seconde valeur approchée, laquelle étant substituée donnera un nouvel homogene, sur lequel & sur le donné & le prochainement plus grand ou plus petit, on continuëra d'operer de même en faisant cette Analogie, qui est sous-entenduë dans la premiere operation. *Si tant de difference entre deux homogenes vient de tant de difference entre les racines qui les ont formez, de combien viendra la difference entre l'homogene donné & le trouvé prochainement plus grand ou plus petit ?* Le

quotient étant ajoûté ou soustrait selon que la racine supposée a produit un homogene plus petit ou plus grand que l'homogene donné, donnera une nouvelle valeur sur laquelle on continuëra d'operer de même, & ainsi de suite jusqu'à ce qu'on trouve une racine exacte, ou deux racines qui ne different que d'une unité, & alors l'équation sera résoluë.

Au lieu d'a & d'$a \pm 1$, on peut supposer a & $a \pm b$, & chaque résolution particuliere d'une équation litterale servira de formule, & de regle generale pour la résolution de toute équation semblable. J'en feray l'application au fameux cas irreductible du troisiéme degré.

Cette Methode comprend directement la résolution de toutes les Equations déterminées, qui ont pour racines des Nombres entiers, & indirectement toutes celles qui n'ont pour racines que des fractions, ou des Nombres irrationaux; car il n'y a qu'à faire évanoüir suivant les Regles connuës & ordinaires le Coëfficient du premier Terme, & les Coëfficiens irrationaux ou en fraction.

MANOMETRE,

OU

Machine pour trouver le raport des raretés ou raréfactions de l'Air naturel d'un même lieu en différens tems, ou de différens lieux en un même ou en différens tems, &c.

PAR M. VARIGNON.

1705. 14. Novembre.

DAns les Mémoires du 15. Decembre 1693. j'ay démontré une Methode générale pour connoître le raport de l'air rarefié dans la Machine du vuide à l'air naturel, c'est à dire, le raport de la masse de cet air rarefié à celle d'un pareil volume de l'air extérieur du lieu où se

fait l'expérience ; & par-conséquent aussi le raport des densités ou raréfactions de ces deux airs. Voici ce qui m'est venu depuis en pensée pour comparer les densités ou raréfactions des airs naturels d'un même lieu en différens tems, ou de différens lieux en un même ou en différens tems ; & même des airs restés dans la même ou dans différentes Machines pneumatiques aprés quelque nombre que ce soit de coups de piston de chacune. Mais comme cette derniére comparaison dépend de la premiére, j'ay crû que pour mettre le Lecteur au fait, il falloit raporter ici ce que j'ay démontré de celle-là dans les Mem. de 1693. Le voici donc tel qu'il se trouve dans ces Mémoires, à quelques abréviations & quelques éxemples prés. Nous passerons ensuite à la description & aux usages de nôtre Machine, à qui nous donnons le nom de *Manometre*, pour les raisons qu'on dira cy-aprés.

§. I.

Methode pour trouver le raport de l'air naturel à l'air rarefié dans la Machine du vuide, le raport du Recipient ou Balon de cette Machine à sa pompe, & le nombre des coups de piston necessaires dans toutes les suppositions possibles de ces raports.

En 1693. ayant eu occasion d'éxaminer combien il reste d'air dans la Machine du vuide aprés tel nombre de coups de piston qu'on aura voulu ; je trouvay d'abord en général que *la quantité ou masse d'air naturel qui se trouve dans le Balon avant que de pomper, est toûjours à ce qu'il y en reste aprés tel nombre de coups de piston qu'on aura voulu ; comme la capacité de la pompe & du balon pris ensemble, élevée à une puissance dont ce nombre soit l'exposant, est à une pareille puissance de la capacité seule du balon.* Ce que je trouvay ensuite revenir à une Regle que M. (Jaq.) Bernoulli venoit de donner sans analyse ni démonstration dans la seconde These *De seriebus infinitis* de 1692. pour sçavoir combien il faut de coups de piston de la Machine pneumatique pour

y rarefier l'air en raison donnée : *Logarithmum rationis*, disoit-il, *quam habet raritas aëris desiderati ad raritatem aëris naturalis*, *divide per logarithmum rationis quam habet cavitas Recipientis & Antliæ simul ad cavitatem solius Recipientis : indicabit quotiens quæsitum agitationum numerum.*

M. Bernoulli n'en disoit pas davantage : Voici l'Analyse qu'il supprimoit, ou du moins celle qui me conduisit à cette même découverte. Mais pour rendre cette Physique éxacte, il faut auparavant convenir des termes.

I. *Définition* 1. On appelle ici *Air* tout ce que le piston de la pompe fait sortir de la Machine du vuide sans y pouvoir rentrer par les pores. Ce qui peut ainsi y rentrer, on l'appelle *Matière subtile*.

Défin. 2. On appelle *Air naturel*, l'air tel qu'il est dans la Machine du vuide avant que de pomper. Et celui qui y reste aprés qu'on a cessé de pomper, on l'appelle *Air restant*.

Défin. 3. On appelle *Volume* d'un corps, ce que sa surface renferme d'espace. Et l'on prend pour sa *Masse*, la quantité de matiére dont il est fait. En ce sens deux boules de même diamétre, quoique l'une soit d'un tissu plus serré que l'autre, sont de même *volume* ; mais celle qui est d'un tissu plus serré, a plus de *masse* que l'autre. C'est cette masse que l'on appelle *Quantité de matière* d'un corps.

Défin. 4. On appelle *Rarefaction*, l'augmentation de volume d'un corps par l'éloignement de ses parties (imperceptibles) entr'elles ; & *Condensation*, la diminution de ce volume par l'approche de ces mêmes parties entr'elles.

Défin. 5. On appelle *Coup de pompe* ou *de piston*, l'allée & la venuë du piston prises ensemble : de sorte que tirer le piston, & l'enfoncer à la même profondeur, ne passent ici que pour un seul coup de pompe ou de piston. Tant que le piston ne parcourt que le même espace, on dit que les *coups* sont *égaux*. L'espace qu'il parcourt au dedans de la pompe, on le prend pour la *capacité de cette pompe*. Par delà, c'est la *capacité du Balon*.

II. *Avertissement* 1. Dans la suite lorsqu'on parlera de

Balon & de Pompe, cela ne s'entendra que de leurs capacités telles qu'on les vient de définir.

Avert. 2. On ſuppoſera par tout que les coups de pompe d'une même experience ſont égaux entr'eux : ce qui ſe fera aiſément, en mettant des bornes fixes haut & bas, juſques auſquelles le piſton ou levier (qui ſert à le mouvoir) aille toûjours, & au delà deſquelles il ne puiſſe jamais paſſer.

Avert. 3. Lorſqu'on dit ſimplement *Air naturel*, on entend toûjours ce que le Balon en contient avant que de pomper, ou aprés qu'on l'y a laiſſé librement rentrer. Et quand on dit que la rarefaction de l'air naturel eſt à celle de l'air reſtant en telle ou telle raiſon, on ne veut dire autre choſe ſinon que la quantité de matiére ou la maſſe de l'air reſtant eſt à celle de l'air naturel en cette même raiſon. On a crû pouvoir ſuppoſer cette réciprocation de raports, parceque (*art.* 1. *défin.* 3. & 4.) l'air en même volume y eſt d'autant plus rarefié qu'il y en a moins.

Avert. 4. De même quand on dit que l'air eſt à l'air en telle ou telle raiſon, par éxemple, que l'air naturel eſt à l'air reſtant :: s^n. r^n. on ne prétend parler que du raport de maſſe ou de quantité de matiére : on veut dire ſeulement que la maſſe ou la quantité de matiére de l'air naturel eſt à celle de l'air reſtant :: s^n. r^n.

Avert. 5. On ſuppoſe dans tout ceci que la Machine du vuide, dont il eſt ici queſtion, ſoit juſte & que rien n'y puiſſe rentrer que par les pores, ou que la matiére capable de paſſer par les pores.

Peut-être que dans l'éxecution cela ne ſe trouvera pas toûjours éxactement vrai. Mais du moins la Regle ſuivante donnant préciſément la quantité d'air qui y ſeroit reſtée, ſi cette machine eût été telle qu'on la ſuppoſe ici ; il ne s'en faudra que ce qui pourroit s'y être gliſſé par les endroits où elle pourroit faire jour, qu'on ne ſache préciſément combien il y en reſte aprés qu'on a ceſſé de pomper : au lieu qu'en négligeant tout le reſte, comme l'on fait ordinairement, il s'en faudra toûjours ce que cette Regle

donne, qu'on ne soit aussi prés de la précision. La voici cette Regle.

THEORÊME.

III. *En général la masse ou quantité d'air naturel qui se trouve dans le Récipient ou Balon de la Machine du vuide avant que de pomper, est toûjours à celle de l'air qui y reste aprés tel nombre de coups de piston qu'on aura voulu, comme la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble, élevée à une puissance dont ce nombre soit l'exposant, est à une pareille puissance de la capacité seule du Balon.*

DEMONST. Soit a la masse ou quantité d'air naturel qui étoit dans le Balon avant que de pomper; x, ce qu'il y en reste aprés qu'on a cessé de pomper; r, la capacité du Balon; s, la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble; & n, le nombre des coups de piston donnés pour épuiser le Balon. Je dis donc en général que a est toûjours à x, comme s^n à r^n, c'est à dire, $a.\ x :: s^n.\ r^n$.

Pour le voir il suffit de considérer qu'à chaque fois qu'on tirera le piston, l'air qui étoit dans le Récipient, se répandra dans tout l'espace qui fait la capacité de la Pompe & du Récipient pris ensemble: Car delà il suit manifestement que la masse ou quantité d'air qui restera dans le Récipient à chaque coup de pompe, doit toûjours être à ce qu'il y en avoit immédiatement auparavant, comme la capacité du Récipient est à celle de la Pompe & du Récipient pris ensemble, c'est à dire $::\ r.\ s.$

Appellant donc a, b, c, e, f, g, &c. t, x, les différentes masses ou quantités d'air qui se trouvent successivement dans le Récipient ou Balon, à mesure que l'on pompe: sçavoir a, celle de l'air naturel qui y étoit au premier coup de pompe, c'est à dire, lorsqu'on a commencé de pomper; b, celle qui y étoit au second; c, celle qui y étoit au troisiéme; e, celle qui y étoit au quatriéme; & ainsi des autres jusqu'à la derniére x, qui y reste aprés tant de coups de piston qu'on aura voulu, dont le nombre soit n: on aura toûjours,

1°.

1°.	a.	b ::	s.	r.	
2°.	b.	c ::	s.	r.	
3°.	c.	e ::	s.	r.	
4°.	e.	f ::	s.	r.	
5°.	f.	g ::	s.	r.	
		&c.			
n°.	t.	x ::	s.	r.	
Donc	a.	x ::	s^n.	r^n.	

C'eſt à dire que la maſſe ou quantité (a) d'air naturel qui étoit dans le Récipient avant que de pomper, eſt toûjours à la maſſe ou quantité (x) de ce qu'il y reſte de cet air aprés tel nombre (n) de coups de piſton qu'on aura voulu, comme la puiſſance n de l'eſpace qui fait la capacité de la Pompe & du Récipient pris enſemble, eſt à une pareille puiſſance de la capacité du ſeul Récipient. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REGLE.

IV. *Corol.* Donc en prenant l pour la marque ou la caractériſtique des logarithmes des grandeurs qu'elle affecte ou précéde immédiatement : enſorte que la, lx, ls, lr, expriment les logarithmes des grandeurs a, x, s, r, l'Analogie précédente (*art.* 3.) donnant $\frac{a}{x} = \frac{s^n}{r^n}$, donnera auſſi $la - lx = ls^n - lr^n = nls - nlr$, pour Regle de tout ce que l'on peut éxactement faire d'expériences dans la Machine du vuide. En voici quelques éxemples dans les Problêmes ſuivans.

PROBLÊME I.

V. *Les capacités du Balon & de la Pompe de la Machine du vuide étant données, ou seulement leur raport, avec le nombre des coups de piston donnés pour l'épuiser; trouver le raport de l'air naturel à l'air qui y reste aprés qu'on a cessé de pomper, & par conséquent aussi le raport des rarefactions de ces deux airs.*

SOLUT. Les noms demeurant les mêmes que cy-dessus art. 3. & 4. l'on aura (*art.* 4.) $la - lx = nls - nlr$. Donc $nls - nlr$ est le logarithme de la raison cherchée de l'air naturel à l'air restant. D'où l'on voit que le logarithme de la raison de l'air naturel à l'air restant, est toûjours égal au produit du nombre des coups de piston par le logarithme de la raison de la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble, à la capacité seule du Balon. Ainsi tout étant connu (*hyp.*) dans ce produit, la raison de l'air naturel à l'air restant sera aussi connuë. Et par conséquent (*art.* 2. *avert.* 3.) le raport des rarefactions de ces airs le sera aussi. *Ce qu'il falloit trouver.*

VI. *Corol.* Cette raison étant donc, par exemple, comme p à q, l'on aura $a. x :: p. q.$ ou $aq = px$. Ce qui donnera $\frac{px}{q}$ pour l'air naturel (a), si l'on a l'air restant; ou $\frac{aq}{p}$ pour l'air restant (x), si l'on a l'air naturel : c'est à dire, la masse ou quantité d'air naturel $a = \frac{p}{q}$, en supposant celle de l'air restant $= 1$; ou celle-ci $x = \frac{q}{p}$, en supposant celle de l'air naturel $= 1$. Ainsi l'on connoîtra ce qu'il y aura d'air de reste dans le Balon aprés qu'on aura cessé de pomper; & par conséquent aussi le raport de sa rarefaction à celle de l'air naturel qui y étoit avant qu'on pompât, pourvû qu'on ait remarqué le nombre des coups de piston, & qu'on sache le raport de la Pompe au Balon.

Exemple. Soit, si l'on veut, le Balon de la Machine pneumatique en question, décuple de sa pompe; 30, le nom-

bre (n) des coups de piston donnés pour l'épuiser ; & qu'on demande ce qu'il y doit rester d'air aprés ces 30 coups de piston, ou quel sera pour lors le raport de la rarefaction de l'air restant à celle de l'air naturel. Je réponds qu'il y en doit rester environ une dix-huitiéme partie de ce qu'il y en avoit avant que de pomper ; & par conséquent (*art.* 2. *avert.* 3.) que cet air restant y doit être environ dix-huit fois plus rarefié que l'air naturel.

Car en ce cas le logarithme $ls - lr$ de la raison du Balon plus la Pompe au seul Balon, sera $= l11 - l10 =$ $10413927 - 10000000 = 413927$, lequel étant multiplié par $30 = n$, donnera 12417810 pour le logarithme $nls - nlr$ ($la - lx$) de la raison $\frac{a}{x}$ de l'air naturel à l'air restant. Donc en posant l'air naturel $a = 1$, l'on aura -12417810 pour le logarithme de l'air restant x : or ce nombre est aussi le logarithme d'environ $\frac{1}{18}$. Donc en ce cas l'air restant seroit environ une dix-huitiéme partie de l'air naturel du Balon ; & par conséquent aussi (*art.* 2. *avert.* 3.) la rarefaction de l'air restant dans le Balon aprés 30 coups de piston, seroit à celle de l'air naturel qui y étoit avant que de pomper :: 18. 1. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLÊME II.

VII. *Le raport de l'air naturel à l'air restant étant donné avec le nombre des coups de piston, trouver le raport de la Pompe au Balon.*

SOLUT. Les noms demeurant encore les mêmes que cy-dessus art. 3. & 4. l'on aura (*art.* 4.) $la - lx = nls - nlr$; & par conséquent $\frac{la - lx}{n} = ls - lr$. Donc $\frac{la - lx}{n}$ est le logarithme de la raison de la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble, à celle du seul Balon. Cette raison étant ainsi connuë, par exemple, comme de p à q, l'on aura $s . r :: p . q$. Et $s - r . r :: p - q . q$; c'est à dire que le logarithme de la raison de l'air naturel à l'air restant, divisé

par le nombre de coups de piston, a toûjours pour quotient le logarithme d'une raison dont l'antécédent moins le conséquent, est au conséquent, comme la Pompe est au Balon. Ainsi ce quotient étant (*hyp.*) connu, la raison de la Pompe au Balon le sera aussi. *Ce qu'il falloit trouver.*

VIII. *Corol.* On voit delà que la capacité du Balon étant connuë, celle de la Pompe sera $= \frac{rp - rq}{q}$, & si l'on connoît la capacité de la Pompe, par exemple $s - r = e$, celle du Balon sera $= \frac{eq}{p - q}$. De sorte qu'en prenant la capacité (r) du Balon pour l'unité, l'on aura $\frac{p - q}{q}$ pour celle de la Pompe; & réciproquement si l'on prend la capacité (e) de la Pompe pour l'unité, l'on aura $\frac{q}{p - q}$ pour celle du Balon.

Exemple. Soit le raport donné de la masse de l'air naturel à celle de l'air resté dans le Balon de la Machine du vuide aprés 30 coups de piston, comme 18 à 1, *c'est à dire*, $a. x :: 18. 1.$ Et par conséquent aussi (*art.* 2. *avert.* 3.) le raport de leurs rarefactions :: 1. 18. Et qu'on demande le raport de la capacité du Balon à celle de la Pompe; je réponds que ce raport doit être environ comme 10 à 1, c'est à dire que la capacité du Balon doit être environ décuple de celle de la Pompe.

Car si l'on prend pour l'unité la masse de l'air rarefié au point qu'on le suppose dans la Machine en question aprés 30 coups de piston, c'est à dire $x = 1$, l'analogie $a. x :: 18. 1.$ donnée cy-dessus, rendra aussi $a = 18$. Ce qui donnera $ls - lr \left(\frac{la - lx}{n}\right) = \frac{l18 - l1}{30} = \frac{12552725}{30} = 418424\frac{1}{6}$ pour le logarithme du raport $\frac{s}{r}$, lequel logarithme étant environ la difference des logarithmes de 11 & de 10, prouve que ce raport de s à r, est à peu prés celui de 11 à 10. Ainsi en prenant 10 pour la capacité (r) du Balon, l'on aura environ 11 pour la somme (s) des capacités de la Pompe & du Balon pris ensemble; & par conséquent le Balon sera environ décuple de sa Pompe.

Cette derniére conséquence suit encore du Corollaire (*art.* 8.) de ce Problême ; puisqu'en ce cas l'on auroit environ $p. q :: 11. 10$. Et par conséquent la capacité de la Pompe $= \frac{p-q}{q} = \frac{11-10}{10} = \frac{1}{10}$, en prenant celle du Balon pour l'unité ; ou bien la capacité du Balon $= \frac{q}{p-q} = \frac{10}{11-10} = \frac{10}{1}$, en prenant celle de la Pompe pour l'unité. D'où l'on voit, dis-je, encore que la capacité du Balon doit être environ décuple de celle de la Pompe. *Ce qu'il falloit trouver.*

IX. *Schol.* Si outre les choses données dans ce Prob. 2. *art.* 7. l'on avoit aussi la capacité du Balon, celle de la Pompe se pourroit trouver encore autrement ; ou si l'on avoit la capacitéde la Pompe, celle du Balon se trouveroit encore aussi. Car la Regle de l'art. 4. donnant $la - lx = nls - nlr$, l'on auroit $\frac{la - lx}{n} + lr$ pour le logarithme (ls) de la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble. Ainsi tout y étant (*hyp.*) connu, cette capacité le seroit aussi. Il n'y auroit donc plus qu'à en retrancher, ou la capacité connuë du Balon pour avoir celle de la Pompe, ou la capacité connuë de la Pompe pour avoir celle du Balon.

PROBLÊME III.

X. *Le raport de la Pompe au Balon étant donné, avec celui de l'air naturel à l'air restant ; trouver le nombre des coups de piston necessaires, pour que ces raports se trouvent ensemble : par exemple, pour rarefier l'air en raison donnée dans une Machine pneumatique dont le Balon & la Pompe soient connus, ou d'une raison connuë.*

SOLUT. Les noms demeurant encore les mêmes que dans l'art. 3. & 4. l'on aura encore (*art.* 4.) $la - lx = nls - nlr$; & par conséquent $\frac{la - lx}{ls - lr} = n$. C'est à dire que comme le logarithme de la raison de la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble, à la capacité seule du Balon, est au logarithme de la raison de l'air naturel à

l'air reſtánt, ainſi l'unité eſt toûjours au nombre cherché des coups de pompe ; ou (ce qui revient au même) le quotient du ſecond de ces logarithmes diviſé par le premier, eſt toûjours égal à ce nombre cherché. Ce qui eſt la Regle de M. Bernoulli, & *ce qu'il falloit trouver.*

Exemple. Soit la capacité du Balon de la Machine pneumatique dont on veut ſe ſervir, décuple de celle de ſa Pompe ; & qu'on demande le nombre des coups de piſton neceſſaires pour y rarefier l'air 18 fois plus qu'il ne l'étoit avant que l'on pompât. Je réponds qu'il faudra environ 30 coups de piſton pour cela.

Car puiſque (*hyp.*) la capacité du Balon eſt décuple de celle de ſa Pompe, ſi l'on prend celle-ci pour l'unité, celle (r) du Balon ſera $=10$; ce qui donnera leur ſomme $s=11$. Pareillement puiſqu'on veut que la rarefaction de l'air reſtant, ſoit à celle de l'air naturel contenu dans le Balon avant que de pomper : : 18. 1. la maſſe (x) de cet air reſtant doit réciproquement être (*art.* 2. *avertiſſ.* 3.) à celle (a) de cet air naturel : : 1. 18. De ſorte qu'en prenant auſſi $x=1$, l'on aura de même $a=18$. Donc en ce cas l'on aura $n \left(\frac{la - lx}{ls - lr}\right) = \frac{l18 - l1}{l11 - l10} = \frac{12552725}{10413927 - 10000000} = \frac{12552725}{413927} = 30 + \frac{134915}{413927}$: Ce qui ſignifie qu'il faut environ trente coups de piſton, ou trente & un quart, pour rarefier l'air de la Machine ſuppoſée dans la raiſon que l'on demande.

Telle eſt la maniere de rendre éxactes les expériences de la Machine pneumatique, qu'on ſuppoſe dans l'uſage du Manometre dont il s'agit principalement ici, & dont on va donner la deſcription.

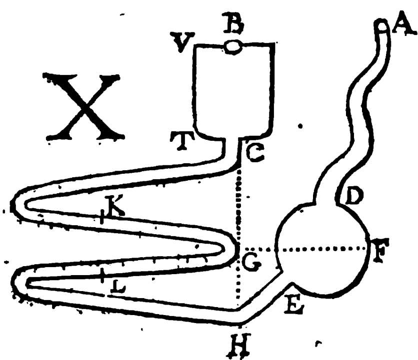
§. II.

Manometre ou Machine pour trouver le raport des raretés ou raréfactions des Airs naturels d'un même lieu en différens tems, ou de différens lieux en même ou en différens tems; & même des Airs reſtés dans la même ou dans différentes Machines pneumatiques aprés quelque nombre que ce ſoit de coups de piſton de chacune.

XI. Cette Machine eſt un Tuyau *CGHE*, qui porte à ſes extrémités deux ventres ou têtes *BC*, *DE*, dont la premiére *BC* doit être de figure cylindrique, pour en diviſer plus aiſément la capacité en parties égales à celles de ce tuyau, s'il eſt néceſſaire de la diviſer, comme il le ſeroit ſi la liqueur, dont ce tuyau doit être à demi rempli, pouvoit monter dans cette tête; ou du moins pour connoître plus aiſément le raport de la capacité de cette même tête à celle de ce tuyau, ce qui ſeroit neceſſaire quand même il ſuffiroit de diviſer la longueur de ce tuyau ſans diviſer la hauteur de ſa tête *BC*, comme il devroit ſuffire ſi la liqueur ne montoit jamais dans cette tête. La ſeconde *DE* ſera de telle figure qu'on voudra. Elles doivent être d'abord ouvertes toutes deux d'un petit trou en *B* & en *A*. Ce tuyau doit être replié en un paquet de la moindre hauteur poſſible: il n'importe de quelle maniére, pourvû qu'il ſoit toûjours en pente depuis le haut juſqu'au plus bas de ſes replis, c'eſt à dire ici, depuis *C* juſqu'en *H*; il faut pour la commodité du calcul, que l'axe ou les côtés de ſa tête cylindrique *BC* ſoient verticaux; & que l'horizontale *GF* paſſe environ par le milieu de la longueur de ce tuyau & de ſa tête *DE*. Il doit

être rempli d'une liqueur colorée, telle qu'eſt celle des Barometres doubles, juſqu'à environ ce milieu. Il faut enſuite ſcêler ou boucher fort éxactement le trou *B*, & laiſſer l'autre *A* ouvert avec un bec fort long & fort délié pour rendre l'évaporation de la liqueur fort difficile, retortillé en pluſieurs façons en cas que cette forme y puiſſe auſſi contribuer: du moins elle n'y nuira pas. La capacité de la boule ou ventre *DE* doit être à peu prés égale à celles du tuyau & de la tête *BC* priſes enſemble: il vaut mieux qu'elle ſoit plus grande que plus petite; il doit y avoir une aſſez grande quantité de liqueur pour que la compreſſion de l'air de la Machine cauſée par le froid, ou par le poids de l'air exterieur qui peſe ſur la liqueur, ou par tous les deux enſemble, ne faſſe jamais deſcendre cette liqueur juſqu'en *H*, que je ſuppoſe le plus bas du tuyau, de peur qu'il n'y entre de l'air extérieur, qui (comme l'on va voir) romproit toutes les meſures de la Machine. Les capacités du tuyau de cette Machine & de ſa tête *BC*, doivent auſſi être telles que l'air qui eſt dedans, ne s'étende *pas tout* à fait juſqu'au bas de ce tuyau dans ſa plus grande dilatation, de peur qu'il ne s'échape par le bec *DA* qu'on ſuppoſe ouvert; ce qui ſeroit encore un inconvénient égal au premier. C'eſt-pourquoi ce tuyau ne ſçauroit être trop long ni trop délié, pourvû que la liqueur s'y puiſſe mouvoir comme dans les Barometres doubles ou Thermometres.

Au reſte cette proportion des parties de nôtre Machine n'eſt pas ſi rigoureuſe qu'il ne ſoit aiſé de la connoître ſoit en Hyver, & ſoit en Eſté par le moïen du Thermometre de Florence; & peut-être même en quelque tems que ce ſoit, en environnant ce Thermometre de glace qui le refroidiſſe autant que l'Hyver, & en l'approchant enſuite du feu,



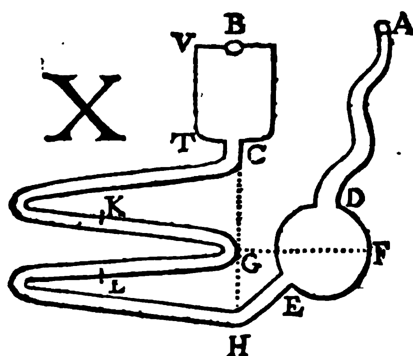
feu, ou en le plongeant dans de l'eau chaude qui l'échauffe autant & plus que l'Esté; surtout en ajoûtant à la glace une colonne de mercure dans la branche de ce Thermometre par où l'air extérieur pese, laquelle soit égale ou même plus haute que la plus grande différence de hauteur qu'on ait observée jusqu'ici dans celui des Barometres; & cela, pour suppléer à ce qu'il s'en faudroit alors que le poids de l'atmosphere ne fût aussi grand qu'on l'ait jamais observé. Ces deux extrémités de compression & de dilatation de l'air du Thermometre de Florence feront aisément reconnoître les proportions suffisantes des parties de nôtre Machine, pour empêcher qu'il n'y entre ni sorte de l'air selon les différens tems, en quelque lieu qu'on la porte, qui sont les deux inconveniens qu'il falloit éviter.

XII. Cette Machine ainsi décrite, voici les définitions de quelques termes qui servent à la démonstration de ses usages. L'espace *BCG*, que l'air resté dans cette Machine y occupoit au tems de sa construction, c'est à dire, le premier volume de cet air dans cette Machine, s'appellera son *volume primitif*, ou *espace primitif*; & l'espace, par exemple, *BCK* que le changement de tems y fera occuper à ce même air, s'appellera son *volume* ou *espace réduit*. La densité ou la rarefaction du volume primitif de l'air de la Machine, s'appellera aussi sa *densité* ou sa *rarefaction primitive*; & la densité ou la rarefaction de son volume réduit, s'appellera de même sa *densité* ou sa *rarefaction réduite*. Quant à la Machine **X**, on l'appellera *Manometre*, à cause qu'elle doit servir à mesurer la rarefaction de l'air extérieur, lequel s'appellera aussi *Air naturel*. C'est de ce que cette Machine fait le Barometre & le Thermometre tout ensemble à la maniére du Thermometre de Florence, qu'elle devient propre à cet usage: voici comment.

XIII. La maniére dont cette Machine vient (*art.* II.) d'être remplie, fait assez voir que ce qu'il y a d'air dans l'espace primitif *BCG*, est homogene & semblable à celui du dehors, c'est à dire que cet espace contient un volume d'air naturel égal à *BCG*.

XIV. On voit aussi que lorsque la liqueur de ce tuyau sera à niveau, par exemple en *FG*, l'air *BCG* sera d'une rarefaction precisément égale à celle de l'air extérieur & naturel où se trouve pour lors la Machine. Car la colonne *GLH* soûtenant alors la colonne *FEH*, l'air *BCG* soûtiendra seul le poids de la colonne atmosphérique qui pese par le trou *A*. Donc cet air *BCG* sera pour lors autant comprimé par le poids de l'atmosphere, que celui du lieu où se trouve le Manometre; & par conséquent la chaleur étant (*hyp.*) égale de part & d'autre, l'air *BCG* se trouve alors d'une condensation ou rarefaction précisément égale à celle de l'air extérieur.

XV. Il est vrai que lorsque la liqueur se trouvera plus haute du côté de *G* que du côté de *F*, il s'en faudra précisément le poids de cette différence de hauteur, que l'air *BCG* ne soûtienne toute la colonne atmosphérique qui pese par le trou *A*; & si la liqueur se trouve plus haute du côté de *F* que du côté de *G*, outre la colonne atmosphérique, l'air *BCG* aura encore cette différence de hauteur à soûtenir, & en sera de cela plus comprimé que l'air extérieur. Mais cette différence de hauteurs de part & d'autre devant toûjours être moindre que *BH* qui sera aussi petite qu'on voudra, ou du moins à fort peu prés, à cause des replis du tuyau qui sont à discrétion, & presqu'aussi la hauteur de sa tête *BC*; cette différence de hauteurs n'est presque rien par raport à celle d'une colonne de cette liqueur, capable de faire seule équilibre contre tout ce qu'il y a d'air qui pese par le trou *A*. Ainsi l'on peut sans beaucoup s'éloigner de la précision, regarder cette liqueur comme toûjours à niveau dans ce tuyau.



XVI. Or en ce cas on vient de voir (*art.* 14.) que l'air

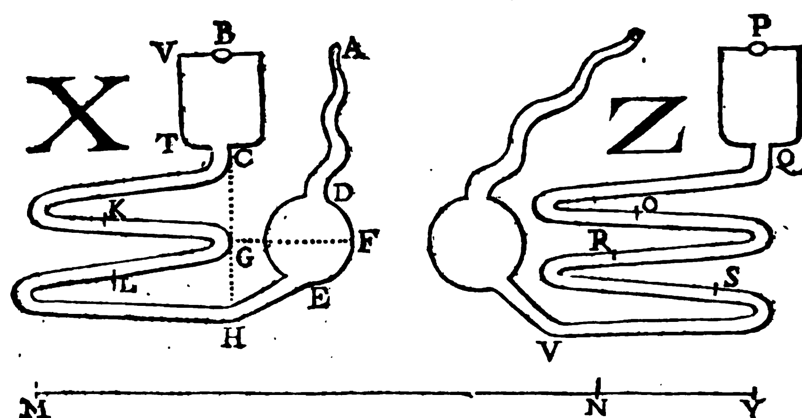
BCG seroit toûjours homogene & semblable à l'air du lieu où seroit le tuyau. Donc cette Machine est telle que, quelque changement qu'il arrive à l'air extérieur, l'air *BCG* sera toûjours d'une rarefaction ou condensation égale à celle de cet air extérieur, c'est à dire, homogene à l'air du lieu où le tuyau se trouvera. Et voilà à quoy sert que cette Machine fasse le Barometre & le Thermometre tout ensemble.

XVII. Il suit delà que lorsque le poids de l'air extérieur, ou la chaleur, ou tous les deux ensemble, feront que l'air *BCG* qui se terminoit auparavant en *G*, se termine par exemple en *K*; ce qu'il y avoit d'air dans *BCG*, se trouvera dans *BCK*, & cet air *BCK* sera homogene à l'extérieur qui environne alors le Manometre. Donc les masses, en pareils volumes, de cet air extérieur & de celui qui étoit d'abord en *BCG*, ou (ce qui revient au même) leurs densités, seront alors entr'elles comme *BCG* à *BCK*, c'est à dire, comme l'espace primitif est à l'espace réduit. Ainsi en général on peut dire que *les densités ou les masses en pareils volumes, des airs naturels de différens tems, sont toûjours en raison réciproque des espaces réduits d'un même Manometre, c'est à dire, en raison réciproque des espaces que ces airs extérieurs y font occuper à celui du tuyau; & par conséquent aussi leurs rarefactions en raison directe de ces espaces.*

Par exemple, si dans le lieu *A* le premier Aoust 1704. le matin à 7. heures, l'air du Manometre **X** étoit en *L*; & que dans le lieu *B* le dernier Decembre à midy de la même année, cet air du Manometre **X** ait été en *K*; la densité de l'air extérieur ou naturel du premier Aoust 1704. à 7. heures du matin dans le lieu *A*, aura été à la densité de celui du dernier Decembre de la même année à midy, comme *BCK* à *BCL*; ou (ce qui revient au même) la rarefaction du premier aura été à celle du second, comme *BCL* à *BCK*. Et ainsi du reste, soit que *A* & *B* soient le même ou différens lieux.

XVIII. Voilà déja pour connoître avec un seul Manometre le raport des densités ou des rarefactions des airs

extérieurs & naturels de differens tems, soit en même ou en différens lieux. Mais pour avoir ce raport en différens lieux en même tems, ou plutôt pour l'avoir en général, il faut autant de ces Machines qu'il y aura de lieux dont on voudra comparer les densités ou les rarefactions de l'air naturel & extérieur, sçavoir une en chacun de ces lieux : En voici la Regle.



Soient plusieurs Manometres **X**, **Z**, &c. remplis d'abord jusqu'en *G*, *R*, &c. d'un même air ou de différens airs quelconques, c'est à dire, d'airs pris en un ou en différens lieux, en un même ou en différens tems; lesquels Manometres soient ensuite transportés où l'on voudra: par éxemple, **X** à Paris, & **Z** à Rome.

Soient m, μ, les masses ou quantités d'air naturel laissées dans ces machines dans le tems de leur construction; V, U, les volumes primitifs *BCG*, *PQR*, de ces masses, ou ce qu'elles y occupoient d'abord d'espace; D, Δ, leurs densités primitives, ou ce qu'elles en avoient alors; u, v, leurs volumes réduits *BCK*, *PQS*, ou ce qu'elles y occupoient d'espace dans les lieux & dans les tems dont on veut comparer les expériences; & d, δ, leurs densités réduites, ou ce qu'elles y avoient alors.

Manometres . . . . X, Z.
Masses d'air comprises dans ces Manometres . m, μ.
Volumes primitifs de ces masses. . . . . . V, $\mathcal{V}$.
Leurs densités primitives. . . . . D, Δ.
Leurs volumes réduits. . . . . u, υ.
Leurs densités réduites. . . . . d, δ.

Cela posé, si l'on considére que la masse de quelque corps que ce soit, est toûjours comme le produit de son volume par sa densité, l'on aura $V \times D . \mathcal{V} \times \Delta :: m . \mu : ud . \upsilon\delta$. Donc $\frac{V \times D}{ud} = \frac{\mathcal{V} \times \Delta}{\upsilon\delta}$, ou $d . \delta :: \frac{V \times D}{u} . \frac{\mathcal{V} \times \Delta}{\upsilon}$. sera une Regle générale par le moyen de laquelle le même ou différens Manometres donneront le raport des densités, & par conséquent aussi des rarefactions des airs naturels d'un même lieu en différens tems, ou de différens lieux en même ou en différens tems.

REGLE.

$$d . \delta :: \frac{V \times D}{u} . \frac{\mathcal{V} \times \Delta}{\upsilon}.$$

Si l'on doutoit que les masses fussent comme les produits de leurs volumes par leurs densités, il n'y auroit qu'à supposer,

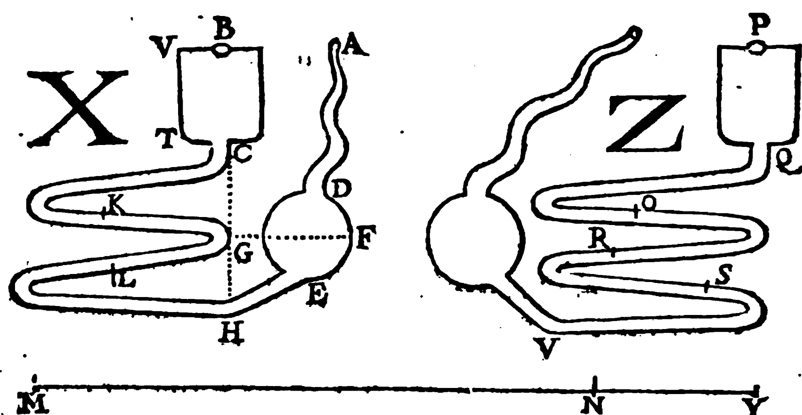
Trois masses . . . . m, M, μ.
Dont les volumes fussent . . . . . u, u, υ.
Et les densités . . . . d, δ, δ.

Alors on auroit $\begin{cases} m . M :: d . \delta. \\ M . \mu :: u . \upsilon. \end{cases}$

Donc aussi $m . \mu :: ud . \upsilon\delta$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

XIX. Pour faire usage de la Regle précédente, & en tirer tous les raports dont on vient de parler, il faut premiérement considérer que la graduation du Manometre X donnant en nombres le raport de l'espace ou volume primitif *BCG* (V) à l'espace ou volume réduit *BGK* (u), donne toûjours en nombres la valeur de la fraction $\frac{V}{u}$. Par la même raison la graduation du Manometre Z donnera

aussi toûjours en nombres la valeur de la fraction $\frac{v}{v}$. Ainsi dans la Regle précédente (*art.* 18.) $d.\delta :: \frac{r}{u} \times D. \frac{v}{v} \times \Delta$. il n'y a plus qu'à trouver le raport des densités primitives D, Δ, pour avoir celui qu'on cherche entre les densités réduites d, δ, c'est à dire, entre les densités des airs extérieurs & naturels des lieux & des tems dans lesquels les Manometres **X** & **Z** ont donné les espaces réduits *BCK* (u) & *PQS* (v) où l'air de ces Machines se trouvoit avoir ces densités réduites.



Secondement pour avoir le raport des densités primitives D, Δ, que cet air avoit dans ces Manometres au tems de leur construction, il faut aussi considérer qu'en rassemblant ces Manometres dans un même lieu, & en les y observant en même tems; les densités réduites de l'air qu'ils renferment, se trouvant alors (*art.* 16.) égales à celle de l'air extérieur où ils se trouvent, elles doivent alors être égales entr'elles, c'est à dire que $d = \delta$. Donc aussi pour lors (*art.* 18.) $\frac{r}{u} \times D = \frac{v}{v} \times \Delta$, ou $D. \Delta :: \frac{v}{v}. \frac{r}{u}$. Ainsi les fractions $\frac{v}{v}, \frac{r}{u}$, résultantes de cette derniére observation faite sur les deux Manometres **X** & **Z** à la fois, c'est à dire en même lieu & en même tems quelconques, se trouvant en nombres par le moyen des graduations de ces

Manometres, suivant ce qui vient d'être dit ; l'on aura aussi pour lors le raport des densités primitives D, Δ, des airs des Manometres **X**, **Z**, en quelque différence de tems & de lieux qu'ils aient été remplis.

Donc en comparant ensuite tout ce qu'on peut avoir fait d'expériences avec ces deux Manometres en quelque différence de lieux & de tems que ce soit, la Regle $d. \delta :: \frac{V}{u} \times D. \frac{v}{v} \times \Delta$. de l'art. 18. donnera aussi le raport des densités d, δ, qu'avoient alors les différens airs de ces Manometres, & par conséquent aussi (*art.* 6.) les différens airs extérieurs & naturels des lieux & des tems où ces expériences auront été faites. *Ce qu'il falloit trouver.*

Par éxemple, soit l'air du Manometre **Z** observé à Rome en S le dernier Aoust 1704. à midy, & celui du Manometre **X** observé à Paris en K le premier Decembre de la même année à 10. heures du matin, ensorte que les graduations de ces Manometres donnent $PQS = \frac{1}{4} PQR$, & $BCK = \frac{2}{3} BCG$: c'est à dire (*art.* 18.) $v = \frac{1}{4} U$, & $u = \frac{2}{3} V$. En ce cas l'on aura $\frac{v}{v} = \frac{4}{5}$, & $\frac{V}{u} = \frac{3}{2}$; ce qui étant substitué dans l'Analogie générale $d. \delta :: \frac{V}{u} \times D. \frac{v}{v} \times \Delta$. de l'art. 18. donnera $d. \delta :: \frac{3}{2} D. \frac{4}{5} \Delta :: 15 D. 8 \Delta$. pour l'expression du raport cherché entre les densités d, δ, où l'air des Manometres **X** & **Z** étoit reduit à Paris & à Rome dans les tems précédens ; de laquelle expression les densités primitives D, Δ, de ce même air, restent encore à chasser par la substitution de l'expression de leur raport.

Pour cela, soit le Manometre **Z**, qui étoit à Rome, apporté à Paris avec le Manometre **X** ; & que l'air de celui-ci & de l'autre y soit observé en même lieu & en même tems quelconque, par éxemple le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, en L & en O, ensorte que BCL soit $= \frac{6}{5} BCG$, & $PQO = \frac{1}{2} PQR$: c'est à dire (*art.* 18.)

$u = \frac{6}{5} V$, & $v = \frac{1}{2} U$; ou $\frac{V}{u} = \frac{5}{6}$, & $\frac{U}{v} = 2$. La Regle ou Analogie générale $d. \delta :: \frac{V}{u} \times D. \frac{U}{v} \times \Delta$. de l'art. 18. donnera ici $d. \delta :: \frac{5}{6} D. 2 \Delta :: 5 D. 12 \Delta$. Mais les densités réduites d, δ, dont il s'agit ici, ayant été (*hyp.*) observées en même tems au même endroit de Paris, doivent (*art.* 16.) être égales chacune à celle de l'air extérieur de ce tems en cet endroit, & par conséquent aussi égales entr'elles. Donc l'on aura pareillement ici $5 D = 12 \Delta$; ce qui donne $D. \Delta :: 12. 5$. D'où l'on voit qu'en quelque lieu & en quelque tems que les Manometres X & Z ayent été construits, les densités primitives D, Δ, de l'air qu'ils contiennent, c'est à dire, les densités des airs extérieurs des lieux & des tems où ces Manometres ont été faits, étoient comme 12 à 5. lorsque ces airs y furent enfermés.

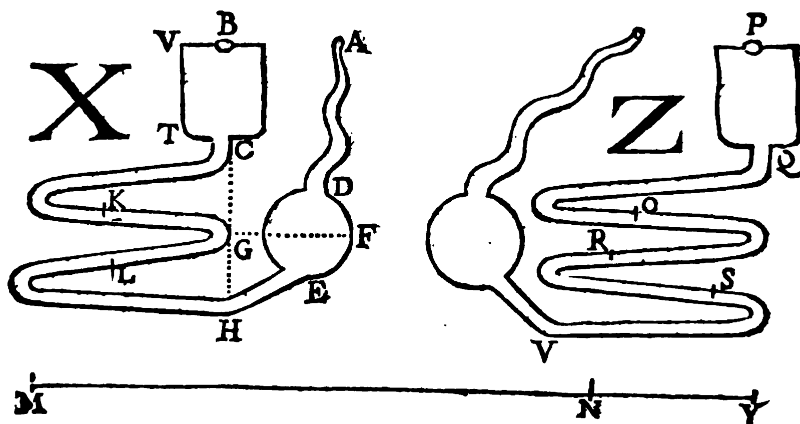
Le raport de ces densités primitives D & Δ, étant ainsi trouvé, il n'y a plus qu'à substituer leurs expressions 12 & 5 dans l'Analogie $d. \delta :: 15 D. 8 \Delta$. trouvée cy-dessus pour l'expression du raport des densités cherchées d, δ, de l'air des Manometres X, Z, ou des airs extérieurs de l'endroit de Paris où étoit le Manometre X le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, & de l'endroit de Rome où étoit le Manometre Z le dernier Aoust à midy de la même année; & l'on aura enfin pour ces mêmes densités cherchées $d. \delta :: 15 \times 12. 8 \times 5 :: 180. 40 :: 9. 2$.

Ainsi nonobstant la différence des airs dont les Manometres X & Z peuvent avoir été remplis, selon la différence des tems & des lieux où ils l'ont été; non-seulement l'expérience faite sur tous les deux en même tems à Paris, sçavoir le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, donne le raport des densités primitives de ces airs, comme 12 à 5; mais encore cette expérience jointe aux deux premiéres faites, l'une à Paris avec le Manometre X le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, & l'autre à Rome avec

avec le Manometre Z le dernier Aouſt de la même année 1704. à midy, fait voir que dans ces deux expériences-ci faites en ces différens tems à Paris & à Rome, la denſité réduite de l'air du Manometre X à Paris, étoit à la denſité réduite de l'air du Manometre Z à Rome, comme 9 à 2 : Et par conſéquent auſſi (*art.* 16.) que la denſité de l'air extérieur & naturel de l'endroit de Paris où étoit le Manometre X à 10 heures du matin le premier Decembre 1704. étoit à la denſité de l'air naturel de l'endroit de Rome où étoit le Manometre Z le dernier Aouſt de la même année à midy, comme 9 à 2; ou (ce qui revient au même) que la rarefaction de l'air de Paris étoit à celle de l'air de Rome, comme 2 à 9.

XX. Voilà de quelle maniére des expériences faites en différens tems & en différens lieux avec différens Manometres, donneront le raport des denſités ou des rarefactions de l'air naturel des lieux & des tems où ces expériences auront été faites, quelle qu'ait été la différence des denſités ou des rarefactions primitives de l'air de ces deux Manometres, c'eſt à dire, en quelque différence de tems ou de lieux qu'ils en aient été remplis au tems de leur conſtruction. Mais le calcul en ſeroit de la moitié plus court, & il ne ſeroit plus beſoin de raſſembler ces Manometres dans un même lieu pour les y obſerver en même tems, & pour en déduire (comme cy-deſſus *art.* 19.) le raport des denſités primitives de l'air qu'ils contiennent, ſi cet air y avoit été enfermé en même tems & en même lieu : car cet air ſe trouvant alors le même dans ces Manometres X, Z, les denſités primitives en ſeroient auſſi les mêmes; ce qui dans toutes les expériences faites en telle différence de tems & de lieux qu'on voudroit avec ces Manometres remplis d'un même air, donneroit toûjours & partout $D = \Delta$. Donc avec de tels Manometres la Regle générale $d. \delta :: \frac{V}{u} \times D. \frac{v}{v} \times \Delta$. de l'art. 18. ſe changera en celle-ci $d. \delta :: \frac{V}{u}. \frac{v}{v}$. De ſorte

qu'en quelque tems & en quelque lieu qu'on s'en ſerve, il n'y aura que les valeurs ou le raport des fractions $\frac{V}{u}$, $\frac{v}{v}$, à trouver pour avoir celui des denſités d, δ, ou des rarefactions des airs extérieurs & naturels de ces païs en ces tems-là ; au lieu qu'avec d'autres Manometres remplis de différens airs, il faudroit chercher de plus le raport des denſités primitives de ces airs ; ce qui (comme l'on vient de voir *art.* 19.) doubleroit le calcul. Pour ce qui eſt de la valeur ou du raport des fractions $\frac{V}{u}$, $\frac{v}{v}$, les graduations des Manometres le donneront en nombres comme dans l'art. 19. Et avec cela ſeul l'analogie précédente $d.\delta :: \frac{V}{u}. \frac{v}{v}$. donnera auſſi en nombres le raport des denſités d, δ, ou des rarefactions des airs naturels des lieux & des tems où les Manometres remplis d'un même air quelconque, auront ſervi à faire les expériences à comparer.



Par éxemple, ſoient préſentement les Manometres X & Z de Paris & de Rome, remplis d'un même air, c'eſt à dire, d'un air pris en même tems & en même lieu dans le tems de leur conſtruction en ce même lieu, d'où ils aïent enſuite été tranſportés, l'un à Paris, & l'autre à Rome. Suppoſons que l'air du Manometre X ait été obſer-

vé à Paris en K dans le tems t, & que celui du Manometre Z l'ait été en S à Rome dans le tems θ : ensorte que les graduations de ces Manometres donnent encore $BCK = \frac{2}{3} BCG$, & $PQS = \frac{5}{4} PQR$: c'est à dire (*art.* 18.) $u = \frac{2}{3} V$, & $v = \frac{5}{4} U$; ou $\frac{V}{u} = \frac{3}{2}$, & $\frac{v}{U} = \frac{4}{5}$. Donc suivant l'analogie précédente $d. \delta :: \frac{V}{u} . \frac{v}{U}$. l'on aura $d. \delta :: \frac{3}{2} . \frac{4}{5} :: 15. 8$. Ce qui signifie que la densité de l'air extérieur & naturel du tems t à Paris, étoit à celle du tems θ à Rome (c'est à dire des endroits de Paris & de Rome, où étoient alors les Manometres X & Z) comme 15 à 8. De sorte que si t & θ signifient le même tems, par éxemple, le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin ; on pourra dire qu'alors la densité de l'air naturel de Paris étoit à la densité de l'air naturel de Rome, comme 15 à 8. Pareillement si t signifie encore le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, mais que θ signifie le dernier Aoust de la même année à midy ; il faudra dire encore que le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, la densité de l'air naturel de Paris, étoit à celle de l'air naturel de Rome du dernier Aoust à midy de la même année, comme 15 à 8 ; ou que les rarefactions de ces airs différens y étoient comme 8 à 15. Il en est ainsi de tous les autres lieux, soit en même ou en différens tems.

XXI. Pour ce qui est du raport des densités ou des rarefactions de l'air naturel d'un même lieu en différens tems, on le trouvera encore de la même maniére avec différens Manometres remplis d'un même air, c'est à dire, d'un air pris en même tems & en même lieu.

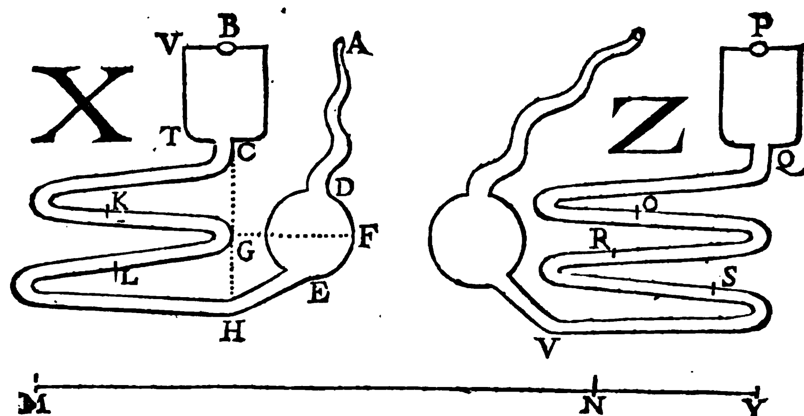
Par éxemple, si l'on veut que la Machine Z, au lieu d'être à Rome, soit aussi à Paris avec la Machine X, & que l'air de cette Machine Z y soit encore en S le dernier Aoust 1704. à midy ; il faudra encore dire qu'à Paris la densité de l'air naturel du premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, étoit à celle qu'avoit ce même air le

dernier Aoust de la même année à midy, comme 15 à 8.

XXII. Le raport des densités ou des rarefactions de l'air extérieur & naturel d'un même ou de différens lieux en différens tems, se peut encore trouver avec le seul Manometre X. Car cette supposition rendant $V = \mathcal{V}$, à cause que ces volumes primitifs V, $\mathcal{V}$, se trouvent alors le même BCG; la Regle ou l'analogie $d. \delta :: \frac{V}{u}. \frac{\mathcal{V}}{v}$. de l'art. 20. donnera pour lors $d. \delta :: \frac{V}{u}. \frac{\mathcal{V}}{v} :: v. u$. c'est à dire (*art.* 18.) que les densités réduites de l'air du Manometre X, ou celles de l'air naturel des tems & des lieux où l'on s'en sert, sont toûjours entr'elles en raison réciproque des volumes ou des espaces réduits que l'air de cette Machine y occupe alors, ainsi que nous l'avons déja trouvé cy-dessus art. 17.

Par éxemple, si aprés avoir observé l'air du Manometre X en K dans le lieu A le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, ensorte que BCK se soit trouvé $= \frac{2}{3} BCG$; on transporte ce Manometre dans le lieu B, & qu'on y observe l'air en L le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, ensorte que BCL soit $= \frac{6}{5} BCG$: Alors (en prenant encore d, δ, suivant l'art. 18. pour les densités réduites de l'air du Manometre X dans les espaces réduits BCK, BCL;) on aura $d. \delta :: BCL. BCK :: \frac{6}{5} BCG. \frac{2}{3} BCG :: \frac{6}{5}. \frac{2}{3} :: 18. 10 :: 9. 5$. Et par conséquent aussi la densité de l'air extérieur & naturel du lieu A le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, seroit à la densité de l'air naturel du lieu B le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, comme 9 à 5. De sorte que si A & B ne sont que le même lieu, par éxemple, le même endroit de Paris, il faudra dire qu'en cet endroit de Paris la densité de l'air extérieur & naturel du premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, aura été à celle de l'air naturel du 15. Avril 1705. à 8. heures du matin en ce même

endroit de Paris, comme 9 à 5. Ou (ce qui revient au même) que dans ces deux tems les rarefactions de l'air extérieur & naturel de cet endroit de Paris, étoient comme 5 à 9. Il en est ainsi d'une infinité d'autres éxemples qu'on pourroit encore apporter de tout ceci.



XXIII. Il n'y a donc plus qu'à diviser exactement chacun des espaces *BCGH*, *PQRV*, &c. depuis le plus haut *B*, *P*, &c. jusqu'au plus bas *H*, *V*, &c. des Manometres X, Z, &c. de la maniére que voici pour le Manometre X, dont (*hyp.*) *G* est le terme inférieur de l'espace primitif *BCG*.

Imaginons d'abord une ligne droite *MN* égale à la longueur de la partie du tuyau *CKG*; prolongeons ensuite cette ligne du côté de *Y*, d'une quantité *NY* laquelle soit à *MN*, comme la capacité de cette partie *CKG* du tuyau est à la capacité de toute sa tête *BC*. Soit ensuite la ligne entiére *MY* divisée en autant de parties égales que faire se pourra sans confusion, en commençant à compter 1, à la premiére division du côté de *Y*, & en continuant de suite par 2, 3, 4, 5, 6, &c. jusqu'à *M* selon l'ordre des nombres naturels.

Cette ligne *MY* étant ainsi divisée & marquée, il faudra en porter les divisions & les marquer sur une autre

ligne qui ſuive tous les contours *CKGH* du tuyau du Manometre X, & tracée ſur la planche contre laquelle il doit être appliqué. Le point de cette ſeconde ligne, qui ſera vis à vis de *G*, doit être marqué du même chiffre que le point *M* de la première ligne *MY*; lequel chiffre doit être celui du nombre des parties dans leſquelles cette ligne *MY* aura été diviſée: par exemple 100, ſi cette ligne a été diviſée en 100 parties égales; 1000, ſi elle a été diviſée en 1000; & ainſi de tout autre nombre de parties égales dans leſquelles on pourroit l'avoir diviſée. Suppoſons qu'elle l'ait été en 100; & qu'ainſi le point *M* de la ligne *MY*, ſoit marqué 100; & tous les points de diviſion depuis celui-là juſqu'au dernier qui précede immédiatement *Y*, ſoient marqués de ſuite par 99, 98, 97, 96, &c. juſqu'à cette derniére diviſion qui ſera marquée 1. Le point *G* de la ligne qui ſuit tous les contours du tuyau du Manometre X, doit donc ici être marqué par le nombre 100; la diviſion ſuivante du côté de *C*, marquée par 99; celle d'aprés, vers *C* encore, marquée par 98; & ainſi de ſuite juſqu'en *C*, par 97, 96, 95, 94, &c. en rétrogradant ſelon l'ordre renverſé des nombres naturels: de ſorte que ſi le bout *NY* de la ligne *MY*, contient par exemple, 15 parties de la diviſion ſuppoſée; la marque 15 du point *N*, devra auſſi être celle du point *C* du Manometre.

On en demeureroit là du côté de *C*, ſi l'on étoit ſûr que la liqueur ne pût monter dans la tête *BC* du Manometre; mais ſi elle peut y monter, il faudra diviſer auſſi la hauteur *TV* de cette tête en autant de parties égales entr'elles que *NY* en contient de celles de la ligne *MN* ou *CKG*, par exemple ici en 15; la premiére diviſion d'aprés *T* vers *V*, doit être marquée par 14; la ſuivante encore vers *V*, marquée par 13; & ainſi de ſuite juſqu'à la derniére qui précéde immédiatement le point *V*, laquelle ſeroit enfin marquée par 1, ſi la compreſſion de l'air pouvoit ſe réduire juſques-là. Mais cela eſt ſi éloigné de la vrai-ſemblance, que la plûpart de ces derniéres diviſions paroiſſent aſſez inutiles: de ſorte qu'elles ne ſemblent de-

voir être continuées jusqu'à cette extrémité, que dans l'incertitude du petit espace auquel l'air du Manometre peut être réduit. Il est pourtant à remarquer que quand on seroit sûr de celles qui doivent être inutiles, il ne faudroit pas laisser de les faire, parcequ'elles peuvent servir à regler les autres.

Aprés avoir reglé les divisions du Manometre X depuis *G* jusqu'en *B*, c'est à dire, de tout son espace primitif *BCG*: Il faut maintenant regler celles du reste *GLH* de son tuyau jusqu'au plus bas *H* de tous ses points. Il n'y a qu'à diviser le reste depuis *G* jusqu'en *H*, de la ligne qu'on suppose suivre tous les contours de ce tuyau sur la planche où il est appliqué, en parties égales à celles de son autre partie *CKG*; aprés cela, marquer par 101, la premiére division qui suit immédiatement le point *G* vers *H*; marquer par 102, la suivante encore vers *H*; celle d'aprés, par 103; & ainsi de suite jusqu'en *H* par 104, 105, 106, &c. de sorte que si la capacité de *GLH* se trouve égale à celle de *GKCB*, le point *H* aura 200 pour sa marque; & avec de telles divisions ainsi marquées le Manometre X sera gradué d'une maniére propre à s'en servir comme cy-dessus. On gradûra de même le Manometre Z, & tel autre qu'on voudra.

Il est pourtant ici à remarquer que si au lieu de prendre la droite *MN* égale à la longueur de la partie *CKG* du tuyau du Manometre X, on l'eût prise égale à sa longueur *CKGLH*, & que l'on eût divisé (comme l'on vient de faire) *MY* en parties égales entr'elles, l'on auroit trouvé tout d'un coup toutes les divisions de cette longueur de tuyau *CKGLH*, comme l'on vient de trouver celles de sa partie *CKG*: Mais alors le commencement *G* de son espace primitif *BCKG* auroit pû se trouver marqué d'une fraction qui auroit rendu le calcul moins facile qu'il ne l'est par le nombre entier qui s'y trouve toûjours suivant la division précédente; c'est pour cela qu'on l'a preferée à celle-ci.

Il eſt encore à remarquer qu'on ſuppoſe par tout ici que le tuyau *CKGLH* eſt de même diametre dans toute ſa longueur; ce qui ſe peut vérifier par l'expérience. Et en cas qu'il ne le ſoit pas, on le diviſera en le rempliſſant de quelque liqueur, comme de vif argent, par portions égales entr'elles, ſi petites qu'on voudra pour le diviſer en plus de parties : la tête *BC*, quelle qu'elle ſoit, ſe diviſera de même en parties égales à celles-là. Il en eſt ainſi du Manometre Z, & de tel autre qu'on voudra.

USAGE DU MANOMETRE

Pour vérifier les expériences de la Machine pneumatique.

XXIV. Entre pluſieurs uſages que le Manometre peut avoir dans la Phyſique, un des principaux c'eſt de pouvoir ſervir à vérifier & à repeter au juſte, ou du moins à fort peu prés, les expériences de la Machine pneumatique, en y joignant la Regle de l'art. 4. cy-deſſus, par laquelle on a vû (*art.* 5.) qu'on peut déterminer de combien l'air qui reſte dans cette Machine du *vuide*, aprés tel nombre de coups de piſton qu'on aura voulu, y eſt plus rarefié qu'auparavant.

Il eſt manifeſte que des expériences qui ne dépendent que de la rarefaction de l'air, réüſſiroient toûjours également ſi on ſçavoit les faire dans des airs également rarefiés; & que faute de cette juſteſſe ces expériences répétées doivent différer d'autant plus entr'elles, qu'elles ſe feront dans des airs de raréfactions plus inégales. Ainſi quand une telle expérience avancée par un Auteur ne nous réüſſiroit pas, quelque ſoin que nous euſſions pris à la faire, il ne faudroit pas pour cela le condamner, mais ſeulement douter ſi nous avons porté l'air de nôtre Machine pneumatique au même degré de rarefaction, auquel il étoit dans celle de cet Auteur lorſqu'il y a fait cette expérience. Pour l'y porter il faudroit que cet Auteur nous donnât les capacités de la pompe & du balon de ſa Machine pneumatique, ou ſeulement leur raport, avec le nombre

nombre des coups de piston donnés dans son expérience ; & cela joint au Manometre & à la Regle dont je viens de parler, nous donneroit le nombre des coups de piston nécessaires pour réüssir dans quelqu'autre Machine pneumatique que ce fût, dont les capacités de la pompe & du balon seroient pareillement connuës, ou du moins leur raport : Voici comment.

Les capacités de la pompe & du balon de la Machine pneumatique de l'Auteur dont il s'agit ici, étant connuës ou seulement leur raport, avec le nombre des coups de piston qu'il aura donnés dans son expérience, la Regle de l'art. 4. dont je viens de parler, donneroit comme dans le Prob. 1. art. 5. le raport des raretés ou rarefactions de l'air resté dans cette Machine, & de l'air extérieur du lieu où elle avoit été remplie. Ensuite par le moyen du Manometre, on connoîtroit aussi de la maniére qu'on le vient de voir dans les art. 19. 20. 21. & 22. le raport des rarefactions de cet air exterieur du lieu, par éxemple de Londres, où cette expérience auroit été faite, dans le tems qu'elle y a été faite, & de l'air extérieur du lieu, par éxemple de Paris, & du lieu où on la veut répéter. Ainsi par le moyen de la Regle de l'art. 4. & de nôtre Manometre, on connoîtra déja le raport des rarefactions de l'air resté dans la Machine du vuide à Londres où l'on suppose que l'expérience a été faite, & de l'air extérieur du lieu de Paris où l'on veut la répéter dans le tems qu'on l'y veut répéter. Enfin par le Prob. 3. art. 10. de la Regle de l'art. 4. on connoîtroit aussi le nombre des coups de piston nécessaires pour donner à l'air de telle autre Machine pneumatique dont on voudroit se servir à Paris, & dont les capacités du balon & de la pompe seroient données, ou seulement leur raport, une rarefaction qui seroit à celle de l'air extérieur du lieu où l'on voudroit répéter cette expérience, en même raison que celle qu'on auroit déja trouvée entre les rarefactions de l'air resté dans la Machine pneumatique de Londres, & de ce même air extérieur de Paris. Donc par le moyen de cette Regle & du Manometre, on sçau-

roit le nombre des coups de piston nécessaires pour réduire l'air de la Machine pneumatique de Paris, où l'on veut répéter l'expérience de Londres, au même degré de rarefaction auquel il étoit dans celle de Londres lorsque cette expérience y a été faite. Par conséquent alors cette expérience, qu'on suppose ne dépendre que de la rarefaction de l'air, se trouveroit la même à Paris qu'à Londres.

XXV. On trouvera de même le nombre des coups de piston nécessaires pour donner à l'air de la Machine pneumatique de Paris, une rarefaction qui soit à celle de l'air resté dans la Machine pneumatique de Londres, en telle raison qu'on voudra : puisqu'ayant trouvé (comme cy-dessus *art.* 24.) le raport des rarefactions de l'air resté dans cette Machine de Londres, & de l'air extérieur de Paris, qu'on veut rarefier en raison donnée par raport à celui-là; l'on aura pareillement le raport des rarefactions de cet air extérieur, & de l'air qui doit rester pour cela dans la Machine pneumatique de Paris; & par conséquent aussi (*Prob.* 3. *art.* 10.) le nombre des coups de piston de cette Machine, pour donner à l'air une rarefaction qui soit à celle de l'air resté dans la Machine de Londres, en la raison souhaitée.

On trouvera encore de même le raport des rarefactions des airs restés en différens tems & en différens lieux dans la même ou dans différentes Machines pneumatiques aprés un nombre quelconque de coups de piston de chacune, les raports de leurs pompes à leurs balons étant aussi donnés avec le nombre des coups de piston de chacune, & avec l'état des Manometres dans ces différens tems & lieux. Car le Prob. 1. art. 5. donnant alors le raport de l'air resté dans chacune de ces Machines pneumatiques, à l'air naturel & extérieur du lieu & du tems où l'on a fait l'expérience; & les Manometres donnant aussi, comme dans les art. 19. 20. 21. & 22. le raport de ces airs naturels & extérieurs, ou de leurs rarefactions; l'on aura par conséquent par le tout ensemble le raport des airs restés, ou

de leurs rarefactions dans ces différentes Machines pneumatiques, ou dans la même, en même lieu & en différens tems, ou en différens lieux en même ou en différens tems, quel qu'ait été le nombre des coups de piston de chacune.

Avertissement.

XXVI. Il est facile de voir par ce que l'on vient de dire de quelle conséquence il est pour la Physique, que les Auteurs qui nous donnent de telles expériences, y joignent aussi les capacités de la pompe & du balon de chacune de leurs Machines pneumatiques, c'est à dire, ce qu'il reste de ces capacités qui contient de l'air lorsque le piston est le plus enfoncé, & de combien ce reste de capacité augmente lorsqu'on retire le piston ; & qu'ils y ajoûtent aussi le nombre des coups de piston donnés dans chacune de ces expériences, avec l'état où l'air se trouvoit alors dans leurs Manometres comparés aux nôtres, comme cy-dessus art. 19. & 20. afin de pouvoir répéter & vérifier leurs expériences en tel lieu & en tel tems qu'on voudra.

Au reste quoique les raports ou les proportions trouvés dans tout ceci, suivent éxactement de la Physique qu'on y suppose : cependant comme cette Physique n'est pas précisément dans les conditions d'où on la tire, mais seulement à peu prés, ainsi que je l'ay marqué dans l'art. 15. ces raports ou proportions ne doivent aussi être pris qu'à peu prés, & non en rigueur geometrique ; ce qu'on trouvera peut-être encore d'une grande justesse pour de la Physique aussi composée que celle-ci. La dextérité de l'Ouvrier est sur tout nécessaire pour éxecuter éxactement la construction du Manometre, dont l'éxécution fournira peut-être des observations qui serviront à le perféctionner : je le souhaite pour l'avancement de la Physique, & je n'y prétens d'autre part que celle d'y avoir fait penser.

OBSERVATIONS
SUR LES
MALADIES DES PLANTES.

PAR M. TOURNEFORT.

1705. 14. Novembre.

TOus les corps organisez sont sujets à certains changemens que l'on peut appeller maladies, par rapport à leur état naturel. Un arbre, par exemple, dont le tronc se pourrit, ou qui perd ses feüilles avant la saison est malade, parce qu'on ne l'appelle sain que lorsque ses parties sont bien conditionnées.

On peut rapporter les maladies des Plantes aux causes suivantes. 1°. A la trop grande abondance du suc nourricier. 2°. Au défaut ou manque de ce suc. 3°. A quelques mauvaises qualités qu'il peut acquerir. 4°. A sa *distribution* inégale dans les differentes parties des Plantes. Enfin à des accidens exterieurs.

La trop grande abondance de suc nourricier le fait sortir de lui même hors de ses vaisseaux : ainsi les especes de Pins distillent naturellement presque pendant toute l'année. L'épanchement est encore plus grand, si l'on fait des incisions à ces arbres à coups de hache. La liqueur qui en découle s'appelle Terebentine lorsqu'elle conserve sa fluidité, & Galipot ou Résine quand elle devient solide : mais si ce même suc faute de vîtesse se grumelle dans ses propres tuyaux; s'il est obligé de s'y arrêter parcequ'ils sont devenus crasseux, & par consequent plus étroits qu'ils n'étoient; alors le suc qui continuë de monter de la racine s'imbibe peu à peu dans les trachées, que l'on peut appeller les poûmons des Plantes, il en interrompt le commerce de l'air; & la circulation étant interceptée, ces arbres sont suffoquez, & meurent par la même raison que les animaux que l'on étouffe.

Les Sapins ne sont pas sujets à cette maladie. Leur suc nourricier est moins abondant, plus fluide, & les vaisseaux qui traversent l'écorce de ces arbres sont plus gros : cette écorce est moins épaisse aussi, d'où vient que dans le Printems on voit les Sapins qui l'ont unie, & sans crevasses, couverts de vessies grosses comme des noix. On peut comparer ces vessies aux varices qui s'élevent sur les jambes de plusieurs personnes. Celles du Sapin sont de veritables dilatations des vaisseaux qui avoient le plus de souplesse, & qui ont le moins résisté au cours du suc nourricier. La plûpart sont ovales, rangées en travers, & pleines d'une excellente Terebentine plus claire, plus fluide que l'ordinaire, & qui sent l'écorce de citron comme le baume du Levant.

Dans les païs chauds la trop grande abondance de séve produit au bout des branches des arbres que l'on taille en buisson, des tumeurs d'une substance spongieuse qui se carie facilement, & ces arbres en portent bien moins de fruit. Si l'on coupe du bois plus qu'il ne faut aux arbres à haute tige, ils donnent peu de fruit ; parceque la séve trop abondante par rapport au bois qu'elle doit nourrir ne fait pousser que de nouvelles branches, au lieu de faire fleurir les vieilles dont les vaisseaux sont plus difficiles à penetrer ; ainsi le grand secret dans la culture des arbres fruitiers, c'est de ne couper que les branches qui se croisent, & qui les rendroient difformes ; mais les mains démangent aux curieux.

La langueur & la mort de plusieurs Plantes montrent bien que le suc nourricier commence à leur manquer. Les feüilles ne jaunissent, ne se fanent, & ne tombent hors de leur saison que faute de nourriture, soit qu'elle leur soit dérobée par les petits vers qui s'y attachent, soit que le mal vienne des racines. Ces parties perdent peu à peu leur ressort. Elles se carient, se chancissent, & leurs couloirs se remplissent d'un certain limon qui empêche la filtration des sucs propres pour les autres parties. Si les racines se carient, le fumier de Vache ou de Cochon les rétablit, &

arrête la carie, de même que le Storax liquide arrête la gangrene des animaux. Si elles sont chancies, il n'y a qu'à les bien laver dans l'eau claire pour détacher & entraîner tous ces petits filets de mousses qui commençoient à s'y engendrer. Pour ce qui est du limon qui fait le relâchement des fibres, & ensuite des obstructions, le terreau & la fiente de pigeon y remedient. La cendre de vigne, la chaux, la fiente de poule & de pigeon mêlées en Automne avec la terre qui couvre les racines des Oliviers & des Orangers paresseux, les excitent à fleurir & à porter des fruits: mais ces sortes de remedes ne conviennent pas à toutes sortes de Plantes. L'urine, l'eau de chaux, l'eau de fumier un peu trop forte, les couches même trop chaudes dessechent & brûlent, comme l'on dit, le chevelu des racines.

Ce n'est pas icy le lieu de parler de la mauvaise qualité de la séve qui vient du défaut des terres; je réserve cette discussion pour un Traité d'Agriculture raisonnée qui est déja fort avancé. Je ne parlerai donc que d'un vice qui rend les Plantes steriles dans les meilleurs fonds, où le suc nourricier devient si gluant qu'il ne sçauroit circuler, ni faire déveloper les parties qui doivent paroître successivement les unes aprés les autres.

La Squille, l'Oignon portant laine, les especes d'Aloës, & plusieurs Plantes grasses fleurissent avec beaucoup plus de facilité dans les païs chauds, parceque la terre leur fournit un suc assez maigre, que la chaleur fait couler aisément; au lieu que dans les païs froids ce suc est gluant, & devient comme une espece de mucilage qui ne sçauroit faire sortir les tiges du fond de leurs racines. Le seul remede est d'élever ces sortes de Plantes sur couche, & dans des terres sabloneuses. Malgré cette précaution les Oignons qui viennent des Indes ne fleurissent qu'une seule fois dans ce païs-cy, parceque la jeune tige qui est dans le fond de la racine se trouve assez developée avant le transport pour pouvoir s'élever & s'épanoüir; mais aprés cela le suc nourricier qui devient trop gluant, n'a pas la force

de faire déveloper le jeune embrion qui eſt dans le cul de l'Oignon, & qui ne devoit paroître que dans un an.

La plûpart des Narciſſes & des Jacinthes, dont on coupe les feüilles aprés que leur fleur eſt paſſée, ne fleuriſſent pas bien ſouvent l'année d'aprés. Il ſemble que le ſuc glaireux qui étoit en mouvement dans les racines de ces Plantes, & qui paſſoit à l'ordinaire dans les feüilles, ſe décharge ſur la jeune tige qui eſt au fond de la racine : il s'imbibe, il s'épaiſſit, il ſe fige dans cet embrion, & l'empêche de ſe déveloper dans le Printems.

La ſterilité de pluſieurs Plantes ne dépend pas toûjours de la mauvaiſe qualité du ſuc nourricier. Souvent c'eſt une maladie qui vient de la diſtribution imparfaite de ce ſuc. J'ay vû un des plus beaux Pommiers du monde, dont la ſéve ſe répandoit ſi facilement dans les feüilles, qu'il ne fleuriſſoit pas. On l'ébrancha pendant l'Eſté dans le deſſein de l'arracher en Automne ; mais il s'aviſa, s'il m'eſt permis de me ſervir de ce terme, de pouſſer des branches toutes chargées de boutons à fleurs, qui ne s'épanoüirent pas ſeulement, mais qui donnerent quelques avortons de fruits. Cet heureux changement lui ſauva la vie. Le Pommier continua de fleurir, & de donner de bons fruits pendant long-tems. N'eſt-on pas obligé dans certaines années de faire manger aux beſtiaux les bleds qui pouſſent trop de feüilles, afin de contraindre le ſuc nourricier de gonfler la tige, & la faire élever en chalumeau ? Les Orangers & les Figuiers qui ſont plantez dans de petites quaiſſes, donnent beaucoup plus de fruit que ceux dont la ſéve trouve à s'étendre dans les racines, au lieu de faire éclorre les fleurs & les embrions des fruits. On châtie les racines en les reſſerrant dans un petit terrain. C'eſt par cette methode que l'on a de bonnes graines de Pervenche & d'*Epimedium*, qui en pleine terre s'amuſent à tracer, & ne noüent pas.

Pour ce qui eſt des maladies cauſées par des accidens exterieurs, elles ſurviennent ordinairement par la grêle, par la gelée, par la moiſiſſure, par les Plantes qui naiſſent

fur d'autres Plantes, par la piqueure des insectes, par differentes tailles ou incisions que l'on fait aux Plantes.

La grêle qui tombe sur les feüilles en meurtrit les fibres, & fait extravaser le suc nourricier qui forme une dureté élevée en tumeur. Si la pluïe tombe avec la grêle, l'impression du coup est bien moindre, parceque les fibres amollies par l'eau obéïssent au coup. D'ailleurs cette eau détergeant & emportant le suc qui commence à s'épancher, donne lieu aux fibres de se rétablir par leur ressort, à peu prés comme il arrive aux parties meurtries que l'on étuve sur le champ.

La gelée au contraire fait perir les Plantes lorsqu'*elles* sont moüillées, parceque l'eau qui se gele dans leurs pores les déchire en se dilatant, tout comme elle fait casser les vaisseaux où elle est enfermée.

La moisissure est encore une maladie bien dangereuse, qui attaque les Plantes pendant l'Hyver dans les serres qui sont humides. L'humidité y fait éclorre les œufs ou les graines de certaines especes de mousses & de *champignons* qui se trouvent dans le raiseau de l'écorce : de même que cela arrive aux peaux de maroquin & de veau que l'on tient dans des caves. Le microscope fait voir que la chancissure n'est qu'un parterre de Plantes que l'on vient de nommer ; cependant leur racine, quelque menuë qu'elle soit, acquiert un certain volume qui dilate peu à peu *les* parois du pore qui lui tient lieu de pot, & ces *parois* sont enfin déchirées, parceque tous les pores voisins sont remplis de pareil embarras. La disposition prochaine à se pourrir par trop d'humidité où se trouvent les fibres de de l'écorce facilite ce déchirement, qui est bien-tôt suivi de la gangrene.

Pour éviter ce mal, il n'y a qu'à tenir les serres bien seches. On y conserve pendant les Hyvers les plus rudes les Plantes même qui viennent des païs brûlez, pourvû qu'on les enferme dans des boëtes bien vitrées, & qui ne soient gueres plus hautes que les Plantes. Bien loin que la gelée s'y fasse sentir, ou que la moisissure s'y introduise, l'air que l'on

l'on y renouvelle pendant que le Soleil est dans sa force, y est aussi sec que dans les mois les plus doux de l'année. Avec le secours de gros fumier dont on garnit le bas de ces boëtes, on entretient les Plantes dans ce païs-cy plus heureusement qu'avec les fourneaux dont on se sert dans les païs froids. C'est un secret dont l'invention est dûë à un de nos plus illustres Academiciens, M^r. Fagon, dont le nom seul fait le plus parfait éloge.

Le Lierre, la Vigne de Canada, le Jasmin de Virginie, plusieurs especes de *Bignonia*, la Cuscute, le Guy, l'Hypociste, le Lichen font moins de tort aux Plantes que la chancissure, quoiqu'elles vivent aux dépens des autres Plantes sur lesquelles elles grimpent. On les appelle avec raison des Plantes Parasites; car leurs racines ne reçoivent leur nourriture que de l'écorce des autres, qu'elles détruisent à la fin de même que le crepy des murailles.

On a fait voir dans l'Histoire des Plantes qui naissent aux environs de Paris, comment les fruits de Guy s'attachoient par leur glu à l'écorce des arbres, & comment ils y poussoient peu à peu de petites racines. Ces racines penetrent bien avant dans le corps ligneux, & s'y greffent si bien qu'elles ne font plus que le même corps avec l'arbre dont elles ont pris possession.

Il n'est pas si facile d'expliquer de quelle maniere l'Hypociste se multiplie. Cette Plante ne croît jamais que sur les racines de quelques arbustes, que l'on appelle des Cistes, qui se plaisent dans les landes les plus seches des païs chauds. Environ deux pouces au-dessus du collet de ces arbustes, sort en maniere d'œilleton un plante bien differente du Ciste, charnuë comme une asperge, accompagnée de quelques écailles au lieu de feüilles, & garnie d'un bouquet de fleurs en cloche, qui laissent chacune un fruit gros comme une noisette, assez rond, charnu, rempli de semences menuës couvertes d'une humeur gluante qui se desseche lorsqu'elles sont mûres, mais qui revient quand on les humecte. Comme cette Plante pousse au-dessus du collet de la racine, qui est quelquefois couvert

d'environ demi pied de terre, je ne vois pas d'autre chemin pour y faire passer les graines que les crevasses de la terre, qui dans l'Esté sont fort communes dans les landes des païs chauds, & qui se resserrent aux premieres pluïes: ainsi la glu dont elles sont envelopées s'humectant peu à peu, ne les colle pas seulement contre les racines du Ciste, mais elle les fait éclorre, & leur sert de premiere nourriture.

Il faut presentement examiner les tumeurs des Plantes, & sans nous arrêter à celles qui leur sont naturelles, ou qui viennent d'une méchante conformation, nous nous attacherons seulement à celles qui naissent à l'occasion de la piqueure des insectes. Ces petits animaux qui n'ont pas la force de bâtir leurs nids avec de la paille ou d'autres matieres comme font les oiseaux, vont décharger leurs œufs dans les parties des Plantes qui les accommodent le mieux. La piqueure est suivie d'une tumeur, & cette tumeur est une suite de l'épanchement du suc *nourricier*, qui s'imbibant dans les pores voisins, les fait gonfler à mesure qu'il en dilate les fibres. L'œuf ne manque pas d'éclorre au milieu de ce nid, & le ver ou le puceron qui en sort y trouve sa nourriture toute preparée. C'est ainsi que se forment les noix de galle, & toutes les tumeurs que l'on observe sur les Plantes piquées.

Ce que l'on appelle en Levant les Pommes de la Sauge, sont des tumeurs qui naissent sur de belles especes de Sauge à l'occasion d'une semblable piqueure. Ces Pommes qui ont neuf ou dix lignes de diametre sont presque rondes, gris cendré, cottoneuses, d'une chair blanche, un peu transparente, douce, & d'un goût fort agréable. On en porte des paniers dans les marchez. Cependant quoique ces especes de Sauge viennent parfaitement bien dans le Jardin du Roy, on n'y voit point de ces sortes de Pommes, parce qu'apparemment il n'y a pas de nos insectes qui aïent du goût à les piquer.

Il se peut faire aussi que la séve du païs contribuë à la bonté de ces sortes de productions. Nous n'avons que de

tres-mauvaises noix de galles sur nos Chesnes, & je ne vois point de tubercules sur nos Plantes qui soient bons à manger. Ceux qui se forment sur l'Eglantier & sur le Chardon hemorroïdal ne servent que pour la Medecine, encore leurs vertus me paroissent bien suspectes.

La graine d'Ecarlate merite plus d'attention. On observe une petite espece de punaise, couverte d'un duvet tres-fin, attachée sur les branches d'une sorte de Chesne verd, qu'on appelle Kermes, lequel se trouve en abondance dans les païs chauds. Aprés que la punaise a piqué les environs de la queuë des feüilles de cet arbrisseau, la tumeur s'arrondit, & forme des grains d'environ deux lignes de diametre, remplis d'une substance d'un rouge tres-vif qui envelope l'œuf d'un petit ver, & ce ver dans la suite laisse échaper une petite mouche. Le rouge vif qui se desseche est le pastel de l'Ecarlate que l'on emploïe si utilement pour les teintures, & pour la confection d'Alkermes.

Les moucherons, quelque petits qu'ils soient, s'en prennent souvent aux plus grands arbres. Ils piquent les feüilles des Ormes dans le Printems, & donnent lieu à la formation de vessies grosses quelquefois comme le poing. Elles se remplissent d'un baume excellent pour les blessures, dans lequel on voit flotter des pucerons verdâtres, sortis des œufs des moucherons; & ce qu'il y a de plaisant, c'est que ces pucerons sont comme autant de masques qui couvrent de nouveaux moucherons.

Il en est de même des cornets du Terebinthe. Ils groüillent en pucerons qui nagent dans une Terebentine claire, odorante, épanchée dans des cornets coriaces qui se sont formez sur le Terebinthe à l'occasion de la piqueure des moucherons.

Il n'est pas aisé de comprendre comment se forment les Ruches que l'on trouve sur les extremités des branches de la *Picea*; cependant ces Ruches, quelques regulieres qu'elles soient, sont l'ouvrage des moucherons. Un Essaim de ces petits animaux vient piquer les branches de la *Pi-*

cea dans le tems qu'elles sont encore tendres. Chaque moucheron fait son trou à la naissance d'une jeune feüille justement dans l'aisselle, c'est à dire dans l'endroit où la base de la feüille est attachée en travers contre la tige. Ainsi le suc nourricier qui s'extravase, élargit le trou de la piqueure, & fait écarter la base de cette feüille qui n'est encore que collée contre la tige; d'où vient que cette espece de plaïe prend d'abord la forme d'une petite bouche à levres veluës, & ensuite celle d'une gueule qui laisse voir le creux de chaque cellule. Ces cellules toutes ensemble composent la Ruche. Elles sont pleines dans l'Esté de pucerons verdâtres ou rougeâtres semblables à ceux qui naissent sur les herbes potageres. Chaque puceron mis sur le creux de la main se dévelope dans moins d'un demi quart-d'heure, & laisse échaper un petit moucheron.

La caprification, ou la maniere d'élever les Figuiers, dont les Anciens ont parlé avec tant d'admiration n'est pas imaginaire, comme bien des gens le pensent; elle se pratique tous les ans dans la plûpart des *Isles de l'Archipel* par le moyen des moucherons: les Figuiers y portent beaucoup de fruit; mais ces fruits qui sont une partie des richesses du païs ne profiteroient pas, si l'on ne s'y prenoit de la maniere que je vais décrire. On cultive dans ces Isles deux sortes de Figuiers: La premiere espece s'appelle *Ornos*, du Grec litteral *Erinos*, qui signifie le Figuier sauvage, ou le *Caprificus* des Latins. La seconde espece est le Figuier domestique: le sauvage porte trois sortes de fruits, qui ne sont pas bons à manger, mais qui sont absolument necessaires pour faire meurir ceux des Figuiers domestiques: les fruits du sauvage sont nommez *Fornites*, *Cratitires* & *Orni*.

Ceux qu'on appelle *Fornites* paroissent dans le mois d'Aoust, & durent jusqu'en Novembre sans meurir: il s'y engendre de petits vers de la piqueure de certains moucherons que l'on ne voit voltiger qu'autour de ces arbres. Dans les mois d'Octobre & de Novembre ces moucherons piquent d'eux-mêmes les seconds fruits des mêmes

pieds de Figuier. Ces fruits que l'on nomme *Cratitires* ne se montrent qu'à la fin de Septembre, & les *Fornites* tombent peu à peu aprés la sortie de leurs moucherons. Les *Cratitires* au contraire restent sur l'arbre jusqu'au mois de May, & renferment les œufs que les moucherons des *Fornites* y ont laissez en les piquant. Dans le mois de May la troisiéme espece de fruits commence à pousser sur les mêmes pieds des Figuiers sauvages qui ont produit les deux autres. Ce fruit est beaucoup plus gros, & se nomme *Orni*. Lorsqu'il est parvenu à une certaine grosseur, & que son œil commence à s'entr'ouvrir, il est piqué dans cette partie par les moucherons des *Cratitires*, qui se trouvent en état de passer d'un fruit à l'autre pour y décharger leurs œufs.

Il arrive quelquefois que les moucherons des *Cratitires* tardent à sortir dans certains quartiers, tandis que les *Orni* de ces mêmes quartiers sont disposez à les recevoir. On est obligé dans ce cas-là d'aller chercher des *Cratitires* dans un autre quartier, & de les ficher à l'extremité des branches des Figuiers dont les *Orni* sont en bonne disposition, afin que les moucherons les piquent. Si l'on manque ce tems-là, les *Orni* tombent, & les moucherons des *Cratitires* s'envolent s'ils ne trouvent pas des *Orni* à piquer. Il n'y a que les Païsans qui s'appliquent à la culture des Figuiers qui connoissent le vrai tems auquel il faut y pourvoir, & pour cela ils observent avec soin l'œil de la Figue; car cette partie ne marque pas seulement le tems que les piqueurs doivent sortir, mais aussi celui où la Figue peut être piquée avec succés. Si l'œil est trop dur & trop serré, le moucheron n'y sçauroit déposer ses œufs, & la Figue tombe lorsque cet œil est trop ouvert.

Ce n'est pas là tout le mystere; ces trois sortes de fruits ne sont pas bons à manger, ils sont destinez par l'Auteur de la nature, comme nous l'avons dit, pour faire meurir les Figues des Figuiers domestiques. Voici l'usage qu'on en fait.

Dans les mois de Juin & de Juillet les Païsans prennent

les *Orni* dans le tems que leurs moucherons sont prêts à sortir, & les vont porter sur les Figuiers domestiques. Ils enfilent plusieurs de ces fruits dans des fétus, & les placent sur ces arbres à mesure qu'ils le jugent à propos. Si l'on manque ce tems-là, les *Orni* tombent, & les fruits du Figuier domestique ne meurissant pas, tombent aussi dans peu de tems. Les Païsans connoissent si bien ces précieux momens, que tous les matins en faisant leur revûë, ils ne transportent sur les Figuiers domestiques que les *Orni* bien conditionnez, autrement ils perdroient leur recolte. Il est vrai qu'ils ont encore une ressource quoique legere; c'est de répandre sur les Figuiers domestiques les fleurs d'une Plante qu'ils nomment *Ascolimbros*. Il se trouve quelquefois dans les têtes de ces fleurs des moucherons propres à piquer ces Figues, ou peut-être que les moucherons des *Orni* vont chercher leur vie sur les fleurs de cette Plante. Enfin les Païsans ménagent si bien les *Orni*, que leurs moucherons font meurir les Figues du Figuier domestique dans l'espace d'environ quarante jours.

Scolymus Chrysanthemos C.B. Pin.

Ces Figues fraîches sont fort bonnes. Pour les secher on les expose au Soleil pendant quelque tems, aprés quoy on les passe au four afin de les conserver pendant le reste de l'année. C'est une des principales nourritures des Païsans de l'Archipel; car ils n'ont ordinairement que du pain d'orge, & des Figues seches. Il s'en faut bien pourtant que ces Figues soient aussi bonnes que celles que l'on seche en Provence, en Italie & en Espagne. La chaleur du four leur fait perdre tout leur bon goût; mais d'un autre côté elle fait perir les œufs que les piqueurs de l'*Orni* y ont déchargés, & ces œufs ne manqueroient pas de produire de petits vers qui endommageroient ces fruits.

Voilà bien de la peine & du tems perdu, dira-t-on, pour n'avoir que de méchantes Figues. Je ne pouvois assez admirer la patience des Grecs qui passent plus de deux mois à porter les piqueurs d'un Figuier à l'autre; mais j'en appris bien-tôt la raison: car leur ayant demandé pourquoy ils ne cultivoient pas les especes de Figuiers que l'on éleve

en France & en Italie; ils me répondirent que la grande quantité de fruits qu'ils retiroient de leurs Figuiers les leur faisoit préferer aux nôtres. Un de leurs arbres produit ordinairement jusqu'à deux cens quatre-vingt livres de Figues, au lieu que les nôtres n'en produisent pas vingt-cinq livres.

Peut-être que les piqueurs contribuënt à la maturité des fruits du Figuier domestique, en faisant extravaser le suc nourricier dont ils déchirent les tuyaux lorsqu'ils y déchargent leurs œufs. Peut-être aussi qu'avec ces œufs ils laissent échaper quelque liqueur qui fermente doucement avec le lait de la Figue, & en attendrit la chair. Nos Figues en Provence, & à Paris même, meurissent bien plutôt si on pique leurs yeux avec une paille, ou avec une plume graissée d'huile d'olive. Les Prunes & les Poires qui ont été piquées par quelque insecte meurissent bien plutôt aussi, & même la chair qui est autour de la piqueure est de meilleur goût que le reste. Il est hors de doute qu'il arrive un changement considerable à la tissure des fruits piquez. Il semble que la principale cause en doit être rapportée à l'epanchement de sucs qui ne s'alterent pas seulement lorsqu'ils sont hors de leurs vaisseaux, mais qui alterent les parties voisines; de même qu'il arrive aux tumeurs des animaux survenuës à l'occasion des piqueures de quelque instrument aigu.

Aprés avoir examiné les tumeurs des Plantes, il faut examiner les blessures que l'on y fait pour les enter les unes sur les autres, ou pour en tirer des liqueurs propres pour l'usage de la vie. Vous ne trouverez pas mauvais, Messieurs, que j'aïe l'honneur de vous entretenir de la maniere dont on tire le mastic en larmes des Lentisques dans l'Isle de Scio.

Ce n'est pas la culture, comme l'on s'imagine, qui rend ces arbres propres à donner du mastic; car dans Scio même il se trouve beaucoup de Lentisques qui ne rendent presque rien, & qui cependant sont aussi beaux que les autres; cela n'est pas surprenant. Combien y a-t-il de Pins

dans nos forêts qui ne donnent presque pas de résine; quoiqu'ils soient de même espece que ceux qui en fournissent beaucoup? Ne voit-on pas la même chose parmi ces sortes de Cedres dont on tire l'huile de Cade? La tissure des racines & du bois varie considerablement dans les individus de même espece. L'experience donc a fait connoître aux habitans de Scio, que la meilleure précaution que l'on pouvoit prendre pour avoir beaucoup de mastic, étoit de conserver & de provigner les Lentisques qui naturellement en donnent beaucoup. C'est pour cette raison que ces arbres ne sont pas alignez dans les champs, mais qu'ils sont disposez par pelotons ou bosquets gros ou petits, écartez fort inégalement les uns des autres. On décharge les vieux pieds de nouveaux jets qui empêcheroient qu'on ne les incisât commodément. Du reste on ne laboure pas la terre qui est au dessous. On arrache seulement les Plantes qui y naissent. On la balaye proprement pour y recevoir le mastic, & il est necessaire qu'*elle soit* dure & bien applanie.

Cedrus folio Cupressi, major, fructu flavescente C.B. Pin.

On commence les incisions le premier jour du mois d'Aoust, coupant avec de gros couteaux en travers & en plusieurs endroits l'écorce des troncs des Lentisques, sans toucher aux jeunes branches. Le lendemain des incisions le suc nourricier en distille par petites larmes, qui s'unissant ensemble forment les grains de mastic. Ces grains se durcissent sur la terre, & composent quelquefois des plaques assez grosses. Le fort de la recolte du mastic est vers le 15. Aoust, pourvû que le tems soit sec & serain; car si la pluïe détrempe la terre, elle y envelope les larmes & les fait perdre. Voilà la premiere recolte du mastic. Les mêmes incisions en fournissent encore vers la S. Michel, mais en moindre quantité.

A l'égard de la Terebentine de Scio, on la recüeille en la même Isle, en coupant en travers avec une hache les troncs de gros Terebinthes. Ces incisions se font depuis la fin de Juillet jusqu'en Octobre. La Terebentine qui en distille tombe sur des pierres plates que les Païsans placent

cent ſous ces arbres. Ils l'amaſſent avec de petits bâtons, & la font couler dans des bouteilles ; mais ils ne prennent aucun ſoin des Terebintes, quoique de toutes les eſpeces de Terebentine celle-cy ſoit la plus eſtimée. Ces arbres naiſſent à Scio ſur les bords des vignes, & le long des grands chemins.

Pour remplir le dénombrement des cauſes auſquelles l'on a rapporté les maladies des Plantes, il nous reſte à parler des boſſes qui naiſſent autour des greffes. Comme les vaiſſeaux de la greffe ne répondent pas bout à bout aux vaiſſeaux du ſujet ſur lequel on l'a appliquée, il n'eſt pas poſſible que le ſuc nourricier les enfile en ligne droite, ſi bien que le cal boſſu eſt inévitable. D'ailleurs il ſe trouve bien de la matiere inutile dans la filtration qui ſe fait de la ſeve qui paſſe du ſujet dans la greffe ; & cette matiere qui ne ſçauroit être vuidée par aucuns vaiſſeaux ni déferens, ni excretoires, ne laiſſe pas d'augmenter la boſſe.

Les levres de l'écorce des arbres que l'on taille pour enter, ou pour émonder, ſe tumefient d'abord par le ſuc nourricier qui ne ſçauroit paſſer outre, à cauſe que l'extrémité des vaiſſeaux coupez eſt pincée, & comme cauteriſée par le reſſort de l'air. Il s'y fait donc comme une eſpece de bourlet, qui s'étend inſenſiblement de la circonference vers le centre par l'allongement des fibres, & la bleſſure ſe couvre par une eſpece de calotte qui enveloppe le bois coupé. Les fibres du chicot au contraire ne pouvant pas s'allonger, ſe deſſechent, & deviennent extrêmement dures. C'eſt ce qui forme les nœuds dans le bois. On en voit ſouvent dans les planches de ſapin, qui s'en détachent comme une cheville que l'on chaſſe de ſon trou. Le bois des arbres qui ont été ſouvent taillez eſt revêche (comme diſent les Ouvriers) parcequ'il eſt tout traverſé de gros chicots endurcis, dont les fibres n'ont pas la même direction que celle du reſte du corps ligneux.

EXPERIENCE

Sur la chaleur que nous peuvent causer les rayons du Soleil reflechis par la Lune.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1705. 28. Novembre.

ON sçait qu'un assez grand nombre de personnes attribuënt à la Lune beaucoup de qualités, sans avoir des raisons fondées sur de bonnes experiences. Je n'entreprendray point de faire le détail de ces qualités, ayant remarqué que presque tous ceux qui lui en attribuoient étoient de differens sentimens. Celle, à ce qu'il me semble, qu'on auroit pû lui attribuer avec plus de raison, auroit été la chaleur; parceque sa lumiere n'est que celle du Soleil reflechie qui en doit causer une, comme tout le monde sçait : Cependant comme on n'avoit point *fait*, que *je sçache*, d'experience pour détruire ni pour soûtenir les raisons qu'on auroit euës de lui attribuer cette qualité, j'ay fait celle qui suit le plus exactement qu'il m'a été possible pour sçavoir ce qu'on en devoit croire.

Au mois d'Octobre de cette année 1705, la Lune étant dans le meridien le jour de son opposition, le Ciel étant fort serein, j'y exposay le miroir ardent de 35 pouces de diametre qui est à l'Observatoire, & vers le foyer je mis la boule d'un Thermometre à air de M. Amontons, qui est le plus sensible que nous ayons; ensorte que cette boule qui a 2 pouces de diametre recevoit exactement sur toute sa surface tous les rayons qui alloient se rassembler au foyer; & ayant examiné la hauteur du mercure dans le tuyau aprés l'y avoir laissé quelque tems, je ne la trouvay point differente de ce qu'elle étoit auparavant, quoyque les rayons fussent rassemblés dans un espace 306 fois plus petit que leur état naturel, & qu'ils dussent par consequent augmenter la chaleur apparente de la Lune de 306 fois.

Il semble que si une experience comme celle-cy, où non-seulement on rassemble les rayons de la Lune dans un espace 306 fois plus petit que leur état naturel, mais où on les oblige de se croiser en se rassemblant ; ce qui augmente l'effet de ces rayons réünis, comme il est évident en exposant le miroir au Soleil, ne nous montre aucune chaleur apparente, nous devons croire qu'elle ne peut pas faire sur nos corps aucune impression d'une chaleur sensible.

DU MOUVEMENT
DES PLANETES
SUR LEURS ORBES,
En y comprenant le mouvement de l'Apogée ou de l'Aphelie.

PAR M. VARIGNON.

DAns les Mémoires de 1700. j'ay déterminé les forces centrales ou les pésanteurs nécessaires aux Planetes vers le dedans de leurs Orbes, pour les leur faire décrire dans tous les systêmes tant anciens que modernes ; & alors je ne considerois que le mouvement de ces Planetes sur les Orbes qu'on leur suppose d'ordinaire. Mais si l'on y ajoûte le mouvement de l'Apogée ou de l'Aphelie, en faisant aussi tourner ces Orbes sur quelqu'un de leurs points ; en ce cas le véritable mouvement de chaque Planete emportée par le mouvement circulaire de son Orbe autour de ce point fixe, pendant qu'elle parcourt ce même Orbe, se trouvera composé de ces deux-ci ; & la force centrale de cette Planete vers ce point, propre à lui faire décrire la Courbe qui résulte de cette composition de mouvemens, se trouvera aussi composée de celles que ces deux mouve-

1705. 5. Decembre.

mens séparés requiérent vers ce même point. C'eſt ce que l'on va voir ſuivre immédiatement de cette Courbe, qui eſt la ſeule que la Planete puiſſe réellement décrire : La voici, quel-que ſoit l'Orbe ſuppoſé de la Planete.

PROBLÊME.

FIGURE I. *Une Courbe quelconque* ALB *étant donnée, dont le plan ſe meuve de* A *vers* G *autour d'un de ſes points* C *fixe ſur le plan immobile* RSXZ, *pendant qu'un corps quelconque* L *décrit cet Orbe ſur le plan mobile, lequel emportant avec lui ce corps* L, *lui fait réellement tracer une autre Courbe* AHIM *ſur le plan immobile* RSXZ : *On demande la nature de cette Courbe* AHIM *formée par cette compoſition de mouvemens.*

I. SOLUT. Imaginons l'arc AL tracé par le corps L ſur le plan mobile ALB, pendant que ce plan paſſe en alb. Il eſt viſible que ſi l'on fait l'angle $LCl = ACa$, & qu'on prenne $Cl = CL$, le point l du plan fixe $RSXZ$ ſera celui où ſe rencontrera le point L de la Courbe ALB lorſque ſon plan mobile ſera en alb, c'eſt à dire, le point où ſera pour lors le corps L ou le point *décrivant* ; & par conſéquent un de ceux de la Courbe $AHlM$ qu'il doit tracer ſur le plan immobile $RSXZ$ par le concours de ſon mouvement ſuivant ALB ſur ce plan mobile, & de celui de ce plan de A vers G autour de ſon point fixe C ſur le plan immobile $RSXZ$.

De même le plan mobile ALB étant en alb, ſi l'on conçoit qu'il continuë de ſe mouvoir vers G, & qu'il paſſe en $\alpha\lambda\beta$ dans le tems que le corps *décrivant* parcourt lf ſur ce plan, c'eſt à dire (en imaginant du centre C par f, l'arc de cercle $\chi fe FEOP$) dans le tems qu'il auroit décrit LF ſur ce même plan, ſi ce plan fût demeuré en ALB ; & qu'aprés avoir fait l'angle $fc\lambda = aC\alpha$, l'on prenne $C\lambda = Cf$; le point λ du plan fixe $RSXZ$, ſera auſſi celui où ſe rencontrera le point f de la Courbe alb, c'eſt à dire, le point F de la Courbe ALB, lorſque ſon plan mobile

sera en $\alpha\lambda\beta$: De sorte que $l\lambda$ sera la partie de la Courbe *AHlM*, que le point *décrivant* tracera sur le plan immobile *RSXZ* dans le tems qu'il tracera lf ou LF sur le plan mobile *alb* ou *ALB*, & que ce plan passera de *alb* en $\alpha\lambda\beta$. Par conséquent en prenant cette partie lf ou LF de la Courbe donnée *alb* ou *ALB*, pour infiniment petite, c'est à dire, les positions *alb* & $\alpha\lambda\beta$ du plan mobile *ALB*, pour infiniment proches l'une de l'autre ; l'on aura $l\lambda$ pour l'élément de la Courbe cherchée *AHlM*.

Si l'on prolonge les arcs circulaires lL & λF jusqu'à la rencontre des rayons Ca & $C\alpha$ en N & en O ; l'on aura aussi NO pour l'élément d'une autre Courbe *ANQ*, dont la rencontre N ou O avec l'un ou l'autre de ces arcs, déterminera le lieu a ou α de l'Apogée ou de l'Aphelie pour le tems que la Planete sera en l ou en λ. C'est pour cela que cette Courbe s'appellera dans la suite *Déterminatrice de l'Apogée* ou *de l'Aphelie*. La précédente *AHlM* s'appellera l'*Orbe immobile* ou *réel* de la Planete ; & la donnée *ALB*, son *Orbe mobile* ou *supposé*.

II. Cette construction donnera de plus les élémens $LE = le$, $EF = ef$, $PO = f\lambda$, de même que les angles $ACa = LCl = FCf$, $LCF = lCf$, $aC\alpha = fC\lambda$.

Donc en nommant AC, b ; Aa, x ; LC ou FC, r ; EP ou ef, dz ; & $e\lambda$, dy ; l'on aura non-seulement LE ou $le = dr$; mais encore $\alpha C\,(b)$. $OC\,(r)$ :: $a\alpha\,(dx)$. PO ou $f\lambda = \frac{rdx}{b}$. Par conséquent l'équation $dy = dz + \frac{rdx}{b}$, ou $dz = dy - \frac{rdx}{b}$ exprimera la nature de chacune des Courbes *AHlM* & *ANQ*, selon qu'on y substituëra la valeur de dx ou de dy, avec celle de dz résultante en dr de l'équation donnée de l'Orbe mobile *ALB*.

III. Pour cela il faut considérer que puisque (*hyp.*) l'Apogée parcourt $a\alpha$ dans l'instant que la Planete parcourt $l\lambda$, si l'on suppose à la maniére de Kepler que les espaces ACa, sont entr'eux comme les tems emploïés par l'Apogée à parcourir les arcs correspondans Aa, & que les espaces $AClHA$ sont aussi entr'eux comme les tems em-

ploïés par la Planete à parcourir les arcs correſpondans AHl: Cela (dis-je) ſuppoſé, les élémens contemporains $aC\alpha$, $lC\lambda$, de ces eſpaces ſeront entr'eux en raiſon conſtante; par éxemple, $aC\alpha \left(\frac{hdx}{2}\right). lC\lambda \left(\frac{rdy}{2}\right) :: m. n.$ Ce qui donnera $dx = \frac{mrdy}{nh}$, & $dy = \frac{nhdx}{mr}$. Donc en ſubſtituant ſucceſſivement ces valeurs de dx, dy, dans l'équation générale $dz = dy - \frac{rdx}{h}$ de l'art. 2. l'on aura $dz = dy - \frac{mrrdy}{nhh} = \frac{\overline{nhh - mrr}}{nhh} \times dy$, & $dz = \frac{nhdx}{mr} - \frac{rdx}{h} = \frac{\overline{nhh - mrr}}{mhr} \times dx$ pour les équations ſpécifiques des Courbes $AHlM$, ANQ, aprés que l'on y aura auſſi ſubſtitué la valeur de dz réſultante en dr de l'équation donnée de l'Orbe mobile ALB.

IV. Mais antérieurement à cela, & encore en général, l'analogie précédente (*art.* 3.) $\frac{hdx}{2}. \frac{rdy}{2} :: m. n.$ donnant $dx. dy :: \frac{m}{h}. \frac{n}{r}.$ l'on aura auſſi $\frac{rdx}{h} (OP). dy (\lambda e) :: \frac{mr}{hh}. \frac{n}{r} :: mrr. nhh.$ Donc les élémens contemporains PCO, $eC\lambda$, des eſpaces $ACNA$, $AClHA$; & par conſéquent auſſi ces eſpaces contemporains ſont entr'eux comme mrr eſt à nhh.

De plus l'analogie $\lambda e. OP :: nhh. mrr.$ donnant $\lambda e. \lambda e - OP (FE) :: nhh. nhh - mrr.$ l'on aura auſſi les eſpaces contemporains $AClHA. ACLA :: nhh. nhh - mrr.$ Donc les trois eſpaces contemporains $ACNA$, $AClHA$, $ACLA$, ſont entr'eux comme mrr, nhh, $nhh - mrr$, le ſecond valant les deux autres.

EXEMPLE.

V. Pour faire maintenant quelque uſage de ce que l'on vient de trouver en général, que l'Orbe mobile ALB ſoit une Ellipſe, dont $AB = a$ ſoit le grand axe; & $DC = c$ la diſtance de ſes foyers C, D; ſon équation (par raport au foyer C) ſera $dz = \frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, en ſuppoſant $bb = aa - cc$. Si l'on ſubſtituë cette valeur de dz dans

les deux derniéres équations $dz = \overline{nbb - mrr} / nbb \times dy$, $dz = \overline{nbb - mrr} / mbr \times dx$ de l'art. 3. elles se changeront en $\frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{\overline{nbb - mrr}}{nbb} \times dy$, $\frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{\overline{nbb - mrr}}{mbr} \times dx$: c'est à dire que $dy = \frac{nbbbdr}{\overline{nbb - mrr} \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, & $dx = \frac{mbbrdr}{\overline{nbb - mrr} \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, dont la premiére est l'équation de l'Orbe immobile cherché *AHlM*, & la seconde est celle de la Courbe *ANQ* déterminatrice du mouvement de l'Apogée.

VI. On a vû dans les Mémoires de 1700. & de 1701. quelles doivent être les pésanteurs ou les forces centrales des Planetes vers un des foyers d'une Ellipse immobile pour la pouvoir décrire : Voici présentement quelles doivent être leurs pésanteurs ou forces vers ce foyer *C*, où l'on suppose que le Soleil est placé, pour décrire comme dans l'art. 1. l'Orbe immobile *AHlM* par le concours de leur mouvement autour de cette Ellipse, & de celui de cette Ellipse elle-même autour de ce foyer fixe *C*.

Soient t les tems emploïés par le corps l à décrire cette Courbe *AHlM*. L'on aura (*art.* 3.) chaque instant dt en raison de l'espace élémentaire $lC\lambda$ $\left(\frac{rdy}{2}\right)$ décrit par le rayon Cl pendant cet instant, par exemple, $dt = rdy$. Mais en nommant aussi $l\lambda$, ds ; aN, dx $(-dr)$; & f, la force centrale tendante en C : la Regle générale des forces centrales des Mémoires de 1700. pag. 86. & 222. donnera ici $f = \frac{dsdds}{dxdt^2} = \frac{dsdds}{-drdt^2}$ pour cette Regle dans laquelle $lC\lambda$ $(\frac{1}{2}rdy)$ ou dt doit être constant.

Cela posé, l'équation de la Courbe *AHlM*, trouvée dans l'art. 5. donnant $\frac{\overline{nbb - mrr}^2 \times \overline{4ar - 4rr - bb}}{nnbbh^4} \times dy^2 + dy^2 = dr^2 + dy^2 = ds^2$, donnera aussi $\frac{\overline{nnb^4 - 2mnbbrr + mmr^4} \times \overline{4ar - 4rr - bb}}{nnbbb^4} + \frac{nnbbb^4}{nnbbb^4} = \frac{ds^2}{dy^2}$, ou $\frac{ds^2}{rrdy^2}$ $\left(\frac{ds^2}{dt^2}\right)$ =

$$= \frac{\overline{nnb^4 - 2mnbbrr + mmrr} \times \overline{4ar - 4rr - bb} + nnbbb^4}{nnbbb^4rr} =$$

$$= \frac{4nnarb^4 - 4nnrrb^4 - 8mnar^3bb + 8mnbbr^4 + 2mnbbbbrr}{nnbbb^4rr}$$

$$\frac{+ 4mmar^5 - 4mmr^6 - mmbbr^4}{nnbbb^4rr} =$$

$$= \left\{ \frac{4nnab^4 - 4nnrb^4 - 8mnarrbb + 8mnbbr^3 + 2mnbbbbr + 4mmar^4 - 4mmr^5 - mmbbr^3}{nnbbb^4r} \right.$$. Donc en faisant dt constante suivant la Regle, l'on aura $\frac{2dsdds}{dt^2} =$

$$= \left\{ \frac{- 4nnrb^4 - 16mnarrbb + 24mnbbr^3 + 2mnbbbbr + 16mmar^4 - 20mmr^5 - 3mmbbr^3 - 4annb^4 + 4nnb^4r + 8arrmnbb - 8mnbbr^3 - 2mnbbbbr - 4mmar^4 + 4mmr^5 + mmbbr^3}{nnbbb^4rr} \right. \times dr =$$

$$= \left\{ \frac{- 8mnarrbb + 16mnbbr^3 + 12mmar^4 - 16mmr^5 - 2mmbbr^3 - 4annb^4}{nnbbb^4rr} \right. \times dr.$$

Donc enfin $\left\{ \frac{4mnarrbb - 8mnbbr^3 - 6mmar^4 + 8mmr^5 + mmbbr^3 + 2annb^4}{nnbbb^4rr} \right. = \frac{dsdds}{-drdt^2} = f$ qui exprimera la pésanteur ou la force centrale vers C nécessaire à la Planete l pour décrire l'Orbe immobile $AHlM$. *Ce qu'il falloit trouver.*

VII. Si l'on veut maintenant que cette Planete l soit la Terre, & C le Soleil, ou réciproquement: le mouvement annuel de l'Aphelie, ou de l'Apogée se trouvera de 1'. 1''. 10'''. suivant le Pere Riccioli dans son Almag. Tom. 1. Liv. 3. Chap. 25. pag. 158. Donc puisque (*art.* 4.) $nbb.\ mrr :: \lambda e.\ OP :: \lambda Ce.\ OCP$. Et que ces angles instantanés & contemporains sont entr'eux comme leurs sommes annuelles, c'est à dire ici, comme une révolution entiére de 360. deg. de la Terre autour du Soleil, ou du Soleil autour de la Terre, aux 1'. 1''. 10'''. du mouvement annuel de son Aphelie ou Apogée; l'on aura $nbb.\ mrr :: 360.\ 1' + 1'' + 10''' ::$ $360^d.\ 3670''' ::$ 77760000. 3670 :: 21188 $\frac{4}{367}$. 1. ou pour éviter la fraction, $nbb.\ mrr ::$ 21188. 1. ce qui donne $nbb = 21188\, mrr$. Donc en substituant cette valeur de nbb dans celle qu'on vient de trouver (*art.* 6.) de la force

centrale

centrale (*f*) dont la Planete *l* doit tendre vers *C* pour décrire l'Orbe immobile *AHlM*, l'on aura ici . . . $\frac{8979474344ar - 169496rr + bb}{448931344bbr^3}$, pour une pareille force centrale de la Terre *l* vers le Soleil *C*, ou du Soleil *l* vers la Terre *C*, ſelon qu'on fera mouvoir la Terre autour du Soleil, ou le Soleil autour de la Terre.

VIII. Une ſemblable ſubſtitution de nbh (*art.* 7.) $= 21188mrr$ dans les équations $dy = \frac{nbbhdr}{\overline{nbb - mrr} \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, & $dx = \frac{mbbrdr}{\overline{nbb - mrr} \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, les changera de même en $dy = \frac{21188bdr}{21187 \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, & $dx = \frac{bhdr}{21187r \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, dont la premiére exprimera l'Orbe immobile *AHlM* de la Terre *l* autour du Soleil *C*, ou du Soleil *l* autour de la Terre *C*; & la ſeconde exprimera la Courbe *ANQ* déterminatrice de l'Aphelie de la Terre, ou de l'Apogée du Soleil.

HYPOTHÊSE
DE M. NEWTON.

IX. Voilà ce qui réſulte du mouvement de l'Aphelie ou de l'Apogée *a*, comparé avec le mouvement effectif de la Planete *l* ſur ſon Orbe immobile *AHlM*, en ſuppoſant à la maniére de Kepler, que les eſpaces *ACaA* ſont entr'eux, & les eſpaces *AClHA* auſſi entr'eux, comme les tems emploïés à les décrire par les rayons correſpondans *Ca*, *Cl*. Voici maintenant ce qui réſulte d'une pareille comparaiſon de ce mouvement effectif de la Planete *l* ſur ſon Orbe immobile *AHlM*, avec celui qu'on ſuppoſe qu'elle a en *L* ſur ſon Orbe mobile *ALB*, en ſuppoſant de même à la maniére de Kepler, que les eſpaces *AClHA* ſont ici entr'eux, & les eſpaces *ACLA* auſſi entr'eux, comme les tems que les rayons correſpondans *Cl*, *CL*, emploïent à les décrire en tournant avec la Planete autour du point fixe *C*; ce qui rend ici les eſpaces *ACLA* FIG. I.

en raiſon conſtante avec leurs correſpondans $AClHA$: Par éxemple, $p.q :: ACLA.\ AClHA :: \int\frac{LC\times EF}{2}.\int\frac{lC\times e\lambda}{2} :: \frac{LC\times EF}{2}.\frac{lC\times e\lambda}{2} :: EF.\ e\lambda ::$ ang. LCF. ang. $lC\lambda ::$ ang. ACL. ang. ACl. c'eſt à dire que l'angle ACL eſt à ſon correſpondant $ACl :: p.q$. ainſi que M. Newton l'a ſuppoſé dans ſon Traité *De Phil. Nat. Princ. Math.* Prop.44. Cor.1. pag.135. Par conſéquent auſſi $p.q :: EF\ (dz).\ e\lambda\ (dy)$. Ce qui donne $\frac{pdy}{q} = dz$ pour l'équation de l'Orbe immobile $AHlM$ ſuivant cette hypothêſe de M. Newton, en y ſubſtituant la valeur de dz réſultante de l'équation donnée de l'Orbe mobile ALB.

EXEMPLE I.

X. Donc cet Auteur prenant, comme cy-deſſus, cet Orbe mobile pour une Ellipſe ordinaire, dont le mouvement de l'Aphelie ſe fait autour de ſon foyer C où il place le Soleil; & l'équation de cette Ellipſe par raport à ce foyer, étant (*art.* 5.) $dz = \frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$; l'on aura (*art.* 9.) $\frac{pdy}{q} = \frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, ou $dy = \frac{bqdr}{p\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$ pour l'équation de l'Orbe immobile $AHlM$ de ſon hypothêſe.

XI. Cette équation fournit le moyen de trouver tout d'un coup les péſanteurs ou forces centrales avec leſquelles la Planete l doit tendre vers C pour décrire l'Orbe que cette équation exprime, ſans avoir recours à ce qu'il lui en faudroit vers ce point pour décrire ſéparément l'Ellipſe ALB, & ſéparément auſſi pour le mouvement circulaire de cette Ellipſe autour de ce point. En effet les noms, l'hypothêſe de $dt = rdy$, & la Regle $f = \frac{dsdds}{-drdt^2}$, demeurant ici les mêmes que dans l'art. 6. cette équation $dy = \frac{bqdr}{p\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, ou $\frac{pdy\sqrt{4ar - 4rr - bb}}{bq} = dr$ de l'art. 10. donnera $\frac{4ppar - 4pprr - ppbb}{qqbb} \times dy^2 + dy^2 = dr^2 + dy^2 = ds^2$, ou $\frac{4ppar - 4pprr - ppbb + qqbb}{qqbbrr} = \frac{ds^2}{rrdy^2}\ (hyp.) = \frac{ds^2}{dt^2}$. Donc en fai-

sant dt (rdy) constante suivant la Regle, l'on aura $\frac{2dsdds}{dt^2} = \frac{-4ppar+2ppbb-2qqbb}{qqbbr^3} \times dr$; ce qui donne $\frac{2ppar-ppbb+qqbb}{qqbbr^3} = \frac{dsdds}{-drdt^2} = f$ pour l'expression des forces centrales cherchées, c'est à dire, de celles qui sont necessaires vers C à la Planete l pour décrire l'Orbe immobile $AHlM$.

XII. Ces forces centrales de la Planete l aux différens points de la Courbe $AHlM$ vers C, étant donc ici comme les fractions correspondantes $\frac{2ppar-ppbb+qqbb}{qqbbr^3}$, ou (en multipliant le tout par la fraction constante $\frac{qq}{pp}$) comme $\frac{2a}{bbrr} + \frac{qq-pp}{ppr^3}$; & ce qu'il lui en faudroit vers le même foyer C de l'Ellipse ABC pour la décrire, étant aussi (*Mem. de* 1700. *pag.* 223.) comme les fractions correspondantes $\frac{2a}{bbrr}$; les différences des forces nécessaires à ce même corps vers C, aux points correspondans L, l, de ces deux Courbes, pour les décrire, seront de même entr'elles comme $\frac{qq-pp}{ppr^3}$, ou comme $\frac{1}{r^3}$ à cause de la fraction constante $\frac{qq-pp}{pp}$, c'est à dire, en raison réciproque des Cubes r^3 ($\overline{Cl}^3$) des distances de la Planete l au foyer C, ainsi que M. Newton (*Prop.* 44. *pag.* 133. *&c.*) l'a trouvé en prenant $\frac{pp}{rr}$ pour l'expression de la force requise en L vers C pour décrire l'Ellipse ALB, dont le paramétre du grand axe est $= \frac{bb}{a}$; & en trouvant à sa maniére $\frac{pp}{rr} + \frac{qqbb-ppbb}{2ar^3}$ pour ce que la formation de la Courbe $AHlM$ en éxige de même au point correspondant l vers C dans le corps *décrivant*: Ce qui se déduit des expressions précédentes de ces forces; puisque $\frac{2a}{bbrr} . \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq-pp}{ppr^3} :: \frac{pp}{rr} . \frac{pp}{rr} + \frac{qqbb-ppbb}{2ar^3}$.

XIII. L'on peut encore trouver la même chose en cette sorte. Toutes choses demeurant les mêmes que cy dessus, soient menées aux points correspondans quelconques L, l, FIG. II.

des Orbes ALB, $AHlM$, les tangentes LV; lX, qu'elles ſoient rencontrées en R, S, par les droites FR, λS, tirées d'autres points correſpondans F, λ, infiniment proches de ceux-là, & parallelement aux rayons CL, Cl.

Cela poſé, il eſt évident que ces petites lignes RF, $S\lambda$, ſeront parcouruës en tems égaux en vertu des forces requiſes vers C pour décrire ces deux Orbes; puiſque (*hyp.*) ſi l'Ellipſe ALB étoit demeurée fixe, la Planete en auroit parcouru l'élément LF dans le même inſtant qu'elle parcourt effectivement l'élément correſpondant $l\lambda$ par le concours de ce mouvement & de celui de cette Ellipſe autour de ſon foyer C. Donc les forces centrales requiſes en L, l, vers ce point fixe C, pour la deſcription de ces deux Courbes, ſont entr'elles comme RF à $S\lambda$. Mais en nommant LF, dv; & le reſte comme cy-deſſus art. 2. & 6. on trouvera par les art. 9. & 10. pag. 25. & 26. des Mem. de 1701. que $RF = \frac{dzdrdv^2 + rdv^2ddz - rdzdvddv}{rdrdz}$ ſans y rien ſuppoſer de conſtant : De ſorte que ſubſtituant $ddz = -\frac{dzdr}{r}$ que donne rdz (dt) qu'on ſuppoſe ici conſtant, l'on aura $RF = -\frac{dvddv}{dr}$. On trouvera de même $S\lambda = -\frac{dsdds}{dr}$. Donc en ce cas les forces centrales requiſes en L, l, vers C pour la deſcription des Orbes ABL, $AHlM$, doivent être entr'elles $:: \frac{dvddv}{-dr} . \frac{dsdds}{-dr}$. Or

1°. L'Ellipſe ALB ayant $dv^2 = dr^2 + dz^2$, donnera $\frac{dvddv}{-dr} = \frac{drddr + dzddz}{-dr}$ (à cauſe que ſon équation $dr = \frac{gdz}{b}$ réſultante de l'art. 5. en ſuppoſant $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$, donne $ddr = \frac{dzdg + gddz}{b}$) $= \frac{drdzdg + gdrddz + bdzddz}{-bdr}$ (à cauſe que $rdz = dt$ conſtant, donne $ddz = -\frac{drdt}{rr} = \frac{drdz}{-r}$) $= \frac{-rdrdzdg + gdr^2dz + bdrdz^2}{brdr} = \frac{-rdzdg + gdrdz + bdz^2}{br}$ (à cauſe que la précédente équation de l'Ellipſe ALB donne $dz = \frac{bdr}{g}$) $= \frac{-grdrdg + ggdr^2 + bbdr^2}{ggr}$ (à cauſe que $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$

donne $dg = \frac{2adr - 4rdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{2a - 4r}{g} \times dr) = \frac{-2ar + 4rr + gg + bb}{ggr} \times dr^2$ (à cause de $gg = 4ar - 4rr - bb$) $= \frac{-2ar + 4rr + 4ar + 4rr - bb + bb}{ggr} \times dr^2$ $= \frac{2ardr^2}{ggr} = \frac{2a}{gg} \times dr^2$.

2°. L'Orbe immobile $AHlM$ ayant aussi $ds^2 = dr^2 + dy^2$, donnera de même $\frac{dsdds}{-dr} = \frac{drddr + dyddy}{-dr}$ (à cause que son équation $dr = \frac{pgdy}{bq}$ résultante de l'art. 10. en supposant encore $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$, donne $ddr = \frac{pdydg + pgddy}{bq}$) $= \frac{pdrdydg + pgdrddy + bqdyddy}{-bqdr}$ (à cause que $rdy = dt$ constant, donne $ddy = -\frac{drdt}{rr} = \frac{drdy}{-r}$) $= \frac{-prdrdydg + pgdr^2dy + bqdrdy^2}{bqrdr}$ $= \frac{-prdydg + pgdrdy + bqdy^2}{bqr}$ (à cause que la précédente équation de l'Orbe immobile $AHlM$ donne $dy = \frac{bqdr}{pg}$) $= \frac{-ppgrdrdg + ppggdr^2 + bbqqdr^2}{ppggr}$ (à cause que $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$ donne $dg = \frac{2adr - 4rdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{2a - 4r}{g} \times dr$) $= \frac{-2ppar + 4pprr + ppgg + qqbb}{ppggr} \times dr^2$ (à cause de $gg = 4ar - 4rr - bb$) $= \frac{-2ppar + 4pprr + 4ppar - 4pprr - ppbb + qqbb}{ppggr} \times dr^2$ $= \frac{2ppar - ppbb + qqbb}{ppggr} \times dr^2$.

Donc $\frac{dvddv}{-dr} \cdot \frac{dsdds}{-dr} :: \frac{2a}{gg} \times dr^2 \cdot \frac{2ppar - ppbb + qqbb}{ppggr} \times dr^2$ $:: \frac{2a}{bb} \cdot \frac{2a}{bb} - \frac{pp + qq}{ppr} :: \frac{2a}{bbrr} \cdot \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq - pp}{ppr^3}$. Mais on vient de voir que les forces centrales requises en L, l, vers le point fixe C, pour la description des Orbes ALB, $AHlM$, sont ici $:: \frac{dvddv}{-dr} \cdot \frac{dsdds}{-dr}$. Donc ces mêmes forces sont aussi entr'elles $:: \frac{2a}{bbrr} \cdot \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq - pp}{ppr^3}$. Ce qui donne encore $\frac{qq - pp}{ppr^3}$ pour leurs différences, ainsi qu'on l'a déja trouvé dans l'art. 12.

XIV. Il eſt à remarquer que quoique cette ſeconde maniére de trouver le raport des forces requiſes aux points correſpondans L, l, vers C, pour décrire les Orbes ALB, $AHlM$, donne auſſi ces forces entr'elles comme $2ppar$ à $2ppar-ppbb+qqbb$; on n'en peut pas conclure de même que leurs différences ſoient comme $qqbb-ppbb$; mais ſeulement que ces forces ſont à leurs différences, comme les deux derniers termes de cette analogie ſont à $qqbb-ppbb$ qui eſt la leur. La raiſon de cela vient de ce que $2ppar$, & $2ppar-ppbb+qqbb$, ne ſont pas (*art.* 12.) les véritables expreſſions de ces forces, mais ſeulement du raport qu'elles ont entr'elles : car aucune de ces forces ne ſuivant le raport d'aucun de ces termes, la différence de ces forces ne doit point ſuivre non-plus le raport de la différence de ces termes; il faudroit pour cela que chacune de ces forces ſuivît le raport de chacun de ces termes, c'eſt à dire, de celui d'entr'eux qui l'exprimeroit.

EXEMPLE II.

XV. Si l'on veut maintenant que le centre C *des forces* de la Planete l, ſoit auſſi celui de l'Ellipſe ALB, autour duquel cette Ellipſe tourne pendant que la Planete la parcourt, l'on aura $dz = \frac{2aaldr}{\sqrt{\overline{2arr-2aal}\times\overline{2aal-2rrl}}}$ pour l'équation au centre de cette Ellipſe, en ſuppoſant ici ſon grand axe $=2a$, & le parametre de cet axe $=2l$. Cette valeur de dz étant ſubſtituée dans l'équation générale $dz=\frac{pdy}{q}$ de l'Orbe immobile $AHlM$, réſultante (*art.* 9.) de l'hypothêſe de M. Newton, l'on aura $\frac{pdy}{q} = \frac{2aaldr}{\sqrt{\overline{2arr-2aal}\times\overline{2aal-2rrl}}}$, ou $\frac{pdy\sqrt{\overline{2arr-2aal}\times\overline{2aal-2rrl}}}{2qaql} = dr$. Ce qui donne ds^2 (dr^2+dy^2) $=\frac{pp\times\overline{rr-al}\times\overline{aa-rr}}{a^3qql}\times dy^2+dy^2 = \frac{ppaarr-ppr^4-ppa^3l+pparrl+qqa^3l}{qqa^3rrl}$ $=\frac{ds^2}{rrdy^2}$ (*hyp.*) $=\frac{ds^2}{dt^2}$. Donc en faiſant dt (rdy) con-

ſtante ſuivant l'hypothêſe, l'on aura $\frac{2dsdds}{dt^2} = \frac{2ppaar^3 - 4ppr^5 + 2ppar^3l - 2ppaar^3 + 2ppr^5 + 2ppa^3lr - 2ppar^3l - 2qqa^3rl}{qqa^3r^4l} \times dr = \frac{-2ppr^4 + 2ppa^3l - 2qqa^3l}{qqa^3r^3l} \times dr$; d'où réſulte $\frac{ppr^4 - ppa^3l + qqa^3l}{qqa^3r^3l} = \frac{dsdds}{-drdt^2} = f$ pour l'expreſſion des forces centrales cherchées, c'eſt à dire, requiſes vers le centre C de l'Ellipſe qu'on ſuppoſe ſe mouvoir autour de ce point, pour décrire (en la parcourant) l'Orbe immobile $AHlM$.

XVI. Ces forces centrales de la Planete l aux differens points de la Courbe $AHlM$ vers le centre de l'Ellipſe ALB, ſont donc ici comme les fractions correſpondantes $\frac{ppr^4 - ppa^3l + qqa^3l}{qqa^3r^3l}$, ou (en multipliant par qql conſtante) comme $\frac{ppr}{a^3} + \frac{qql - ppl}{r^3}$. Mais on a vû dans les Mémoires de 1700. art. 9. pag. 88. que les forces requiſes vers le centre C de l'Ellipſe ALB pour la décrire ſur un plan fixe dans la préſente hypothêſe de M. Newton, ſeroient comme $\frac{2r}{a^3p}$, c'eſt à dire ici comme $\frac{r}{a^3l}$, parceque le parametre $p = 2l$; c'eſt à dire auſſi (en multipliant cette fraction par la grandeur conſtante ppl) comme $\frac{ppr}{a^3}$. De ſorte que $\frac{ppr}{a^3}$ & $\frac{ppr}{a^3} + \frac{qql - ppl}{r^3}$ ſeront les expreſſions de cette force, & de l'autre neceſſaire auſſi vers C à la Planete l pour décrire l'Orbe $AHlM$, ainſi que M. Newton l'a dit dans le Cor. 3. de ſa Prop. 44. pag. 136.

EXEMPLE III.

XVII. M. Newton parle encore d'un autre exemple qui conſiſte en une Courbe $AHlM$ décrite par le mobile L mû de A vers B le long du côté AB de l'équerre CAB, pendant que cette équerre tourne autour d'un point fixe quelconque C de ſon autre côté AC, de maniére que les eſpaces $ACLA$ ſont encore ici entr'eux, & les eſpaces $AClHA$ auſſi entr'eux, comme les tems emploïés à Fig. III.

les tracer. D'où l'on voit que les espaces contemporains $ACLA$ & $AClHA$ déterminés par l'arc de cercle Ll décrit du centre C, & par conséquent aussi leurs élémens contemporains LCF, $lC\lambda$, ou (ce qui revient au même) les arcs FE, λe, sont encore entr'eux en raison constante, par éxemple comme p est à q.

Si l'on veut maintenant trouver les forces centrales requises au corps l vers C, pour décrire d'un seul mouvement la Courbe $AHlM$; soient encore $AC = b$, CL ou $Cl = r$, $FE = dz$, $\lambda e = dy$, $l\lambda = ds$, $t =$ au tems employé à décrire l'arc AHl; lequel tems étant (*hyp.*) par tout comme l'espace correspondant $AClHA$, donne aussi par tout les élémens $lC\lambda$ $\left(\frac{rdy}{2}\right)$ de cet espace comme les instants (dt) emploïés à les parcourir, c'est à dire, dt par tout en raison de rdy, ou $dt = rdy$.

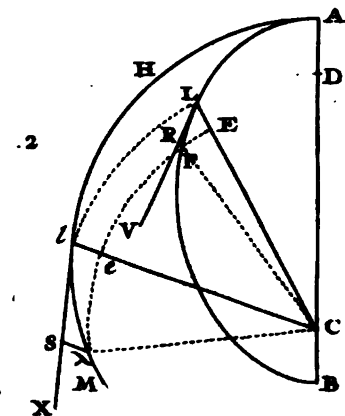
Cela étant, les triangles semblables LAC, LEF, donneront $LC\,(r)$. $AC\,(b) :: LF \left(\frac{rdr}{\sqrt{rr-bb}}\right)$. $FE\,(dz) = \frac{bdr}{\sqrt{rr-bb}}$. Mais l'hypothêse précédente de M. Newton donne aussi $q \,.\, p :: dy \,.\, dz = \frac{pdy}{q}$. Donc on aura $\frac{pdy}{q} = \frac{bdr}{\sqrt{rr-bb}}$, ou $dr = \frac{pdy\sqrt{rr-bb}}{qb}$. Par conséquent $\frac{pprr-ppbb}{qqbb} \times dy^2 + dy^2 = dr^2 + dy^2 = ds^2$, ou $\frac{pprr-ppbb+qqbb}{qqbbrr} = \frac{ds^2}{rrdy^2}$ (*hyp.*) $= \frac{ds^2}{dt^2}$. Donc en faisant dt (rdy) constante suivant la Regle $f = \frac{dsdds}{-drdt^2}$ de l'art. 6. l'on aura $\frac{2dsdds}{dt^2} = \frac{2ppr^3dr - 2ppr^3dr + 2ppbbrdr - 2qqbbrdr}{qqbbr^4} = \frac{2pp-2qq}{qqr^3} \times dr$. Ce qui donne $\frac{qq-pp}{qqr^3} = \frac{dsdds}{-drdt^2} = f$ pour l'expression des forces centrales requises au corps l vers C pour décrire la Courbe $AHlM$. D'où l'on voit que ces forces doivent être par tout en raison réciproque des Cubes des distances de ce corps l au centre C, ainsi que M. Newton l'a dit dans le Corol. 6. de sa Prop. 44. pag. 137.

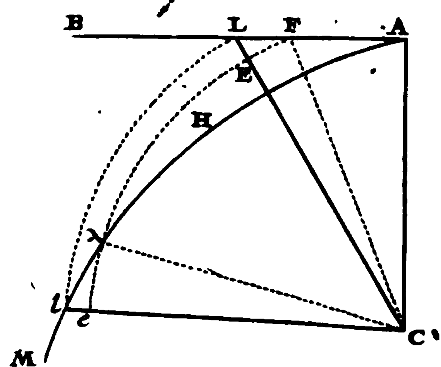
Remarque.

XVIII. Telle est la facilité avec laquelle la Regle des forces centrales rapportée dans l'art. 6. peut résoudre tous

les

Fig. 1re







les éxemples de M. Newton, avec une infinité d'autres concernant de même les forces centrales requiſes dans l'hypothêſe de Kepler & de M. Newton, pour décrire telles Courbes qu'on voudra ſur des plans mobiles autour d'un de leurs points quelconque, ſans ſe mettre en peine de ce que ces Courbes en requiérent ſur des plans immobiles, ni de ce que le mouvement circulaire de ces plans en requiert pour ſa part.

Cette Regle & les autres que l'on trouvera dans les Mémoires de 1700. pag. 236. & 237. avec les regles générales qu'on peut encore tirer des Mémoires de 1701. pag. 27 29. 31. 35. & 36. donneront de même dans les autres ſyſtêmes d'Aſtronomie, tant anciens que modernes, les forces centrales requiſes dans le cas du mouvement de la Planete ſur ſon Orbe mobile, compliqué avec celui de cet Orbe ou de l'Apogée, en obſervant de faire conſtant les termes que chacune de ces Regles éxige.

Quant aux conſéquences que l'expreſſion $\frac{2a}{bbrr} + \frac{qq - pp}{ppr^3}$ ou $\frac{pp}{rr} + \frac{bbqq - bbpp}{2ar^3}$ de la péſanteur ou force centrale que doit avoir la Planete *l* vers *C* dans l'art. 12. pour décrire l'Orbe *AHlM*, fournit à M. Newton par raport à l'*angle au centre* (c'eſt ainſi qu'il appelle l'angle en *C*) que les lignes de l'Aphelie & du Perihelie doivent faire entr'elles, ſelon les différentes raiſons qu'il fait ſuivre à cette force, en ſuppoſant cet Orbe *AHlM* preſque circulaire, on les peut voir ces conſéquences dans la Prop. 45. pag. 137. de ſon Livre *De Phil. Nat. Princ. Math.* Ainſi nous ne nous arrêterons pas davantage.



PROBLEME DE CHIMIE.

Trouver des Cendres qui ne contiennent aucunes parcelles de fer.

PAR M. GEOFFROY.

1705. 9. Decembre.

COmme je cherchois à faire differens mêlanges de matieres terreuſes avec l'huile de lin pour examiner avec ſoin la production artificielle du fer rapportée dans le Memoire que j'ay donné le 11 Novembre 1704, je me propoſay en premier lieu de mêler cette huile avec une terre entierement dépoüillée de ſels, de parties vitrioliques, & de parties ferrugineuſes.

Je crus l'avoir parfaitement trouvée dans des cendres de bois bien calcinées & leſſivées exactement : lorſque venant à examiner ces cendres avec le coûteau aimanté, avant que de faire le mêlange, je fus ſurpris de les trouver remplies d'une tres-grande quantité de parcelles de fer.

J'attribuay d'abord ces parties de fer aux plaques des cheminées, aux grilles des fourneaux, & aux inſtrumens avec leſquels on attiſe le feu, & je rejettay cette matiere comme peu propre à mon deſſein.

Je travaillay donc avec beaucoup de précaution à faire de nouvelles cendres avec du bois que je brûlay ſur une pierre, éloignant de mon feu tous les inſtrumens de fer: Mais cette précaution n'empêcha pas que je n'y trouvaſſe quelques parcelles de fer.

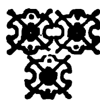
Je commençay pour lors à ſoupçonner que le fer pourroit bien être produit dans l'embraſement du bois. Cependant comme j'avois quelque ſcrupule, parceque ce bois qui étoit de chêne avoit été ſcié en tres-petits morceaux, & que je craignois que ce fer ne vînt de la ſcie; je pris de nouvelles précautions pour faire des cendres qui

ne puſſent être ſoupçonnées d'avoir emprunté du fer d'aucun endroit que de leur propre ſein. Pour cela je fis brûler dans une grande baſſine de cuivre quelques bottes de ſarment avec quantité d'herbes ſeches, & je trouvay de même dans les cendres qui me reſterent de petites parties de fer.

Quoique les differentes experiences que j'ay réïterées ſur cette matiere avec toute la précaution poſſible me faſſent regarder comme une choſe impoſſible de faire des cendres ſans faire auſſi du fer, j'ay crû cependant ne devoir encore avancer cette propoſition que comme une choſe problematique, juſqu'à ce que mes experiences euſſent été confirmées par d'autres.

Il faut obſerver que pour découvrir plus aiſément les parcelles de fer qui ſont ordinairement diſperſées en petite quantité dans beaucoup de cendres, il faut faire une aſſez grande quantité de cendres bien calcinées, les jetter dans beaucoup d'eau, les bien agiter dans cette eau; & aprés les avoir laiſſé repoſer un inſtant, pour donner le tems aux parties de fer de tomber au fonds, il faut verſer l'eau par inclination. On continuëra à y remettre de nouvelle eau, juſqu'à ce qu'elle ne paroiſſe preſque plus ſe troubler. Pour lors on fera ſecher ce qui reſte; & en promenant dedans le coûteau aimanté, on y découvrira aiſément les parcelles de fer qui étoient dans les cendres.

Il m'a parû que les matieres qui ne bruloient pas ſi promptement & qui rendoient beaucoup de fumée, comme les herbes & les bois durs, donnoient plus de fer dans leurs cendres que les matieres qui brûloient promptement & qui faiſoient un feu clair, comme le ſarment de vigne bien ſec.



CONSTRUCTION DES QUARRÉS MAGIQUES

Dont la Racine est un nombre pair.

PAR M. DE LA HIRE.

1705. 9. Decembre.

LES Quarrés magiques dont la racine est un nombre pair, ont toûjours paru plus difficiles à construire que ceux des nombres impairs; & M. Bachet qui avoit trouvé une regle generale pour les impairs, avouë qu'il n'en avoit point découvert, qui pût le satisfaire pour les pairs. Il y a dans le manuscrit de Moscopule, dont j'ay parlé dans la Construction des impairs, une regle pour les nombres pairement pairs, laquelle est tres-facile; & dans un autre fragment separé, il y avoit seulement deux exemples des nombres pairement impairs sans aucun discours. La regle de Moscopule pour les pairement pairs, est la même que celle dont M. Frenicle s'est servi, & la plûpart des autres qui ont écrit sur cette matiere, hormis dans les Quarrés qui sont faits par enceintes.

Je ne proposeray icy que quelques regles generales pour former ces Quarrés, d'où l'on tire un tres-grand nombre de constructions differentes, & dont celles que j'ay vûës jusqu'à present ne sont que des cas particuliers: elles pourront aussi servir de modele pour en former d'autres.

Mais comme il y a de deux sortes de nombres pairs, dont les uns sont pairement pairs, qui se peuvent diviser en quatre parties égales; & les autres qu'on appelle pairement impairs, qui ne se peuvent diviser qu'en deux seulement, les regles generales que je propose dans l'idée des impairs que j'ay données, demandent quelque changement à l'operation pour donner aux pairement impairs leur perfection.

Pour les Quarrés dont la Racine est un nombre pairement pair.

PROPOSITION I.

Faire un Quarré magique d'une racine pairement paire.

Je compose ces Quarrés de deux Quarrés primitifs, comme j'ay fait les impairs. Dans l'un j'y place les nombres simples de la racine repetés autant de fois qu'il y a de bandes, & dans l'autre j'y mets aussi les nombres de la racine repetés de même.

Dans la premiere bande horizontale je place d'abord dans la moitié de ses cellules quelqu'un des nombres de la racine, comme 4 dans le Quarré qui a 12 pour racine, & dans l'autre moitié je les remplis du nombre complément de 4 jusqu'à la somme 13 du premier & du dernier de la racine, qui sera 9.

Dans la seconde bande je place les mêmes nombres que dans la premiere, mais en sens contraire, ensorte que les six premieres cellules seront remplies du nombre 9, & les six dernieres du nombe 4, comme on voit dans la Figure.

Primitif.

4	4	4	4	4	4	9	9	9	9	9	9
9	9	9	9	9	9	4	4	4	4	4	4
1	1	1	1	1	1	12	12	12	12	12	12
12	12	12	12	12	12	1	1	1	1	1	1
11	11	11	11	11	11	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	11	11	11	11	11	11
6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7
7	7	7	7	7	7	6	6	6	6	6	6
8	8	8	8	8	8	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	8	8	8	8	8	8
3	3	3	3	3	3	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	3	3	3	3	3	3

Dans la troisiéme bande horizontale je prends à volonté quelqu'autre nombre de la même racine, comme 1

dont je remplis auſſi la premiere moitié des cellules de cette bande, & je mets dans l'autre moitié le complément de ce nombre lequel eſt 12. Dans la quatriéme bande je met 12 dans les ſix premieres cellules, & 1 dans les ſix dernieres.

Je fais la même choſe pour la cinquiéme & ſixiéme bande, en prenant auſſi à volonté quel nombre de la racine on voudra avec ſon complément. Et en pourſuivant de même à remplir toutes les bandes horizontales, on aura tout le Quarré rempli de tous les nombres de la racine pris chacun douze fois, & ce Quarré ſera un Quarré magique parfait.

Je forme l'autre Quarré primitif avec les nombres des racines en commençant à 0, & de la même maniere que le précédent; mais en plaçant dans les bandes verticales les nombres comme on a fait pour le premier dans les bandes horizontales, ce qu'on peut voir dans la Figure, ſans qu'il ſoit beſoin de l'expliquer plus au long.

Primitif.

2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6

Il eſt auſſi évident que ce Quarré ſera parfait, car les nombres des racines ſeront tous ſans être repetés dans les bandes horizontales, comme ils étoient dans le premier, dans les bandes verticales.

Maintenant si l'on combine les nombres de toutes les cellules de ces deux Quarrés dans l'ordre où elles sont, en substituant la valeur des racines où sont leurs nombres, on aura le Quarré parfait requis.

Parfait.

28	112	52	88	4	136	129	21	45	105	81	69
33	117	57	93	9	141	124	16	40	100	76	64
25	109	49	85	1	133	132	24	48	108	84	72
36	120	60	96	12	144	121	13	37	97	73	61
35	119	59	95	11	143	122	14	38	98	74	62
26	110	50	86	2	134	131	23	47	107	83	71
114	30	90	54	138	6	19	127	103	43	67	79
115	31	91	55	139	7	18	126	102	42	66	78
116	32	92	56	140	8	17	125	101	41	65	77
113	29	89	53	137	5	20	128	104	44	68	80
111	27	87	51	135	3	22	130	106	46	70	82
118	34	94	58	142	10	15	123	99	39	63	75

La démonstration de ce Quarré parfait est évidente par la construction ; car il est facile à voir que le même nombre ne peut pas se rencontrer deux fois dans ce Quarré ; & puisque chacun des primitifs est parfait, aussi le composé des deux par l'addition sera parfait.

Pour ce qui est des variations de ce Quarré fait par cette methode, on voit qu'elles sont en tres-grand nombre, puisque chacun des primitifs en peut recevoir autant qu'il y peut avoir de differentes dispositions des nombres dans differentes bandes, & chacune de ces variations se doit multiplier par le même nombre des variations de l'autre ; ce qui fera le nombre quarré du nombre des variations d'un des Quarrés primitifs, ensorte que si les variations d'un des primitifs étoit 100, le nombre des variations sera 10000.

Si l'on faisoit le premier des primitifs comme on a fait le second, & le second comme on a fait le premier, on auroit toûjours la même disposition du Quarré parfait,

mais seulement renversé, ce que nous ne comptons pas pour un Quarré différent.

PROPOSITION II.

On peut encore construire ce Quarré d'une autre maniere differente de la précedente, mais qui y a du rapport.

Primitif.

5	5	4	4	4	4	5	5
4	4	5	5	5	5	4	4
6	6	3	3	3	3	6	6
3	3	6	6	6	6	3	3
1	1	8	8	8	8	1	1
8	8	1	1	1	1	8	8
7	7	2	2	2	2	7	7
2	2	7	7	7	7	2	2

Primitif.

6	1	2	5	4	3	0	7
6	1	2	5	4	3	0	7
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
6	1	2	5	4	3	0	7
6	1	2	5	4	3	0	7

Parfait.

53	13	20	44	36	28	5	61
52	12	21	45	37	29	4	60
14	54	43	19	27	35	62	6
11	51	46	22	30	38	59	3
9	49	48	24	32	40	57	1
16	56	41	17	25	33	64	8
55	15	18	42	34	26	7	63
50	10	23	47	39	31	2	58

On prendra entre les nombres simples de la racine deux nombres tels qu'on voudra, qui soient complemens l'un de l'autre jusqu'à la somme des extrêmes pour former la premiere bande horizontale. On en placera un dans le premier & le dernier quart de la bande, & l'autre dans les deux quarts du milieu.

Dans la seconde bande on placera les mêmes nombres, mais en sens contraire, c'est à dire que celui qui étoit au milieu se mettra au premier & au dernier quart, & celui qui étoit aux extrêmes se mettra au milieu.

Les bandes suivantes se feront de la même maniere jusqu'à la fin, en mettant toûjours dans deux bandes de suite les même nombres, & tels qu'on voudra, pourvû qu'ils soient complémens l'un de l'autre.

Le second Quarré primitif se fera de la même maniere avec les racines & le o, en mettant les nombres des racines dans les verticales, de même qu'on les a mis dans les horizontales pour le premier primitif.

De ces deux Quarrés primitifs on

on en fera le Quarré parfait par la combinaiſon des nombres des cellules correſpondantes, en ſubſtituant la valeur des racines à la place de leurs nombres, comme on a fait dans la premiere Propoſition.

Tout ce que j'ay dit de la démonſtration & des variations de ces Quarrés dans la premiere Propoſition, ſe doit entendre de même dans celle-cy.

PROPOSITION III.

On peut auſſi tirer de la Propoſition précedente une autre Conſtruction de ces Quarrés.

J'appelle *bandes correſpondantes* les extrêmes de la même eſpece, ſoit horizontales ou verticales, & celles qui en ſont également éloignées.

Pour l'un des Quarrés primitifs ayant diſpoſé la premiere bande horizontale avec les nombres & de la maniere qu'on a donnée dans la précedente Propoſition, on mettra celle qui la devroit ſuivre ſuivant cette Propoſition, dans la bande correſpondante. Enſuite on placera dans la ſeconde bande horizontale d'autres nombres ſuivant les conditions de la même Propoſition, & celle qui la devroit ſuivre ſera placée dans la bande correſpondante. On fera de même pour les autres, & ainſi tout le Quarré ſera rempli des nombres qui lui conviennent, & il ſera diſpoſé comme il faut.

On fera la même choſe pour le ſecond primitif, en obſervant de faire pour les verticales ce qu'on a fait dans l'autre pour les horizontales, & ce ſecond Quarré ſera

Primitif.

8	8	1	1	1	1	8	8
7	7	2	2	2	2	7	7
3	3	6	6	6	6	3	3
5	5	4	4	4	4	5	5
4	4	5	5	5	5	4	4
6	6	3	3	3	3	6	6
2	2	7	7	7	7	2	2
1	1	8	8	8	8	1	1

Primitif.

6	2	3	7	0	4	5	1
6	2	3	7	0	4	5	1
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
6	2	3	7	0	4	5	1
6	2	3	7	0	4	5	1

Parfait.

56	24	25	57	1	33	48	16
55	23	26	58	2	34	47	15
11	43	38	6	62	30	19	51
13	45	36	4	60	28	21	53
12	44	37	5	61	29	20	52
14	46	35	3	59	27	22	54
50	18	31	63	7	39	42	10
49	17	32	64	8	40	41	9

auſſi diſpoſé magiquement avec ſes nombres.

Maintenant ſi l'on combine ces deux Quarrés, comme on a dit cy-devant, en ſubſtituant la valeur des racines à la place de leurs nombres, on aura un Quarré parfait.

La conſtruction du Quarré parfait, qui réſulte de la combinaiſon de ces deux Quarrés primitifs, eſt évidente, puiſque tous les nombres de l'ordre ſeront dans toutes les bandes d'une même eſpece & dans les diagonales, & que dans les autres bandes les nombres y ſeront diſpoſés de telle maniere que les mêmes ſe trouveront avec toutes les differentes racines. Ce que j'ay dit des variations des autres conſtructions ſe doit entendre de même de celle-cy.

PROPOSITION IV.

On peut encore conſtruire ces Quarrés d'une autre maniere.

On diſpoſera les nombres de la premiere bande horizontale dans l'un des primitifs, enſorte que tous les nombres ſimples de la racine y étant placés comme on voudra, les extrêmes & ceux qui en ſeront également éloignés, faſſent une ſomme égale à celle du plus grand & du plus petit de ces nombres, qui ſont les correſpondans.

Primitif.

3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6

Dans la ſeconde bande on placera les mêmes nombres dans le même ordre, mais dans un ſens contraire ; enſorte que celui qui étoit le premier ſoit le dernier, & ainſi des autres.

La troiſiéme bande ſera faite comme la premiere avec les mêmes nombres & dans le même ordre ; & la quatriéme ſera la même

Primitif.

3	4	3	4	4	3	4	3
0	7	0	7	7	0	7	0
2	5	2	5	5	2	5	2
6	1	6	1	1	6	1	6
1	6	1	6	6	1	6	1
5	2	5	2	2	5	2	5
7	0	7	0	0	7	0	7
4	3	4	3	3	4	3	4

Parfait.

27	37	25	34	39	32	36	30
6	60	8	63	58	1	61	3
19	45	17	42	47	24	44	22
54	12	56	15	10	49	13	51
14	52	16	55	50	9	53	11
43	21	41	18	23	48	20	46
62	4	64	7	2	57	5	59
35	29	33	26	21	40	28	38

que la seconde. On poursuivra de même en repètant ces bandes jusqu'au milieu du Quarré.

L'autre moitié de ce Quarré se fera en renversant seulement la premiere moitié, ensorte que la derniere bande est la même que la premiere ; la penultiéme comme la seconde, & ainsi des autres.

Pour l'autre primitif on en disposera aussi les nombres comme on voudra dans la premiere bande verticale, ensorte que les extrêmes & les également éloignés des extrêmes fassent une somme égale au plus grand & au plus petit de ces nombres : les autres bandes verticales se placeront dans ce second Quarré, de la même maniere qu'on a fait les horizontales du premier.

Ces deux Quarrés primitifs seront disposés comme il faut, & les nombres de toutes leurs bandes feront une somme égale : C'est-pourquoy en combinant ces Quarrés, & en substituant dans celui des racines les valeurs de ces racines, on en fera le Quarré parfait, comme on peut voir dans l'exemple.

Cette construction fait voir la démonstration de l'operation ; car dans les bandes d'une même espece dans les primitifs, tous les nombres de l'ordre s'y trouvent & dans les diagonales, & dans les autres bandes ils y sont placés alternativement, ensorte que ceux d'un Quarré ne sçauroient se rencontrer deux fois avec les mêmes de l'autre.

Pour ce qui est du nombre des variations de ce Quarré par cette methode ; il est évident que la premiere bande dans l'un des Quarrés primitifs où tous les nombres se trouvent, se peut varier suivant les conditions dans nôtre

exemple de 8 de racine en 360 manieres, & de même dans l'autre primitif: C'eſt-pourquoy le nombre des variations de ce Quarré de 8, ſera le Quarré de 360 qui eſt 129600.

On remarquera que dans ce Quarré parfait les nombres des cellules qui ſont diametralement oppoſées comme dans ceux de la précedente Propoſition, font partout une ſomme égale à celle du premier & du dernier nombre du Quarré. La plûpart des methodes qu'on a données juſqu'à preſent pour conſtruire ces ſortes de Quarrés ne ſont que des cas de ces deux Propoſitions, & c'eſt lorſque les nombres qui ſont tous differens dans la même bande ſont placés de ſuite dans l'ordre naturel, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, &c. leſquels ſe trouvent diſpoſés ſuivant la regle de ces conſtructions, car les également éloignés des extrêmes font toûjours une même ſomme.

PROPOSITION V.

On peut encore faire ces Quarrés d'une autre maniere.

On diſpoſera l'un des Quarrés primitifs de la même maniere que le premier de la quatriéme Propoſition, & l'autre de la même maniere que le premier de la ſeconde ou troiſiéme Propoſition: ou bien l'un comme le ſecond de la quatriéme Propoſition, & l'autre comme le ſecond de la ſeconde ou troiſiéme Propoſition, comme on le peut voir dans l'exemple ſuivant.

1. Primitif, comme le 2. de la 2. Propoſition.

7	2	3	6	5	4	1	8
7	2	3	6	5	4	1	8
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
7	2	3	6	5	4	1	8
7	2	3	6	5	4	1	8

2. Primitif, comme le 2. de la 4. Propoſition.

3	4	3	4	4	3	4	3
0	7	0	7	7	0	7	0
2	5	2	5	5	2	5	2
6	1	6	1	1	6	1	6
1	6	1	6	6	1	6	1
5	2	5	2	2	5	2	5
7	0	7	0	0	7	0	7
4	3	4	3	3	4	3	4

Parfait.

31	34	27	38	37	28	33	32
7	58	3	62	61	4	57	8
18	47	22	43	44	21	48	17
50	15	54	11	12	53	16	49
10	55	14	51	52	13	56	9
42	23	46	19	20	45	24	41
63	2	59	6	5	60	1	64
39	26	35	30	29	36	25	40

Le Quarré parfait ſe fera par la combinaiſon des deux primitifs, comme on a fait les autres précedens.

La démonſtration en eſt auſſi évidente par les raiſons des précedentes Propoſitions, en conſiderant que dans ces primitifs les nombres des cellules correſpondantes ſont tous differens ; ce qui dépend de l'ordre dans lequel ils ſont placés.

On voit que par ces combinaiſons differentes il ſe formera un tres-grand nombre de differens Quarrés.

PROPOSITION VI.

Faire un Quarré avec les nombres d'une progreſſion interrompuë.

Ayant formé le Quarré parfait par quelqu'une des methodes précedentes, comme par la cinquiéme Propoſition, en faiſant l'un des primitifs comme le premier de la troiſiéme Propoſition, & le ſecond comme le premier de la quatriéme Propoſition ; ſi l'on ajoûte quel nombre on voudra comme 7 à tous les nombres du Quarré parfait qui ſont plus grands que celui de la moitié du Quarré, on aura encore un Quarré parfait, dont la moitié des nombres ſuivra la même progreſſion que l'autre moitié : mais cette progreſſion ſera interrompuë en ce que le plus petit des plus grands ſurpaſſera de 8 le plus grand des moindres ; ce qu'on peut voir dans l'exemple ſuivant.

Parfait.

59	61	1	2	7	8	60	62
54	52	16	15	10	9	53	51
27	29	33	34	39	40	28	30
22	20	48	47	42	41	21	19
46	44	24	23	18	17	45	43
35	37	25	26	31	32	36	38
14	12	56	55	50	49	13	11
3	5	57	58	63	64	4	6

Parfait dans la progression interrompuë.

66	68	1	2	7	8	67	69
61	59	16	15	10	9	60	58
27	29	40	41	46	47	28	30
22	20	55	54	49	48	21	19
53	51	24	23	18	17	52	50
42	44	25	26	31	32	43	45
14	12	63	62	57	56	13	11
3	5	64	65	70	71	4	6

Cette Proposition est évidente, puisque dans les primitifs qui ont servi à faire le Quarré parfait, il y a dans toutes les bandes tous les nombres pris deux à deux qui sont complémens les uns des autres.

COROLLAIRE.

On pourra aussi ajoûter à tous les nombres de la premiere moitié, qui sont les moindres nombres du Quarré parfait; tel nombre qu'on voudra, & à l'autre moitié aussi tel nombre qu'on voudra, pourvû que le nombre ajoûté à la derniere moitié soit plus grand que le nombre ajoûté à la premiere; car sans cela il y auroit des nombres repetés dans le Quarré quoiqu'il fût parfait.

PROPOSITION VII.

S'il y a un Quarré de nombres dans l'ordre naturel, ensorte que chaque bande horizontale soit dans la même progression Arithmetique telle qu'on voudra, & que les bandes verticales soient aussi chacune dans une même progression Arithmetique telle qu'on voudra, comme on voit icy dans le Quarré de 4 de racine; on pourra faire un Quarré parfait avec ces nombres, & en plusieurs manieres.

J'entens par *nombres dans l'ordre naturel*, ceux qui vont toûjours en augmentant comme on voudra.

Nombres donnés.

7	9	11	13
16	18	20	22
25	27	29	31
34	36	38	40

Primitif des Nombres.

2	2	8	8
8	8	2	2
6	6	4	4
4	4	6	6

Primitif des Racines.

3	0	1	2
3	0	1	2
0	3	2	1
0	3	2	1

Parfait.

26	2	16	24
32	8	10	18
6	30	20	12
4	28	22	14

Requis.

34	7	22	31
40	13	16	25
11	38	27	18
9	36	29	20

On prendra la plus petite des deux progressions, qui est icy 2, dont on formera comme avec des nombres simples un Quarré primitif, & ces nombres seront 2, 4, 6, 8; & l'autre primitif sera fait avec les racines à l'ordinaire 0, 1, 2, 3. Ces deux primitifs se feront par quelqu'une des methodes précedentes. De ces deux Quarrés primitifs on en fera le parfait, en substituant la valeur des racines qui seront icy 8, qui est le plus grand terme du premier primitif.

Ensuite comme le premier terme du Quarré parfait est 2, sa difference à 7 qui est le premier des donnés, est 5; on ajoûtera 5 aux quatre premiers termes du Quarré parfait 2, 4, 6, 8, en les laissant à leur place dans ce Quarré.

Maintenant la seconde ligne des nombres donnés commençant par 16 dans l'ordre de la progression 2 qu'on a prise, & sa difference à 10 qui est le suivant aprés 8 dans le Quarré parfait, étant 6, on l'ajoûtera aux quatre nombres suivans 10, 12, 14, 16 de ce Quarré parfait, & on les laissera à leurs places. On fera de même pour les autres nombres suivans, en prenant la difference entre 18 & 25 qui est 7, qu'on ajoûtera aux suivans du Quarré parfait 18, 20, 22, 24, & ainsi jusqu'à la fin, & le Quarré se trouvera rempli avec les nombres donnés comme il est requis.

On remarquera qu'il faut tantôt ajoûter & tantôt ôter la difference aux nombres du Quarré parfait, selon la grandeur des termes donnés par rapport à ceux de la progression dont on a formé le premier primitif.

On pourra aussi faire la même chose avec l'autre progression 9, & les autres nombres du premier Quarré primitif seront 9, 18, 27, 36, & les racines vaudront 36.

La construction de ce Quarré est fondée sur les mêmes raisons que celles de la précedente Proposition ; c'est pourquoy est est bonne.

On voit aussi qu'on peut donner autant de constructions differentes de ce Quarré, qu'on en peut former par les differentes dispositions des primitifs.

COROLLAIRE.

On pourra aussi interrompre par la moitié l'un des ordres des progressions données, comme si l'on avoit les nombres donnés dans l'ordre naturel comme ils sont icy.

7	9	11	13
16	18	20	24
31	33	35	37
40	42	44	46

Mais alors il faudra former le primitif des nombres simples avec les termes de la progression qui est de suite dans la même ligne ; & ayant formé le Quarré parfait comme on a fait cy-dessus, on en fera le requis en ajoûtant ou ôtant aux termes du Quarré parfait les differences d'avec les nombres donnés, ce qui suit de cette Proposition. Ce cas sera la converse de la Proposition VI. ce qui est facile à voir.

REMARQUES.

Dans les Quarrés faits par toutes les Propositions précedentes, on pourra transporter les bandes tant horizontales que verticales les unes à la place des autres indifferemment, soit correspondantes ou non, pourvû que les nombres des diagonales se trouvent toûjours bons.

Il est aussi facile à voir qu'on peut faire le Quarré parfait, ensorte que tel nombre qu'on voudra se trouve dans une cellule marquée ou donnée dans le Quarré.

Il faut maintenant expliquer la construction des Quarrés d'une racine pairement impaire.

PROPOSITION

PROPOSITION VIII.

Construction des Quarrés pairement impairs.

Quarré imparfait.

A

8	91	5	97	2	9	94	6	100	3
63	40	66	34	69	62	37	65	31	68
18	81	15	87	12	19	84	16	90	13
53	50	56	44	59	52	47	55	41	58
28	71	25	77	22	29	74	26	80	23
C 78	21	75	27	72	79	24	76	30	73 D
43	60	46	54	49	42	57	45	51	48
88	11	85	17	82	89	14	86	20	83
33	70	36	64	39	32	67	35	61	38
98	1	95	7	92	99	4	96	10	93

B

Parfait.

8	100	6	94	9	92	97	5	91	3
33	40	66	34	62	69	37	65	31	68
88	81	15	87	12	19	84	16	90	13
43	50	56	44	59	52	47	55	41	58
78	21	25	77	22	29	74	26	80	73
23	71	75	27	72	79	24	76	30	28
53	60	46	54	49	42	57	45	51	48
18	11	85	17	82	89	14	86	20	83
63	70	36	64	39	32	67	35	61	38
98	1	95	7	99	2	4	96	10	93

On ſera d'abord les deux Quarrés primitifs de ce Quarré par la quatriéme Propoſition, en prenant quel ordre on voudra dans les nombres ; & de ces deux primitifs on en formera un Quarré imparfait, comme on le voit icy dans celui de racine 10.

Enſuite dans la bande horizontale ſuperieure & dans la premiere verticale qui eſt à gauche, on laiſſera les angles à leur place, & l'on tranſportera dans chacune les nombres d'une moitié dans l'autre, chacun dans ſa cellule correſpondante, enſorte que ceux qui étoient également éloignés des extrêmes le ſoient encore aprés la tranſpoſition, & à même diſtance des extrêmes.

On fera une ſemblable tranſpoſition des deux ſeuls nombres du milieu de la ſeconde bande horizontale ſuperieure & de la derniere, & de même de la ſeconde bande verticale à gauche & de la derniere à droite.

Enfin aprés ces changemens on tranſportera le nombre qui ſe trouvera dans la cellule marquée *A* de la premiere bande horizontale ſuperieure, laquelle eſt la premiere de

la seconde moitié de la bande, à sa cellule opposée marquée *B* de la derniere horizontale, & réciproquement le nombre qui est en bas se mettra en haut. On fera la même transposition du nombre de la cellule *C* dans la cellule *D*, & réciproquement celui de *D* en *C*, qui sont les premieres cellules de la moitié inferieure dans les deux verticales extrêmes; ce qui étant achevé le Quarré sera parfait, comme on le voit icy.

Ces Quarrés se trouveront variés en plusieurs manieres, tant par celles des Quarrés primitifs, que par la transposition de quelques bandes aprés que le Quarré sera parfait.

PROPOSITION IX.

Des Quarrés Magiques par enceintes.

Cette espece de Quarrés pairs doit toûjours renfermer au milieu un Quarré de 16 cellules, qui ne peut pas avoir d'enceinte; car si l'on en ôtoit une enceinte, il ne resteroit plus qu'un Quarré de quatre cellules, qui ne peut pas être magique de quelques nombres qu'on puisse le composer. Il faut donc toûjours commencer ces Quarrés en formant le Quarré du milieu de 4 de racine.

Ayant disposé dans les cellules du Quarré proposé les nombres dans l'ordre naturel, on prendra les 16 du milieu, dont les horizontales font une progression Arithmetique, & les verticales une autre, & l'on en fera un Quarré par la septiéme Proposition. Le reste du Quarré naturel étant divisé par enceintes, on trouvera dans chacune les nombres qui sont necessaires pour la remplir, ensorte qu'elle fasse encore un Quarré parfait étant ajoûtée au premier & aux précedens.

On pourra se servir commodément pour avoir la disposition des nombres de chaque enceinte, de la methode que j'ay donnée pour les impairs, en operant sur les complémens des nombres jusqu'à la moitié de la somme du premier & du dernier; & par ce moyen on découvrira toutes les manieres differentes de former ces enceintes.

Mais il y a encore d'autres dispositions de ces Quarrés, en prenant differens nombres pour former le Quarré du milieu. Quelques exemples suffiront pour donner une connoissance parfaite de cette methode.

Quarré naturel.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

Quarré du milieu.

29	10	9	26
20	15	16	23
14	21	22	17
11	28	27	8

$1 + 17\frac{1}{2} - 36$
$2 + 16\frac{1}{2} - 35$
$3 + 15\frac{1}{2} - 34$
$4 + 14\frac{1}{2} - 33$
$5 + 13\frac{1}{2} - 32$
$6 + 12\frac{1}{2} - 31$
$7 + 11\frac{1}{2} - 30$
$12 + 6\frac{1}{2} - 25$
$13 + 5\frac{1}{2} - 24$
$18 + \frac{1}{2} - 19$

Dans cet exemple de Quarré qui a 6 pour sa racine, & qui est disposé dans l'ordre naturel, on prendra les 16 nombres du milieu, dont on formera le Quarré parfait par la septiéme Proposition, comme on le voit icy. Mais on remarquera que ce Quarré se peut faire en bien des manieres differentes.

Ensuite on écrira les nombres restans les uns d'un côté & leurs complémens de l'autre; ce qui formera deux lignes avec leurs differences entre deux jusqu'à la moitié de la somme du premier & du dernier qui est 37, comme on peut le voir icy, & comme on a fait pour les impairs.

Et ayant posé à volonté le nombre 7 pour l'un des angles de l'enceinte, & 13 pour l'autre, on cherchera avec leurs differences & avec les autres, deux lignes qui fassent chacune une somme égale à o. Ces deux lignes representeront les nombres de la bande horizontale superieure & de la verticale à gauche,

angles.

$$+11\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2}.\ +12\frac{1}{2} - 13\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 16\frac{1}{2} = o$$
$$+11\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2}.\ +17\frac{1}{2} - 15\frac{1}{2} - 14\frac{1}{2} + 6\frac{1}{2} = o$$

les angles se trouvent placés de sujétion; mais pour les nombres entre-deux, on les disposera comme on voudra. On écrira enfin dans l'enceinte les complémens des nom-

bres posés, dans les cellules qui sont directement à l'opposite de ceux qui sont placés.

7	32	6	18	35	13
1					36
34					3
33					4
12					25
24	5	31	19	2	30

7	6	18	33	34	13
1					36
12					25
32					5
35					2
24	31	19	4	3	30

Maintenant le Quarré parfait de 16 étant placé dans cette enceinte, donnera un Quarré parfait de 6 suivant la Proposition.

On pourra encore chercher si avec les mêmes angles on peut avoir d'autres nombres pour les bandes, & l'on trouvera,

angles.

$$+11\tfrac{1}{2} + 5\tfrac{1}{2}.\ + 12\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} - 14\tfrac{1}{2} - 15\tfrac{1}{2} = 0$$

$$+11\tfrac{1}{2} - 5\tfrac{1}{2}.\ + 17\tfrac{1}{2} + 6\tfrac{1}{2} - 13\tfrac{1}{2} - 16\tfrac{1}{2} = 0$$

Ce sera la même chose pour d'autres recherches de ces nombres, en posant les mêmes angles ou d'autres à volonté; mais tous ne réüssiront pas.

Mais si au lieu des nombres dont on s'est servi pour faire le Quarré de 16 du milieu, on en prend d'autres entre les 36 du Quarré proposé, qui aïent les conditions de la septiéme Proposition, on en pourra faire aussi un Quarré parfait par la même Proposition, comme on le voit dans ces Figures. Et alors avec les nombres restans, & par le moyen de leurs differences, on trouvera l'enceinte qui convient à ce Quarré, comme en posant les angles 7 & 9, on aura la maniere suivante exprimée par les differences pour servir à l'enceinte.

Nombres posés.

2	3	4	5
14	15	16	17
20	21	22	23
32	33	34	35

angles.

$$+11\tfrac{1}{2} + 9\tfrac{1}{2}.\ - 17\tfrac{1}{2} - 12\tfrac{1}{2} + 8\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} = 0$$

$$+11\tfrac{1}{2} - 9\tfrac{1}{2}.\ - 10\tfrac{1}{2} + 7\tfrac{1}{2} + 6\tfrac{1}{2} - 5\tfrac{1}{2} = 0$$

Quarré parfait.

2	33	34	5
17	22	21	14
23	16	15	20
32	3	4	35

$1 + 17\frac{1}{2} - 36$
$6 + 12\frac{1}{2} - 31$
$7 + 11\frac{1}{2} - 30$
$8 + 10\frac{1}{2} - 29$
$9 + 9\frac{1}{2} - 28$
$10 + 8\frac{1}{2} - 27$
$11 + 7\frac{1}{2} - 26$
$12 + 6\frac{1}{2} - 25$
$13 + 5\frac{1}{2} - 24$
$18 + \frac{1}{2} - 19$

Mais en poſant les angles 7 & 18 on aura

angles.
$$+11\frac{1}{2} + \frac{1}{2}. - 17\frac{1}{2} - 12\frac{1}{2} + 10\frac{1}{2} + 7\frac{1}{2} = 0$$
$$+11\frac{1}{2} - \frac{1}{2}. + 9\frac{1}{2} - 8\frac{1}{2} - 6\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2} = 0$$

Et en poſant 1 & 6 aux angles, c'eſt à dire en laiſſant les angles du Quarré naturel à leur place dans cette enceinte, on trouve

angles.
$$+17\frac{1}{2} + 12\frac{1}{2}. - 8\frac{1}{2} - 10\frac{1}{2} - 11\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$
$$+17\frac{1}{2} - 12\frac{1}{2}. - 9\frac{1}{2} - 7\frac{1}{2} + 6\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2} = 0$$

Mais en prenant pour les angles 1 & 10 on aura

angles.
$$+17\frac{1}{2} + 8\frac{1}{2}. - 12\frac{1}{2} - 11\frac{1}{2} + 7\frac{1}{2} - 9\frac{1}{2} = 0$$
$$+17\frac{1}{2} - 8\frac{1}{2}. - 10\frac{1}{2} + 6\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

& les enceintes ſeront les ſuivantes, dans leſquelles on placera le Quarré parfait de 4 qu'on a formé auparavant, & en quel ſens on voudra.

7	36	18	10	31	9
29					8
11					26
12					25
24					13
28	1	19	27	6	30

7	36	8	11	31	18
9					28
27					10
25					12
24					13
19	1	29	26	6	30

1	29	27	30	18	6
26					11
28					9
13					24
12					25
31	8	10	7	19	36

1	31	30	11	28	10
29					8
12					25
24					13
18					19
27	6	7	26	9	36

On fera la même operation pour d'autres recherches par differens angles & pour les autres enceintes. On pourra

aussi tirer de ces differentes constructions des regles pour former ces enceintes, lesquelles conviendront à celles de la même espece, comme aux premieres, troisiémes, cinquiémes, &c. & d'autres pour les secondes, quatriémes, sixiémes, &c. comme on a fait pour les impairs.

Pour ce qui est des variations de ces sortes de Quarrés, elles suivent aussi les regles des impairs.

OBSERVATION

Sur la Matrice d'une fille de deux mois.

PAR M. LITTRE.

1705. 19. Decembre.

LE vagin de cette matrice étoit long d'un pouce & sept lignes, il n'avoit qu'une entrée à l'ordinaire; mais l'aïant ouvert d'un bout à l'autre, je remarquai le long de toute la partie inferieure moïenne un corps charnu, large partout d'une ligne, haut d'une ligne & demie seulement depuis le commencement de ce canal jusqu'à un peu au-delà du milieu, & d'un demi-pouce dans le reste, où il formoit une cloison perpendiculaire qui partageoit cette partie du canal en deux cavités égales, l'un à droit & l'autre à gauche.

Le dedans du vagin étoit inégal par quantité de cercles charnus, qui avoient chacun un tiers de ligne d'épaisseur sur deux de hauteur, & qui étoient distans les uns des autres d'environ une ligne. Tous ces cercles étoient coupés à angles droits en trois parties égales par trois corps charnus, placés horizontalement le long de ce canal, qui étoient un peu plus épais & plus élevés, & qui servoient de tendon à chaque extremité des trois parties dont les cercles étoient composés.

La matrice que je divise, pour éviter l'équivoque, en 3 parties, sçavoir en fond, en milieu & en cou, avoit 16 lignes de profondeur sur 8 de largeur & 3 d'épaisseur : sa

ſurface exterieure étoit unie, & avoit ſa couleur naturelle. Le fond & le milieu étoient longs chacun de 6 lignes, & le cou de quatre.

Le fond étoit ſeparé ſuivant ſa longueur en 2 corps parfaitement ſemblables, diſtans entr'eux de 4 lignes à l'endroit de leur plus grand éloignement, & attachés l'un à l'autre depuis le commencement de leur ſeparation juſqu'à 2 lignes au-delà par un ligament plat en forme de triangle, dont la partie la plus étroite étoit du côté du vagin. Ces corps ſe terminoient en pointe, & avoient chacun un ligament rond, un ligament large, un cordon de vaiſſeaux, une trompe & un ovaire.

Le milieu & le cou de cette matrice ne faiſoient par dehors qu'un corps ſimple & continu; mais l'aïant ouverte, je trouvai qu'elle avoit 2 cavités qui s'étendoient d'un bout à l'autre, larges chacune de 2 lignes & demie à l'endroit du plus grand diametre, & qui étoient ſeparées l'une de l'autre le long du fond par des parois particulieres & qui ne ſe touchoient point, & le long du milieu & du cou par une cloiſon charnuë commune & continuë à celle du vagin, dont il a été parlé.

La ſurface interieure, contre l'ordinaire, étoit blanche & garnie de pluſieurs feüillets charnus, & recouverts d'une membrane fort ſenſible, de même que le reſte de cette ſurface. Les feüillets s'étendoient preſque tous d'un bout de la matrice à l'autre; ils avoient chacun environ une ligne de hauteur ſur un tiers de ligne d'épaiſſeur, & ils étoient éloignés les uns des autres d'environ une demie-ligne.

Cette matrice avoit 2 cous & 2 milieux auſſi-bien que 2 fonds. Chaque cou avoit ſon orifice, qui étoit de figure preſque ronde, large d'une ligne, ouvert dans une des cavités du vagin, & qui avoit les bords dentelés.

Sur la deſcription que je viens de faire de la matrice de la fille dont il s'agit, on peut, ce me ſemble, former les conjectures qui ſuivent.

1°. Que ſi cette fille avoit vêcu & qu'elle eût été mariée,

elle auroit pû concevoir en differens accouplemens, tantôt par l'une des parties de sa matrice & tantôt par l'autre, selon que la semence virile auroit été portée à l'une ou à l'autre de ces parties.

2°. Qu'un fœtus renfermé dans une telle matrice n'auroit pas pû se porter avec la même facilité à droit & à gauche dans le ventre de sa mere, comme il arrive lorsque le fœtus est contenu dans une matrice ordinaire; mais qu'il se seroit porté plus facilement du côté de la partie de la matrice où il auroit été renfermé.

3°. Qu'un fœtus contenu dans l'une des parties de cette matrice n'auroit pas pû devenir si grand, que dans une matrice ordinaire. Il n'y a aucune apparence qu'une moitié de matrice (car on peut, ce me semble, considerer ainsi une de ses parties) eût pû s'étendre autant qu'une matrice entiere, & fournir autant de nourriture à un fœtus pour un pareil accroissement.

4°. Que s'il y avoit eu en même tems deux fœtus dans cette matrice, l'un dans une de ses parties & l'*autre dans* l'autre, on auroit senti dans le ventre de la mere deux tumeurs distinctes, l'une du côté droit, & l'autre *du côté* gauche.

5°. Que dans ce dernier cas on n'auroit pas dû accoucher la mere de ses deux fœtus immediatement l'un aprés l'autre, à moins que les deux fœtus n'eussent été à peu prés à terme, & que l'orifice des deux cous de cette matrice n'eussent été preparés à l'accouchement. Car, aprés que la mere auroit été accouchée du premier, il n'auroit pas fallu la mettre en travail du second quoiqu'à terme, si l'orifice, par où il auroit dû sortir, n'eût été aussi disposé à l'accouchement. Il n'en est pas de même lorsque deux fœtus sont renfermés dans une matrice ordinaire, parcequ'alors on ne doit pas accoucher la mere de l'un de ces fœtus, qu'on ne l'accouche immediatement aprés de l'autre; autrement la perte, qui accompagne toûjours l'accouchement, ne cesseroit point, & feroit

roit mourir la mere & le fœtus qui ſeroit reſté dans la matrice, en ôtant à tous les deux le ſang qui eſt le principe de la vie.

La derniere conjecture eſt, que la ſuperfetation ne peut arriver que dans une matrice à peu prés ſemblable à celle de la fille dont il s'agit, par les raiſons ſuivantes.

La premiere eſt, que, lorſque la conception eſt faite dans une matrice ordinaire, ſon orifice interieur ſe ferme ſi exactement, que rien n'y ſçauroit plus entrer par cette voie. C'eſt le ſentiment d'*Hypocrate*, qui eſt confirmé par l'experience, comme je l'ai ſouvent verifié. La ſemence virile n'y peut donc plus être admiſe pour y produire une nouvelle conception, en quoi conſiſte la ſuperfetation.

L'orifice interieur de la matrice ſe ferme exactement aprés la conception, parceque le fœtus contenu dans la matrice y étant comme une eſpece de corps étranger, détermine par ſa maſſe, par ſon poids, &c. les fibres charnuës de ce viſcere à ſe ſerrer de toutes parts, & par conſequent à fermer exactement ſon orifice. Il eſt abſolument neceſſaire que cet orifice ſe ferme; car s'il demeuroit ouvert aprés la conception, le fœtus, qui n'eſt point encore adherant à la matrice, en pourroit ſortir à cauſe de ſa petiteſſe & de ſon propre poids, quand la mere ſeroit debout ou aſſiſe, ſurtout ſi dans ces ſituations ſon corps venoit à être fortement agité par la toux, l'éternuëment, &c. ou il ſeroit détruit par les corps qui entreroient dans la matrice par cette ouverture, d'autant que le fœtus eſt alors tres-foible & trés-délicat, par conſequent incapable d'aucune réſiſtance.

La ſeconde raiſon eſt, qu'avant que la femme conçoive, le bout exterieur du cou de la matrice eſt droit, & ſon orifice répond directement à celui du vagin; alors la ſemence virile peut être lancée dans la matrice par cet orifice. Lorſque la femme a conçû, le même bout du cou de la matrice incline du côté de l'anus, & l'inclinaiſon augmente à proportion que le fœtus croît, alors ſon orifice

ne répondant plus à celui du vagin, n'est plus en état de recevoir la semence virile.

Le bout exterieur du cou de la matrice incline du côté de l'anus dans la grossesse, parceque le fond de la matrice ne pouvant dans son accroissement s'avancer en arriere à cause de la résistance invincible qu'il y trouve, est obligé de se porter en devant où la résistance est aisée à surmonter. Or le fond de la matrice ne peut pas avancer en devant que son cou ne se porte en arriere, ses attaches & les parties voisines lui permettant ce mouvement, & l'empêchant de suivre celui de son fond. Ainsi, quand l'orifice de la matrice seroit alors ouvert, il ne seroit plus dans la situation necessaire pour recevoir la semence du mâle, qui cependant doit être portée par cette ouverture dans la matrice pour y faire une nouvelle conception ou superfetation.

La derniere raison est, que, quand bien même la semence virile pourroit entrer dans la matrice par son orifice quelque tems aprés la conception, elle ne pourroit *jamais* passer de là par les trompes jusqu'aux ovaires pour y féconder des œufs; parceque le placenta *du fœtus, déja* contenu dans la matrice, en couvre exactement le fond, & y est si fortement attaché, que rien ne peut passer de la cavité de la matrice dans celle des trompes qui y aboutissent. On observe toûjours que le placenta est d'autant plus grand que le fœtus est plus petit; d'ailleurs, lorsque le fœtus est petit, la cavité de la matrice est étroite à proportion.

On pourra objecter que la semence virile peut être portée de la matrice aux ovaires par d'autres voies que par celles des trompes, je le veux; mais parcequ'il n'y a que la route des trompes par où les œufs fécondés descendent des ovaires dans la matrice, & qu'alors cette route est invinciblement fermée aux œufs par le placenta du fœtus contenu dans la cavité de la matrice; il s'ensuit necessairement que la superfetation est impossible, puisqu'il faudroit absolument que les œufs fécondés passassent de

la cavité des trompes dans celle de la matrice, où on suppose une conception déja faite. Or nous venons de prouver que ce passage est alors impraticable.

Les Auteurs n'admettent que deux voies aux œufs ou à la semence, pour passer des ovaires dans la cavité de la matrice, sçavoir les trompes & les ligamens qui attachent les ovaires au fond de la matrice.

Or les trompes ont une cavité fort sensible; elles s'ouvrent dans la cavité de la matrice; on a quelquefois trouvé des fœtus dans leur cavité, & on trouve souvent des œufs dans les trompes des volatiles. Les ligamens au contraire sont solides en eux-mêmes, & s'il y paroît quelque cavité, c'est celle d'un vaisseau sanguin. On n'a jamais trouvé aucun fœtus ni aucun œuf dans ces ligamens, & ils ne se continuënt que jusqu'à la surface exterieure de la matrice. Il n'y a donc que les trompes par où les œufs passent des ovaires dans la cavité de la matrice, comme je viens de le prouver.

CONYZA MONTANA

Foliis longioribus serratis flore è sulfureo albicante.

PAR M. CHOMEL.

CEtte Plante est vivace, sa racine qui trace à trois ou 1705.
quatre doigts de terre est solide, ronde, legerement 17. Fevrier.
canelée, blanchâtre, & comme rongée par le bout. Son nerf a plus de dureté & plus de blancheur que n'en ont ses autres parties; il se casse même plus aisément. Cette racine a 3 à 4 pouces de longueur sur 3 à 4 lignes de largeur: elle est entourée de plusieurs fibres tirant sur un jaune pâle, presque rondes, inégales en longueur & en grosseur: les plus longues sont de demi pied, sur une ligne de diametre. Entre ces fibres poussent plusieurs bourgeons

blancs tirant sur le pourpre, qui deviennent autant de tiges. Celles qui s'élevent, & que je vais décrire, ont au collet de la racine 2 ou 3 bourgeons, lesquels poussent des brins qui fleurissent l'année suivante. La tige est un peu cambrée prés de la racine, & ne se redresse qu'en sortant de la terre, d'où elle s'eleve assez droite jusqu'à 2 ou 3 pieds, & quelquefois davantage. Elle est à son origine d'un blanc purpurin, elle devient ensuite d'un verd gay. Dans sa longueur elle est rayée de legeres canelures d'un verd purpurin par le bas, & d'un verd pâle vers le sommet. Cette même tige, comme la Figure le represente, est lisse vers le bas, & un peu veluë prés des fleurs. Elle est assez ronde, si ce n'est prés de la racine & aux nœuds des feüilles, où elle est un peu anguleuse. Elle est dure & solide, quoyque remplie d'une moëlle blanche qui occupe prés du tiers de son diametre, dont l'épaisseur est de 3 à 4 lignes au plus dans les tiges même les mieux nourries. Les feüilles sont disposées alternativement, chacune est attachée à la tige par une base *A* élargie qui en embrasse la moitié. Dans les feüilles inferieures cette base est arrondie, & ses bords ou oreillettes sont convexes par *dessus*, & concaves par dessous. Dans les feüilles superieures elle est moins large & moins concave. Les feüilles superieures sont plus étroites à proportion de leur longueur que les inferieures, qui ont 5 à 6 pouces de long sur un pouce & demi de large : les unes & les autres sont lisses, & d'un verd obscur par dessus, divisées par un nerf blanchâtre & purpurin *C*, creusé de ce côté en sillon large d'une ligne ou environ prés de la tige. Ce nerf se rétrecit insensiblement jusqu'à la pointe, aprés s'être divisé en rameaux qui se perdent sur les bords de la feüille qui est un peu bosselée dans leurs intervalles : par dessous la feüille est couverte d'un petit duvet qui la rend cottoneuse & d'un verd blanchâtre ; elle est relevée de ce côté, & divisée dans sa longueur, d'un côté arondie *B*, d'un verd gay, large de deux lignes prés de la tige qu'elle rend anguleuse. Cette côte répond par ses ramifications relevées à celle qui paroît

creusée de l'autre côté : les feüilles sont découpées sur les bords en dents de scie un peu inégales : de leurs aisselles naissent de petits rameaux qui soûtiennent des bouquets de fleurs *D*, qui avortent ordinairement jusques vers les deux tiers de la tige. Au delà ces branches ou rameaux se subdivisent en plusieurs autres chargez de fleurs, qui s'élevent dans quelques pieds à la même hauteur que celle du sommet de la tige, & sont disposez à l'entour en maniere de branches de parasol. Dans la plûpart des pieds ces fleurs s'élevent moins haut que celles de la tige : chacun de ses rameaux part de l'aisselle d'une feüille longue, étroite, pointuë & dentelée, qui l'entoure en partie par sa base d'un verd purpurin : les branches chargées de fleurs les plus éloignées du sommet ont demi-pied de longueur sur deux lignes de largeur prés de la tige : les petits rameaux les plus élevez ont 4 à 5 lignes & même moins, leur longueur étant fort inégale : les uns & les autres sont ronds, canelez & couverts d'un duvet tres-fin, & sont d'un verd pâle : ces petits rameaux servent de pedicules aux fleurs qu'ils soûtiennent. Chacune de ces fleurs est un bouquet *E*, composé d'une vingtaine de fleurons *H* enfermez dans un calice commun *F*, qui est un tuyau cylindrique haut de 4 à 5 lignes, & large de deux prés du pedicule où il est renflé *G*. Il se trouve des fleurs sur le même pied où ce renflement est fort sensible, & d'autres où il est moins marqué : dans toutes le calice est legerement canelé, verd pâle, blanchâtre vers le haut, & un peu velu : chaque canelure se termine en une pointe d'un pourpre foncé & noirâtre. Il est entouré de 3 à 4 petites feüilles déliées, veluës & recourbées, qui partent du pedicule dans l'endroit où il se grossit pour former le calice. Chaque fleuron *H* est un tuyau cylindrique long de 4 lignes, renflé vers son milieu jusqu'à sa partie superieure, où il est évasé & découpé en 5 pointes égales, en maniere d'étoile, surmonté par un filet fourchu *I*, qui sortant du fond de ce tuyau est entouré par 5 filets tres-déliez *K*, qui partent des côtez du tuyau dans l'endroit où il se renfle, & qui se

réüniſſant vis à vis des pointes de l'étoile, forment une gaine jaune *L*, longue d'une ligne, à travers laquelle paſſe le petit filet fourchu *I*, qui n'eſt autre choſe que l'étamine chargée d'une pouſſiere jaune orangée. Chaque fleuron a demi-ligne de diametre vers ſa partie ſuperieure : il eſt jaune pâle, & porte ſur un embrion de graine *M*, garni d'une aigrette, & planté ſur la couche du calice *G* vis à vis de l'endroit où il eſt renflé. Cet embrion eſt blanc & luiſant, verdâtre prés de l'aigrette, & devient enſuite une graine *N* blanchâtre, longue d'une ligne & demie, étroite & canelée. La Figure *O* repreſente le calice ouvert, lorſque la plus grande partie des graines étant en parfaite maturité s'en ſont détachées.

Cette Plante a beaucoup de reſſemblance & par ſes feüilles & par ſon port exterieur à quelques-unes des eſpeces de la verge dorée ; cependant comme elle differe par ſa fleur qui n'eſt point radiée, mais ſimplement à fleurons, je ne l'ay point placée parmi les eſpeces de ce genre-là. Cette difference m'a auſſi déterminé à la mettre ſous celui du Conyza plutôt que ſous celui du Seneçon. Il eſt vrai que ſon calice qui n'eſt pas écailleux a plus de rapport à celui du Seneçon qu'à celui du Conyza ; mais ce rapport ne ſe voit qu'aprés la maturité de ſes graines : car aprés ſes découpures ne ſe renverſent point en bas le long du pedicule comme dans celui du Seneçon, & elles forment ſeulement une eſpece d'étoile *O*, dont les pointes ſont un peu recourbées, comme il arrive dans la plûpart des eſpeces de Conyza : d'ailleurs la diſpoſition des fleurons de nôtre Plante reſſemble beaucoup mieux à celle du Conyza qu'à celle du Seneçon. J'avois d'abord pris l'eſpece dont il s'agit pour celle que C. Bauhin appelle *Virga aurea anguſtifolia ſerrata*, qui eſt la même que la *Solidago Sarracenica Fuchi, Tragi, Lob.* & de quelques autres, & bien que les feüilles de nôtre Plante me paruſſent plus larges vers le bas que celles de la Figure que nous donnent ces Auteurs, je ne m'étois point arrêté à cette difference, parceque C. Bauhin remarque que l'eſpece dont il traite ſe trouve quel-

quefois á feüilles plus larges, & quelquefois à feüilles plus étroites. Mais il m'a fallu changer le sentiment que j'avois eu sur la Plante dont il s'agit, parceque j'ay trouvé que les feüilles, surtout les inferieures qui embrassent la tige par une base assez large, sont bien mieux representées par la Figure du *Consolida aurea Tab. mont.* que par celle du *Virga aurea.* D'ailleurs j'ay trouvé que ni la structure des fleurs du *Virga aurea*, ni même celle du *Consolida aurea*, ne s'accordent pas avec celle de nôtre Plante. En effet, je n'en ay vû aucune de radiée, bien que j'en aie examiné une tres grande quantité dans nos montagnes. On ne peut pas dire la même chose des fleurs du *Consolida aurea*, *Tab. Ic.* 556. & du *Solidago Sarracenica Fuchi*, *Tragi*, *Lob. & aliorum*, puisque ce sont des fleurs radiées, & qu'elles en ont le caractere qui est une couronne de demi fleurons, suivant que le marquent les Figures des Auteurs qui en ont parlé. Cependant comme j'ay trouvé dans l'Auvergne la Plante que M. Tournefort appelle *Conyza latifolia*, *viscosa*, *suaveolens*, *flore aureo è gallo Provincia inst.* 455. tantôt à fleur radiée, & quelquefois simplement à fleurons; j'ay voulu examiner si nôtre Plante n'auroit pas les mêmes varietez en la cultivant dans les Jardins: mais j'ay remarqué deux années consecutives que sa fleur n'a point changé dans le Jardin Royal de Paris où j'avois envoyé plusieurs pieds de sa racine; ainsi j'ay crû que je pouvois faire de nôtre Plante une espece particuliere, & la ranger sous le genre de *Conyza*. M. Tournefort qui n'a rapporté aux genres qu'il a établis que les especes qu'il a verifiées avec soin, ne s'est pas determiné sur cette Plante, & n'en fait aucune mention dans ses Elemens. Il faudroit semer de la graine de nôtre Plante, & examiner si les pieds qui en proviendroient porteroient des fleurs radiées ou simplement à fleurons pour achever de s'assurer parfaitement sur son caractere. J'ay semé dans mon Jardin de cette graine, mais elle n'a point levé. Plukenet Tab. 225. donne une assez mauvaise figure de l'espece que J. Bauhin appelle *Virga aurea angustifolia serrata*, *sive Solidago Sarracenica*.

Comme elle n'a ni racine ni feüilles inferieures, & que les fleurs en sont radiées, cette Figure ne peut convenir à la Plante dont il s'agit.

Je pourrois parler des vertus de nôtre Plante, si elle étoit la même que la *Virga aurea angustifolia serrata C.B. Pin.* dont les facultez sont connuës: mais ces deux Plantes sont differentes. Il me semble pourtant avoir trouvé quelques feüilles de nôtre Plante dans les vulneraires qui nous sont envoyées de Suisse. Ces feüilles, comme je l'ay reconnu, sont un peu salées & acres, & ont aussi une legere amertume: elles excitent beaucoup de salive en les machant. Ces mêmes feüilles & les fleurs ne rougissent point le papier bleu; mais la côte ou le nerf de la feüille le rougit foiblement, & l'écorce de la tige un peu davantage. Tout cela me fait penser que nous pourrions sans beaucoup risquer substituer cette Plante à la Verge dorée.

Nôtre Plante est tres-commune dans les bois du Vallon de la Pardie, dans ceux du Vallon de Bain, & dans les Monts-d'or. On en trouve aussi dans les bois du Cantal, & des autres Montagnes de la haute Auvergne.

LIMODORUM MONTANUM

Flore ex albo dilutè virescente.

PAR M. CHOMEL.

1703. 11. Juillet.

LA racine de cette Plante a huit ou dix grosses fibres, & quelquefois moins, qui partent du centre de la tige, & s'éloignent les unes des autres en serpentant: les plus longues fibres s'enfoncent dans la terre, les autres tracent assez prés de sa superficie. Elles sont toutes rondes, blanchâtres, charnuës & pleines d'un suc insipide & gluant: les plus longues ont prés de deux pouces, & leur diametre vers le centre n'est que d'une ligne & demie au plus: elles se terminent toutes en pointes assez déliées. La tige

tige qui ne s'éleve qu'à huit ou dix pouces ou environ, est couverte auprés de la racine de deux ou trois feüilles qui l'embrassent & l'envelopent successivement en maniere de gaine, & forment une espece de bulbe : elles ne s'en écartent un peu que par leur pointe qui est arrondie. Ces feüilles sont d'un blanc sale & comme fanées, leur pointe est un peu verdâtre : elles ont prés d'un pouce de longueur, & occupent presque le quart de la hauteur de la tige. Quatre ou cinq feüilles au plus la garnissent alternativement ; les deux premieres forment par leur base repliée sur elle-même une espece de tuyau long d'un pouce à peu prés qui entoure la tige : elles se déploïent ensuite & deviennent larges d'un demi pouce, & arrondies par leur pointe : elles ont prés de deux pouces de longueur. Les feüilles suivantes sont plus étroites, plus longues & plus pointuës ; mais elles n'embrassent pas également la tige, ensorte que celle qui est la plus proche des fleurs ne l'entoure point : elle est tres-petite, étroite, & se termine en une pointe assez déliée : la plus longue de ces feüilles a trois pouces ou environ de longueur, sur cinq lignes de largeur vers son milieu : les feüilles inferieures sont d'une couleur & d'une tissure assez semblable à celle de l'Hellebore blanc à fleur verte, les superieures sont d'un verd un peu plus clair.

Il y a plusieurs especes d'Orchis dont les feüilles ont beaucoup de rapport avec celles de nôtre Plante. Les fleurs qui occupent le sommet de sa tige sont blanches tirant sur le verdâtre, aussi-bien que la tige en cet endroit : elles sont disposées alternativement tout autour, & forment un épi long de prés de deux pouces, & large de quatre lignes au plus. On compte dans quelques pieds jusqu'à vingt-cinq fleurs. Chaque fleur *B* part de l'aisselle d'une petite feüille *A* longue de trois à quatre lignes, & large d'une : la pointe de cette petite feüille s'éleve aussi haut que la fleur. Cette fleur porte sur un calice *C* un peu tortillé & legerement canelé, large d'une ligne, & haut de deux lignes & demie, d'un verd pâle. Elle est composée de six feüilles : les cinq superieures *DD* qui forment la

coëffe, comme dans la plûpart des fleurs d'Orchis, sont assez égales, arrondies, un peu pointuës vers leur partie superieure, & creusées en cuilleron : elles ont une ligne de long sur demi-ligne de large. La sixiéme feüille *E* qui occupe la partie moïenne & inferieure de la fleur est rabatuë & découpée en trois pieces, dont celle du milieu est la plus longue. Cette feüille a deux lignes de longueur depuis sa partie superieure jusqu'au bout de la découpure du milieu, & une ligne & demie de largeur : sa partie posterieure se termine en un petit éperon assez court *F* d'un quart de ligne de diametre, & d'une ligne de longueur au plus. Le centre de cette fleur est garni de deux petites étamines imperceptibles. La fleur passée le calice devient un fruit semblable à ceux des especes d'Orchis, & rempli d'une semence menuë comme de la scieure de bois tres-fine.

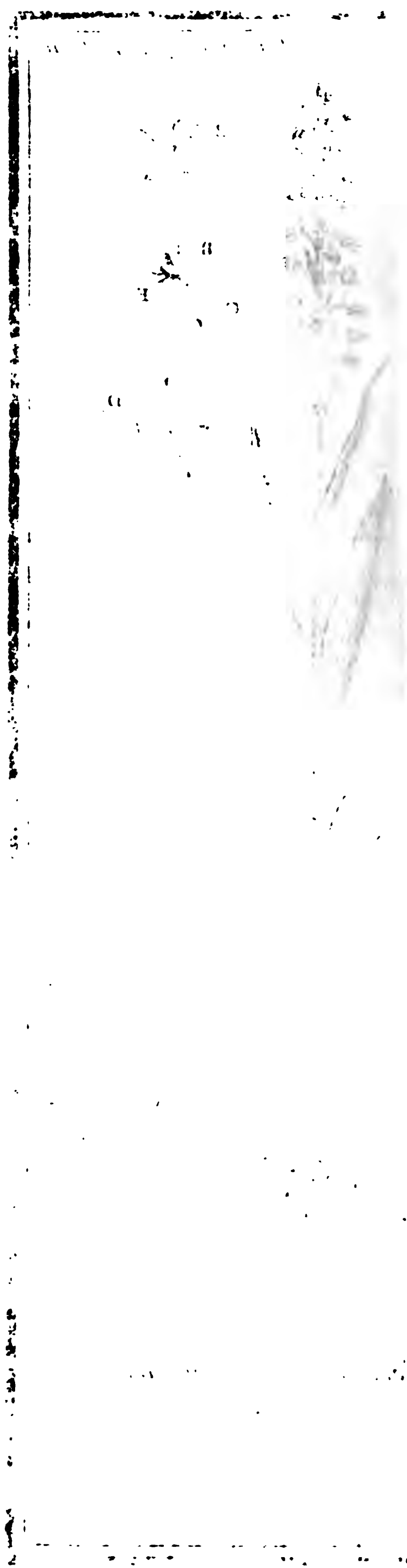
Cette Plante ne m'a parû décrite dans aucun Auteur. Je n'ay point trouvé de Figure gravée qui lui convienne ; ainsi en la nommant j'ay crû la devoir rapporter à son veritable genre, & la faire dessiner. Les racines fibrées qui distinguent le Limodorum de l'Orchis, suivant *les Elemens de Botanique*, m'ont déterminé à ranger cette espece sous le genre de Limodorum plutôt que sous celui d'Orchis. Nôtre Plante se distingue d'ailleurs de l'Helleborine & de l'Orchis par ses autres caracteres, qui sont l'éperon de la fleur, & les feüilles disposées alternativement autour de la tige.

Il n'est pas aisé de décider si l'*Orchis pusilla alba odorata radice palmata Raii hist.* 1225. est la même que nôtre Plante, parcequ'il n'en donne aucune description. On trouve à la verité quelques pieds de la nôtre où la racine n'est composée que de cinq ou six grosses fibres disposées à peu prés comme autant de doigts, & la tige n'a que cinq à six pouces de hauteur, & alors le nom de cet Auteur pourroit peut-être leur convenir ; mais je n'y ay remarqué aucune odeur sensible, ainsi je crois que l'espece dont il a parlé est tres-differente de celle dont il s'agit.



...na foliis longioribus ... sulfureo albicante.

Limodorum montanum flore Exalbo dilutè virescente.



J'ay trouvé cette Plante ſur le plomb du Cantal en deſcendant à Pradebourg. J'en ay trouvé auſſi prés du ſommet du Puy de Dome du côté de l'Orient.

Le R. Pere Plumier en a vû dans les montagnes prés la grande Chartreuſe, & la figure qu'il en a deſſinée m'en a aſſuré parfaitement.

FIN.

Fautes à corriger dans les Mémoires de 1705.

PAge 307. *ligne* 21. pomper :: *il faut* pomper, environ ::

Pag. 316. *lig.* 22. ce qu'elles y avoient alors. *Il faut* ce qu'elles y en avoient alors.

Pag. 319. *lig.* 10. (*art.* 6.) *Il faut* (*art.* 16.)

Pag. 323. *lig.* 34. qu'avoit ce même air *Il faut* que ce même air y avoit

Pag. 325. *lig.* 15. laquelle soit à *MN*, *Il faut* à laquelle soit *MN*,

Pag. 329. *lig.* 1. ombre *Il faut* nombre

Ibid. lig. 21. & du lieu *Il faut* & du tems

Pag. 330. *lig.* 21. pour donner *Il faut* pour y donner

Pag. 349. *lig.* 31. & 32. l'Apogée *Il faut* l'Apogée ou l'Aphelie

Ibid. lig. 34. & 35. par l'Apogée *Il faut* par l'Apogée ou par l'Aphelie

Pag. 351. *lig.* 8. de l'Apogée. *Il faut* de l'Apogée ou de l'Aphelie

Ibid. lig. 22. *effacez* aN, dx $(-dr)$;

Ibid. lig. 24. *au lieu de* pag. 86. & 222. donnera *Il faut* pag. 86. & 222. ou NP $(-dr)$ s'appeloit dx; & ces forces, y; donnera

Pag. 351. *lig.* 29. & *pag.* 352. *lig.* 1. $mmrr$ Il faut mmr^4

Pag. 357. *lig.* 2. le second $+4rr$ doit être $-4rr$

Pag. 358. *lig.* 30. *au lieu du second signe* $=$ *mettez*, ou

Pag. 361. *lig.* 16. ou de l'Apogée, *Il faut* ou de l'Apogée ou de l'Aphelie,

Les deux Mémoires où ces fautes se rencontrent, ont été imprimés pendant l'absence de l'Auteur.





















